

**Holističko-individualna medicina i homeopatija (personalizovana medicina),  
Centar za razvoj homeopatske medicine, Beograd, 2023/24**

# **ENTROPIJA – KVANTNO FIZIČKI ASPEKT**

**Dejan Raković**

**Profesor u penziji, Elektrotehnički fakultet, Beograd**

**[rakovicd@etf.bg.ac.rs](mailto:rakovicd@etf.bg.ac.rs)  
[www.dejanrakovic.com](http://www.dejanrakovic.com)**

DEJAN RAKOVIĆ

# OSNOVI BIOFIZIKE

DEJAN RAKOVIĆ

OSNOVI BIOFIZIKE

IASC & IEFPO  
Beograd 2006

IASC & IEFPO  
Beograd 2006



# Uvod

---

Organizam predstavlja svojevrsnu biohemijsku mašinu, koja funkcioniše zahvaljujući direktnim i povratnim molekularnim vezama: *molekularna signalizacija* služi za predaju *informacija*.

Otuda je *Biofizika* neizbežno povezana sa *Teorijom informacija*, sa kojom je, opet, nerazdvojno povezana *Termodinamika*! Kako se pokazuje, informacija ( $I$ ) i entropija ( $S$ ) mere se na istom nivou recepcije, zbog čega važi **Zakon održanja**:

$$I + S = \text{const}$$

što znači da je *entropija mera nedostatka informacije* u sistemu!

U *ravnotežnoj termodinamici* zatvorenih sistema entropija teži maksimumu čime informacija teži minimumu. U *otvorenim biološkim sistemima*, koji sa okolinom neprekidno razmenjuju masu i energiju, tendencija je *suprotna* - što znači da su oni **neravnotežni**, pa je potrebno razmotriti *neravnotežnu termodinamiku* bioloških sistema i procesa!

Otuda, *generalni biofizički tretman* bioloških sistema mora biti zasnovan na **neravnotežnoj termodinamici**, koja omogućava definisanje *kriterijuma stabilnosti* biofizičkih sistema! Ipak, treba dodati da je za kompletan *specifični biofizički tretman* bioloških sistema neophodno *dodatno* formiranje *dinamičkih modela*.

# Neravnotežni procesi

---

U **neravnotežnom sistemu** sve njegove *karakteristike*, uključujući entropiju, *zavise od vremena*:

$$S = -k \sum_j p_j(t) \ln p_j(t)$$

gde su  $p_j$  - verovatnoće nalaženja sistema u stanjima sa energijom  $E_j$ , a  $k$  - Bolcmanova konstanta.

Pri kontaktu *dva podsistema*, koji recimo imaju *različite temperature*  $T'$  i  $T''$ , među njima dolazi do prenosa energije iz jednog podsistema u drugi pri čemu je ukupna energija konstantna ( $E = E' + E''$ ). I entropija je (kao i energija) aditivna:

$$S' + S'' = S$$

Promena *entropije sistema*, pri prenosu energije iz jednog podsistema u drugi i preraspodeli verovatnoća  $p_j(t)$  i  $p'_j(t)$ , jednaka je

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \frac{\partial S}{\partial E'} \frac{dE'}{dt} = \left( \frac{\partial S'}{\partial E'} + \frac{\partial S''}{\partial (E - E'')} \right) \frac{dE'}{dt} = \\ &= \left( \frac{\partial S'}{\partial E'} - \frac{\partial S''}{\partial E''} \right) \frac{dE'}{dt} = \left( \frac{1}{T'} - \frac{1}{T''} \right) \frac{dE'}{dt}\end{aligned}$$

*Izmena entropije u vremenu izražava se proizvodom generalisanog fluksa energije*

$$J = \frac{dE'}{dt}$$

i *generalisane sile:*

$$X = \frac{1}{T'} - \frac{1}{T''},$$

odnosno:

$$\frac{dS}{dt} = XJ$$

U *opštem slučaju* sistema karakterisanog mnogim ekstenzivnim promenljivim, izmena entropije u vremenu predstavlja se sumom proizvoda **generalisanih sila** ( $X_j$ ) i **generalisanih flukseva** ( $J_j$ ):

$$\frac{dS}{dt} = \sum_j X_j J_j .$$

Izmena entropije u *otvorenom sistemu* predstavlja sumu produkcije entropije unutar sistema ( $d_i S$ ) i fluksa entropije ( $d_e S$ ) usled razmene entropije sa okolinom:

$$dS = d_i S + d_e S$$



U opštem slučaju, izmena entropije u vremenu može se predstaviti preko *funkcije disipacije* ( $\sigma$ ) - brzine produkcije entropije po jedinici zapremine. U zatvorenom sistemu ( $d_e S = 0$ ) je:

$$\frac{d_i S}{dt} = \int \sigma dV \geq 0,$$

gde je **funkcija disipacije**

$$\sigma = \sum_j X_j J_j,$$

ali su tu generalisane sile i generalisani fluksevi dati po jedinici zapremine.

U slučaju **bioloških** otvorenih sistema (ćelije i organizma), ovi sistemi se mogu tretirati kao **hemijski sistemi** koji se nalaze na konstantnoj temperaturi ( $T$ ). U njima protiču *hemijske reakcije* i odigrava se *transport mase*.

**Generalisani fluks** za *hemijsku reakciju* je **brzina reakcije** ( $v$ ), tj. izvod *koordinate reakcije* ( $\xi$ ) po vremenu:

$$J_{hem} = v = \frac{d\xi}{dt},$$

gde koordinata  $\xi$  izražava **stepen proticanja reakcije**:

$$\xi(t) = \xi(0) + \int_0^t v dt = \xi(0) + \int_0^t \frac{dn_\gamma}{\nu_\gamma},$$

tu je  $n_\gamma$  - *broj molova reagenta*  $\gamma$ , a  $\nu_\gamma$  - *stehiometrijski koeficijent reagenta*  $\gamma$  u reakciji.

Tok hemijske reakcije određuje se *razlikom hemijskih potencijala* reagenata i produkata, slično tome kako je fluks toplotne energije određen razlikom temperatura! Tako je **generalisana sila** za *hemijsku reakciju*

$$X_{hem} = -\frac{1}{T} \sum_{\gamma} \nu_{\gamma} \mu_{\gamma} \equiv \frac{A}{T},$$

gde je  $\mu_{\gamma}$  - *hemijski potencijal* reagenta  $\gamma$ , a  $T$  - *temperatura* sistema. U sumi ( $\sum_{\gamma}$ ) doprinosi reagenata i produkata reakcije uzimaju se sa suprotnim znakom.

Veličina  $A$  naziva se **srodstvo**:

$$A = - \sum_{\gamma} \nu_{\gamma} \mu_{\gamma}$$

**Hemijski potencijal** ( $\mu_{\gamma}$ ) jednak je

$$\mu_{\gamma} = \left( \frac{\partial G}{\partial n_{\gamma}} \right)_{n'_{\gamma}, p, T} = \mu_{\gamma}^{\circ}(p, T) + RT \ln C_{\gamma},$$

gde je  $G$  - Gibsova slobodna energija,  $C_{\gamma}$  - *koncentracija* reagenta  $\gamma$ , a  $\mu_{\gamma}^{\circ}$  - hemijski potencijal komponente  $\gamma$  za *molarnu koncentraciju* reagenta  $\gamma$ ; temperatura ( $T$ ) i pritisak ( $p$ ) sistema su konstantni, dok je  $R$  - gasna konstanta (8,314 J/mol·K).

# Konjugovani linearni procesi u blizini ravnoteže

---

Generalisani fluksevi  $J_i$  zavise od generalisanih sila i obrnuto. U **linearnoj aproksimaciji** za konjugovane reakcije ( $L_{ij} \neq 0$ ) važi:

$$J_i = \sum_{j=1}^n L_{ij} X_j, \quad (i, j = 1, 2, \dots, n),$$

gde su  $L_{ij}$  - **fenomenološki koeficijenti**.

U blizini ravnoteže koeficijenti  $L_{ij}$  obrazuju *simetričnu matricu* ( $L_{ij} = L_{ji}$ , *Onzagerova teorema*) sa pozitivnim dijagonalnim koeficijentima ( $L_{ii} > 0$ ) pri čemu važi i uslov  $L_i L_{jj} > L_{ij}^2$ , što je posledica *pozitivne definitnosti* funkcije disipacije u blizini ravnoteže.

Uslov  $\sigma = \sum_j X_j J_j \geq 0$  važi za sumu u celini! Tako je moguće da je  $X_i J_i < 0$ , ako je ispunjen uslov  $\sum_{j \neq i} X_j J_j > |X_i J_i|$  odnosno u *otvorenom sistemu sa konjugovanim fluksevima* moguć je fluks neostvariv u zatvorenom sistemu! Pri tome, **uslov konjugacije** je  $L_{ij} \neq 0, i \neq j$ .

Znači, pod određenim uslovom *produkcija entropije u otvorenom sistemu* omogućuje proticanje *procesa nemogućih u izolovanim sistemima* ( $X_i J_i < 0$ ) – što je izuzetno značajno za biološke sisteme!

Fluksevi  $J_j$  i sile  $X_j$  mogu biti kako *skalarni*, tako i *vektorski*.

Međutim, u *izotropnim sistemima* nemoguća je konjugacija između skalarnih i vektorskih procesa ( $L_{sv}=L_{vs}=0$ ). Ipak, u *anizotropnim sistemima* ovakva interakcija je moguća ( $L_{sv}\neq 0$ ): npr. *konjugacija hemijskih* (skalarnih) i *difuzionih* (vektorskih) procesa u *membrani!*

Za **biologiju** su posebno značajne **konjugacije hemijskih reakcija međusobno**, kao i sa procesom *difuzije!*

*Konjugacija hemijskih reakcija u otvorenom sistemu* omogućava proticanje **endogenih reakcija** (pri kojima *raste slobodna energija!*)! Takvi procesi postoje u biologiji, npr. *pri sintezi proteina*, kada se obrazuju peptidne veze, sa izdvajanjem vode koje već ima u višku u ćeliji! Ali, istovremeno teče i **egzogeni proces hidrolize adenozin-trifosfata** (ATF), pa je ukupna **funkcija disipacije pozitivna!**

Generalno, *konjugacija endogenih procesa sa hidrolizom ATF* ima *univerzalni značaj za biologiju* - pošto se posredstvom konjugacije hemijskih procesa realizuje univerzalna uloga ATF kao donora slobodne energije, neophodne za proticanje endogenih procesa. Ako bi ćelije i organizmi bili izolovani sistemi, ATF ne bi mogao da igra opisanu ulogu!

Tako, **neravnotežna termodinamika otvorenih sistema** već u **linearnoj aproksimaciji** dokazuje mogućnost proticanja *procesa zabranjenih u zatvorenim sistemima!!!* Ovo je od *fundamentalnog značaja* za **biologiju!**

Ćelija i organizam su **hemijske mašine**, koje funkcionišu kao posledica *hemijskih reakcija* i *prenosa supstanci* između ćelije ili organizma i okolne sredine, a takođe i unutar ćelije (organizma)!

Ipak, pošto je *fluks supstance* vektor, a *brzina hemijske reakcije* skalar – **konjugacija hemijskih reakcija** i *difuzionog prenosa supstance* može biti *direktna* samo u *anizotropnim* ćelijskim strukturama bez ravni i centra simetrije (*ćelijske membrane*, koje sadrže *hiralne* biopolimere).

Međutim, za biologiju je značajnija **indirektna konjugacija hemijskih procesa i difuzije**, kao posledica uslova *stacionarnih stanja linearnih sistema* (v. Zad. 2.2). Na primer, ona igra suštinsku ulogu u teoriji *aktivnog membranskog transporta* jona natrijuma i kalijuma u pravcu porasta njihovih koncentracija!



# **Stacionarna stanja konjugovanih linearnih sistema**

---

*Otvoreni sistem* može se naći u **stacionarnom neravnotežnom stanju!** U tom slučaju se produkcija entropije unutar sistema tačno *kompenzira* oticanjem entropije u okolnu sredinu:

$$dS = d_i S + d_e S = 0$$

Takvo stanje se ponekad naziva stanjem **protočne ravnoteže**, koje se veoma razlikuje od stvarnog ravnotežnog stanja!

*Stacionarno stanje* otvorenog sistema ostvaruje se ako su na sistem *nametnuta ograničenja*, koja fiksiraju konstantne vrednosti nekog skupa generalisanih sila, pri čemu se ostale generalisane sile mogu menjati:

$$\left\{ X_1, X_2, \dots, X_j \right\} = \text{const} \Rightarrow J_i \neq 0 \quad (i \leq j) ,$$
$$\left\{ X_{j+1}, X_{j+2}, \dots, X_n \right\} \neq \text{const} \Rightarrow J_i = 0 \quad (i > j) .$$

*Entropija* takvog sistema *ne dostiže maksimum*, jer je funkcija disipacije različita od nule!

Kao primer, uzmimo da sistem razmenjuje sa okolinom supstancu i energiju, ali je njegova masa konstantna: postoji toplotni fluks ( $J_T \neq 0$ ) ali nema masenog fluksa ( $J_M = 0$ ). Funkcija disipacije je:

$$\sigma = J_T X_T + J_M X_M,$$

a linearne relacije su

$$J_T = L_{11} X_T + L_{12} X_M \neq 0,$$

$$J_M = L_{21} X_T + L_{22} X_M = 0.$$

Smatrajući da je  $X_T = \text{const}$ , dobija se:

$$\sigma = L_{11}X_T^2 + (L_{12} + L_{21})X_T X_M + L_{22}X_M^2.$$

Diferenciranjem po  $X_M$  (pri  $X_T = \text{const}$ ), dobija se

$$\frac{\partial \sigma}{\partial X_M} = 2L_{22}X_M + (L_{12} + L_{21})X_T = 2(L_{21}X_T + L_{22}X_M) = 2J_M = 0,$$

gde je za sistem blizu ravnoteže primenjena Onzagerova teorema ( $L_{12} = L_{21}$ ).

Nalazeći i drugi izvod:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial X_M^2} = 2L_{22} > 0 ,$$

vidi se da je *u stacionarnom stanju, u blizini ravnoteže, produkcija entropije minimalna (Prigožinova teorema)!*

Ako je u prethodnom primeru i  $X_T \neq \text{const}$ , to je i  $J_T = 0$  (uz  $J_M = 0$ ) – pa je  $\sigma = 0$ , odnosno sistem dostiže *pravo ravnotežno stanje* (sa maksimumom entropije)!

Pošto je u stacionarnom stanju produkcija entropije minimalna ( $\sigma_{min}$ ), to je **varijacioni uslov stabilnosti** stacionarnog stanja:

$$\delta\sigma = \delta_X\sigma + \delta_J\sigma = 2\delta_X\sigma > 0$$

(zbog Onzagerove teoreme je  $\delta_X\sigma = \delta_J\sigma = \delta\sigma/2$ ) – odnosno, u blizini ravnoteže *fluktuacija može izazvati samo višak produkcije entropije!*

U prethodno razmotrenom *sistemu koji razmenjuje sa okolinom supstancu i energiju ali ne i masu*, bilo je  $J_M = 0$ , pa pri fluktuaciji  $\delta X_M$  imamo  $J_M = L_{22}\delta X_M$  (gde je  $L_{22} > 0$ ), odakle je

$$\delta_X\sigma = J_M\delta X_M = L_{22}(\delta X_M)^2 > 0,$$

odnosno ispunjen je uslov stabilnosti stacionarnog stanja!

Za *hemijske reakcije*, uslov stabilnosti ima oblik

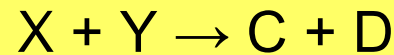
$$\delta\sigma = 2\delta_X\sigma = 2\sum_i v_i \frac{\delta A_i}{T} > 0$$

Uzimajući da su u stacionarnom stanju, pri fluktuacijama  $\delta A_j$ , brzine reakcija  $v_i = \sum_j L_{ij} \delta A_j / T \equiv \delta v_i$  posledica tih fluktuacija

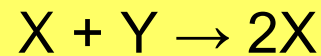
– to je *uslov stabilnosti stacionarnog stanja* za hemijske reakcije

$$T\delta_X\sigma = \sum_i \delta v_i \delta A_i > 0$$

U Zad. 2.3 dati su primeri primene uslova stabilnosti stacionarnog stanja za *hemijsku reakciju*



(za koju je uslov stabilnosti ispunjen!), i *autokatalitičku hemijsku reakciju*, koja dovodi do povećanja koncentracije polazne supstance



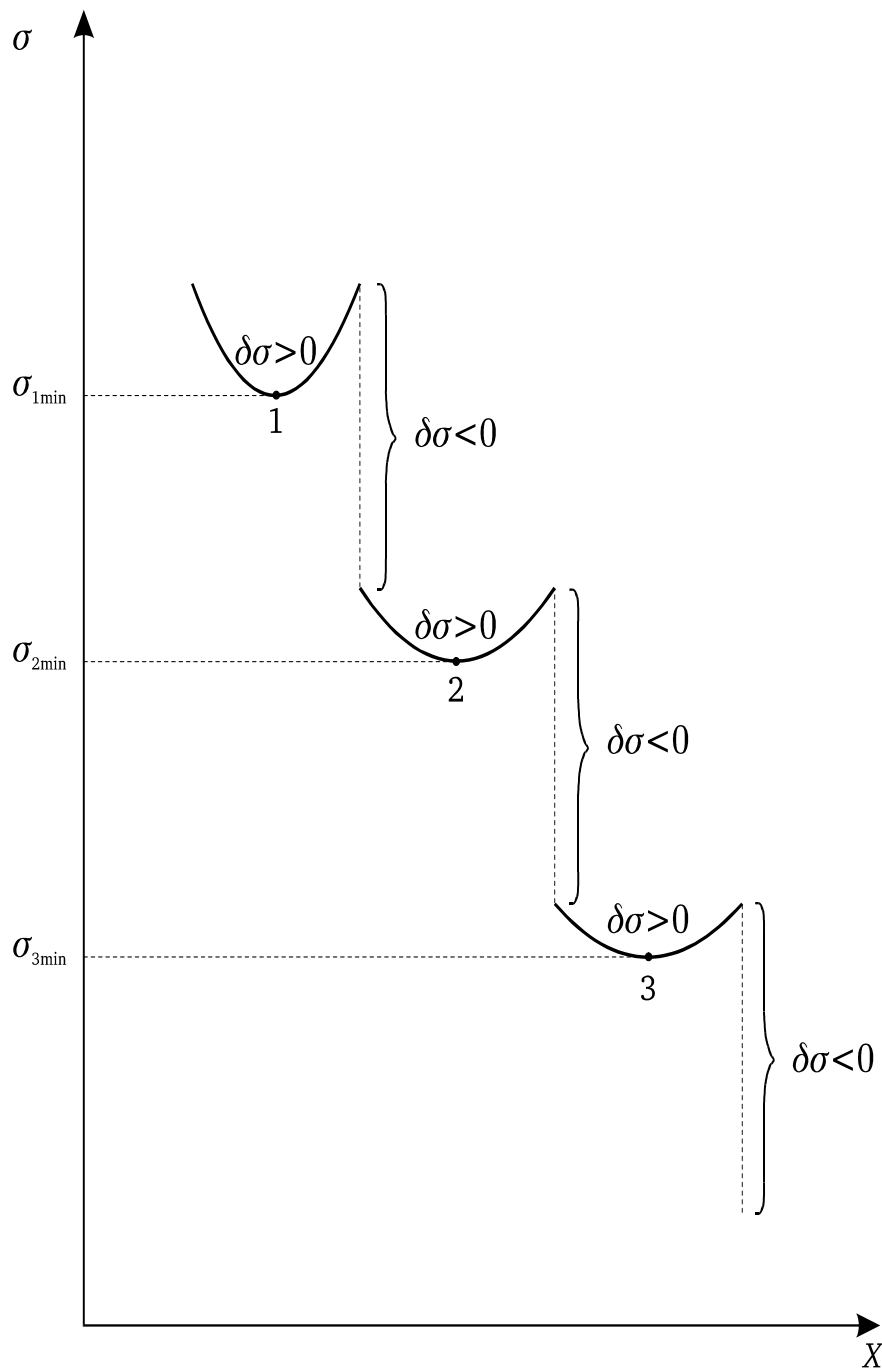
(za koju uslov stabilnosti nije ispunjen; međutim, u blizini ravnoteže,  $X+Y \rightleftharpoons 2X$ , uslov je ispunjen!).

Na taj način, na *primeru autokatalitičke reakcije*, vidi se da **daleko od ravnoteže** mogu nastati **nestabilnosti disipativnog** (otvorenog) **sistema**, kada je

$$\delta\sigma = 2\delta_X\sigma < 0.$$

Tada može doći do faznog prelaza usled *pojačanja fluktuacije* ( $\delta X$ ) *do makroskopskog nivoa*, kada može *nastati novo stabilno stanje*, odnosno *nova struktura* (v. Sliku).





Šematski prikaz *stacionarnih stanja* (1, 2, 3...) *u blizini ravnoteže*, gde je produkcija entropije  $\sigma$  minimalna (u pitanju su lokalni minimumi u blizini kojih je  $\delta\sigma > 0$ ). *Daleko od ravnoteže* nastaju *nestabilnosti* disipativnog sistema (sa  $\delta\sigma < 0$ ), kada dolazi do pojačanja fluktuacije ( $\delta X$ ) do makroskopskog nivoa i *faznog prelaza u novo stacionarno stanje* (oblasti faznih prelaza prikazane su isprekidanim linijama, kada je  $\delta\sigma < 0$ ).

*Evolucioni razvoj* dovodi do sve veće organizacije, čime se  *smanjuje produkcija entropije* ( $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow \dots$ ).

Oblast fizike koja izučava disipativne sisteme i njihovo uređenje naziva se **sinergetika!** U toj oblasti se izlazi *izvan granica (neravnotežne) termodinamike*, i neophodno je analizirati *konkretne dinamičke modele!* Ti modeli se pokazuju efikasnim i pri izučavanju *biološkog razvoja*: filogeneze i ontogeneze.

Proučavanje disipativnih sistema dovelo je i do *proširenja teorije informacija*: pokazalo se da je neophodno proučavati ne samo količinu informacije, njen prenos i kodiranje, već i *prijem informacije*, moguć samo *pri postojanju nestabilnosti*. U tom smislu treba i shvatiti pojam "antientropičnosti" života!

# Operator gustine.

## Fon Nojmanova entropija

---

U kvantnoj mehanici stanja koja ne mogu biti opisana vektorima stanja nazivaju se **mešanim stanjima** i opisuju se **operatorom gustine** (ili statističkim operatorom):

$$\hat{\rho} = \sum_i |c_i|^2 |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \equiv \sum_i |\psi_i\rangle p_i \langle\psi_i|$$

Za specijalan slučaj da svi  $p_i$  iščezavaju osim  $j$ -tog dobija se **operator gustine čistog stanja**  $|\psi_j\rangle$ :

$$\hat{\rho} = |\psi_j\rangle\langle\psi_j|$$

Uvodeći **kompletan, ortonormirani bazis** svojstvenih stanja neke observable,  **$i$ -ti član ansambla** može se napisati kao:

$$|\psi_i\rangle = \sum_n |\varphi_n\rangle\langle\varphi_n|\psi_i\rangle = \sum_n c_n^{(i)} |\varphi_n\rangle$$

**Matrični element operatora gustine** između svojstvenih stanja  $n$  i  $n'$  je:

$$\langle \varphi_n | \hat{\rho} | \varphi_{n'} \rangle = \sum_i \langle \varphi_n | \psi_i \rangle p_i \langle \psi_i | \varphi_{n'} \rangle = \sum_i p_i c_n^{(i)} c_{n'}^{(i)*}$$

Ove veličine formiraju elemente **matrice gustine**, čiji je **trag**:

$$\begin{aligned} \text{Tr} \hat{\rho} &= \sum_n \langle \varphi_n | \hat{\rho} | \varphi_n \rangle = \sum_i \sum_n \langle \varphi_n | \psi_i \rangle p_i \langle \psi_i | \varphi_n \rangle = \\ &= \sum_i \sum_n p_i \langle \psi_i | \varphi_n \rangle \langle \varphi_n | \psi_i \rangle = \sum_i p_i = 1 \end{aligned}$$

odakle sledi:

$$0 \leq \langle \varphi_n | \hat{\rho} | \varphi_n \rangle \leq 1$$

**Kvadrat operatora gustine za čisto stanje je:**

$$\hat{\rho}^2 = |\psi\rangle\langle\psi|\psi\rangle\langle\psi| = |\psi\rangle\langle\psi| = \hat{\rho}$$

pa je:

$$\text{Tr}\hat{\rho}^2 = \text{Tr}\hat{\rho} = 1$$

**Kvadrat operatora gustine za statističku mešavinu (mešano stanje) je:**

$$\hat{\rho}^2 = \sum_i \sum_j p_i p_j |\psi_i\rangle\langle\psi_i|\psi_j\rangle\langle\psi_j|$$

pa je:

$$\begin{aligned} \text{Tr}\hat{\rho}^2 &= \sum_n \langle\varphi_n|\hat{\rho}^2|\varphi_n\rangle = \sum_n \sum_i \sum_j p_i p_j \langle\varphi_n|\psi_i\rangle\langle\psi_i|\psi_j\rangle\langle\psi_j|\varphi_n\rangle \\ &= \sum_i \sum_j p_i p_j |\langle\psi_i|\psi_j\rangle|^2 \leq \left[ \sum_i p_i \right]^2 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Tr}\hat{\rho}^2 = 1 \quad (\text{čisto stanje})$$

Tako dobijamo **kriterijum za čista i mešana stanja:**

$$\text{Tr}\hat{\rho}^2 < 1 \quad (\text{mešano stanje})$$

Prema principu korespondencije, fon Nojman je uveo ***kvantnomehaničku entropiju***:

$$S = -k \text{Tr}(\hat{\rho} \ln \hat{\rho})$$

koja se posle proračuna traga svodi na:

$$S = -k \sum_i p_i \ln p_i$$

Za ***čisto stanje*** se dobija da je:

$$S_{\psi_j} = 0$$

Za ***mešano stanje*** se dobija da je:

$$S_M > 0$$

a u bazisu u kome je operator gustine dijagonalan, entropija se može izračunati iz dijagonalnih članova:

$$S_M = -k \sum_k \rho_{kk} \ln \rho_{kk}$$

**[PRIMER: U tom kontekstu plauzibilno je uzeti **zdravo psihosomatsko stanje** kao najjednostavnije informaciono stanje najniže kvantne entropije (sa **jednim memorijskim atraktorom**) & **poremećeno psihosomatsko stanje** kao kompleksnije stanje više kvantne entropije (sa **dodatnim bočnim memorijskim atraktorima**). Tako, predstavljajući **psihosomatsko stanje** u **generalno mešanom kvantnom stanju**, opisanom **matricom gustine**:**

$$\widehat{\rho}_{S_{kv}}^{(k)} = \sum_i |c_{k_i}|^2 |\phi_v^{(k_i)}\rangle_{S_{kv}S_{kv}} \langle \phi_v^{(k_i)}| \equiv \sum_i p_{k_i} |\phi_v^{(k_i)}\rangle_{S_{kv}S_{kv}} \langle \phi_v^{(k_i)}|$$

**fon Nojmanova kvantno-mehanička entropija**  $S = -kTr(\widehat{\rho}_{S_{kv}}^{(k)} \ln \widehat{\rho}_{S_{kv}}^{(k)})$  **redukuje se na Šenonovu klasičnu entropiju:**  $S = -k \sum_i p_{k_i} \ln p_{k_i}$ .

Onda bi **entropija čistog-zdravog stanja** psihosomatskog sistema (opisanog jednim  $k_0$ -tim članom u superpoziciji, verovatnoće  $p_{k_0} = 1$ ) bila jednaka  $S_{k_0} = 0$  (pošto **čisto kvantno stanje**  $\widehat{\rho}_{S_{kv}}^{(k_0)}$  daje **maksimalnu moguću informaciju** o kvantnom psihosomatskom sistemu), dok bi **entropija mešanog-poremećenog stanja** psihosomatskog sistema (opisanog potpunom gornjom superpozicijom), bila  $S_{\widehat{\rho}} > 0$  (jer **mešano stohastičko stanje**  $\widehat{\rho}_{S_{kv}}^{(k)}$  daje **nekompletnu informaciju** o kvantnom psihosomatskom sistemu).

Dakle, unutar našeg Hopfildovskog kvantno-holografskog okvira, **psihosomatsko zdravo stanje jeste stanje minimalne entropije**, dok **psihosomatsko poremećeno stanje jeste stanje povećane entropije**. Tako, **primena psihosomatskih terapija smanjuje entropiju (degradaciju) tj. povećava informaciju (organizaciju) makroskopskog kvantnog psihosomatskog sistema.**]

## LITERATURA

1. A. J. Leggett, Macroscopic quantum systems and the quantum theory of measurement, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* No. 69 (1980) 80-100.
2. A. J. Leggett, A. Garg, Quantum mechanics versus macroscopic realism: Is the flux there when nobody looks?, *Phys. Rev. Lett.* 54 (1985) 857-860.
3. W. H. Zurek, Decoherence and the transition from quantum to classical, *Phys. Today* 44(10) (1991) 36-44.
4. W. H. Zurek, Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical, *Rev. Mod. Phys.* 75 (2003) 715-765.
5. G. C. Ghirardi, A. Rimini, T. Weber, Unified dynamics for microscopic and macroscopic systems, *Phys. Rev. D* 34 (1986) 470-491.
6. R. Penrose, On gravity's role in quantum state reduction, *Gen. Rel. Grav.* 28 (1996) 581-600.
7. J. Kofler, Č. Brukner, Classical world arising out of quantum physics under the restriction of coarse-grained measurements, *Phys. Rev. Lett.* 99 (2007) 180403.
8. J. Kofler, Č. Brukner, Conditions for quantum violation of macroscopic realism, *Phys. Rev. Lett.* 101 (2008) 090403.
9. V. Vedral, *Decoding Reality: The Universe as Quantum Information*, Oxford Univ. Press, Oxford, 2010.
10. M. Dugić, *Dekoherencija u klasičnom limitu kvantne mehanike*, SFIN XVII(2), Institut za fiziku, Beograd, 2004.
11. D. Raković, M. Dugić, M. M. Ćirković, Macroscopic quantum effects in biophysics and consciousness, *NeuroQuantology* 2(4) (2004) 237-262.
12. D. Raković, M. Dugić, J. Jeknić-Dugić, M. Plavšić, S. Jaćimovski, J. Štrajčić, "On macroscopic quantum phenomena in biomolecules and cells: From Levinthal to Hopfield," *BioMed Res. Int.* 2014 (2014) Article ID 580491, 9 pages.
13. S. P. Sit'ko, L. N. Mkrtchian, *Introduction to Quantum Medicine*, Pattern, Kiev, 1994.
14. Ye. A. Andreyev, M. U. Bely, S. P. Sit'ko, *Proyavlenie sobstvenih haraktericheskikh chastot chelovecheskogo organizma, Zayavka na otkritie No. 32-OT-10609 ot 22. maya 1982.*
15. S. P. Sit'ko, Ye. A. Andreyev, I. S. Dobronravova, The whole as a result of self-organization, *J. Biol. Phys.* 16 (1988) 71-73.
16. S. P. Sit'ko, V. V. Gzhko, Towards a quantum physics of the living state, *J. Biol. Phys.* 18 (1991) 1-10.
17. S. P. Sit'ko, The realization of genome in the notions of Physics of the Alive, *Medical Data Rev.* 4(2) (2012) 207-215, Invited paper; Reprinted from: D. Raković, S. Arandjelović, M. Mićović (eds.), *Proc. Symp. Quantum-Informational Medicine QIM 2011: Acupuncture-Based and Consciousness-Based Holistic Approaches & Techniques*, QUANTTES & HF & DRF, Belgrade, 2011; <http://www.qim2011.org>.
18. Complete issue: *Physics of the Alive (Фізика живого)* 6(1) (1998).
19. L. M. Ricciardi, H. Umezawa, Brain and physics of many-body problems, *Kybernetik* 4 (1967) 44-48.
20. C. I. J. M. Stuart, Y. Takahashi, H. Umezawa, On the stability and non-local properties of memory, *J. Theor. Biol.* 71 (1978) 605-618.
21. C. I. J. M. Stuart, Y. Takahashi, H. Umezawa, Mixed-system brain dynamics: Neural memory as a macroscopic ordered state, *Found. Phys.* 9 (1979) 301-327.
22. H. Umezawa, *Advanced Field Theory: Micro, Macro, and Thermal Physics*, American Institute of Physics, New York, 1993.
23. E. Del Giudice, S. Doglia, M. Milani, A collective dynamics in metabolically active cells, *Phys. Lett.* 90A (1982) 104-106.
24. E. Del Giudice, S. Doglia, M. Milani, G. Preparata, G. Vitiello, Electromagnetic field and spontaneous symmetry breaking in biological matter, *Nucl. Phys. B* 275 (1986) 185-199.
25. E. Del Giudice, G. Preparata, G. Vitiello, Water as a free electric dipole laser, *Phys. Rev. Lett.* 90A (1988) 104-106.
26. E. Del Giudice, S. Doglia, M. Milani, C. W. Smith, G. Vitiello, Magnetic flux quantization and Josephson behaviour in living systems, *Phys. Scripta B* 40 (1989) 786-791.
27. G. Preparata, *QED Coherence in Matter*, World Scientific, Singapore, 1995.
28. L. Montagnier, J. Aissa, E. Del Giudice, C. Lavalley, A. Tedeschi, G. Vitiello, DNA waves and water, [arXiv:1012.5166v1](https://arxiv.org/abs/1012.5166v1) [q-bio.OT], submitted 23 Dec 2010; P. P. Garjajev, *Lingvisticheskoye-volnovoye genom: teoriya i praktika*, Institut kvantovoy genetiki, Kiev, 2009.



29. M. Jibu, S. Hagan, S. R. Hameroff, K. H. Pribram, K. Yasue, Quantum optical coherence in cytoskeletal microtubules: Implications for brain function, *BioSystems* 32 (1994) 195-209.
30. M. Jibu, K. Yasue, *Quantum Brain Dynamics: An Introduction*, John Benjamins, 1995.
31. M. Jibu, K. H. Pribram, K. Yasue, From conscious experience to memory storage and retrieval: The role of quantum brain dynamics and boson condensation of evanescent photons, *Intern. J. Mod. Phys.* 10 (1996) 1735-1754.
32. M. Jibu, K. Yasue, What is mind? Quantum field theory of evanescent photons in brain as quantum theory of consciousness, *Informatica* 21 (1997) 471-490.
33. M.-W. Ho, F.-A. Popp, U. Warnke, *Bioelectrodynamics and Biocommunication*, World Scientific, Singapore, 1994.
34. Complete issue: *Indian J. Exp. Biol.* 41(5) (2003), *Proc. Symp. Biophoton*.
35. J.-M. Lourtioz, H. Benisty, V. Berger, J.-M. Gerard, D. Maystre, A. Tchelnokov, *Photonic Crystals*, 2nd ed., Springer, Berlin, 2008.
36. D. Raković, On fundamental quantum-informational framework of acupuncture-based and consciousness-based integrative medicine, Plenary lesson presented at 7<sup>th</sup> European Congress for Integrative Medicine, ECIM 2014, Belgrade, 2014.
37. W. R. Adey, Tissue interactions with nonionizing electromagnetic fields, *Physiol. Rev.*, 61 (1981) 435-514, and refs therein.
38. Grupa autora, *Anti-stres holistički priručnik: sa osnovama akupunktura, mikrotalasne rezonantne terapije, relaksacione masaže, aerodonoterapije, autogenog treninga i svesti*, IASC, Beograd, 1999; D. Raković, *Stres i anti-stres: holistički kvantno-informacioni okvir sa pregledom preporučenih anti-stres pristupa i tehnika*, [http://www.dejanrakovicfund.org/2012\\_FDR\\_Stres\\_&\\_Antistres.pdf](http://www.dejanrakovicfund.org/2012_FDR_Stres_&_Antistres.pdf).
39. D. Raković, A. Škokljević, D. Đorđević, *Uvod u kvantno-informacionu medicinu, sa osnovama kvantno-holografske psihosomatike, akupunkturologije i refleksoterapije*, ECPD, Beograd, 2009.
40. <http://dejanrakovicfund.org>; FDR website Fonda Dejana Rakovića za promovisanje holističkog istraživanja i ekologije svesti, sa raspoloživim relevantnim autorovim knjigama, zbornicima, radovima, saopštenjima, i linkovima na preporučene websajtove.
41. D. Raković, Kvantno-holografske osnove psihosomatike i duhovnosti: prilog uporednom istraživanju nauke i religije, *Međuvrski okrugli sto 'Religija, nauka, kultura: doprinos svetskih religija nauci i kulturi – verska baština kao predmet istraživanja na Univerzitetu u Beogradu'*, Kancelarija ombudsmana Univerziteta u Beogradu, 10.06.2013. (preprint).
42. D. Raković, S. Arandjelović, M. Mićović (eds.), *Proc. Symp. Quantum-Informational Medicine QIM 2011: Acupuncture-Based and Consciousness-Based Holistic Approaches & Techniques*, QUANTTES & HF & DRF, Belgrade, 2011.
43. D. Raković, *Osnovi biofizike*, 3. izd., IASC & IEFPG, Beograd, 2008.
44. D. Raković, *Integrativna biofizika, kvantna medicina i kvantno-holografska informatika: psihosomatsko-kognitivne implikacije*, IASC & IEFPG, Beograd, 2008, ima i engl. prevod, 2009.
45. L. Susskind, J. Lindesay, *An Introduction to Black Holes, Information and the String Theory Revolution: The Holographic Universe*, World Scientific, Singapore, 2005.
46. Ž. Mihajlović Slavinski, *PEAT i neutralizacija praiskonskih polariteta*, Beograd, 2000; *PEAT, novi putevi*, Beograd, 2010; imaju i engl. prevodi.
47. Z. Jovanović-Ignjatić, *Kvantno-hologramska medicina: kroz prizmu akupunktornih i mikrotalasno-rezonantnih (samo)regulatornih mehanizama*, Quanttes, Beograd, 2010.
48. Y. Zhang, *ECIWO Biology and Medicine: A New Theory of Conquering Cancer and Completely New Acupuncture Therapy*, Neimenggu People Press, Beijing, 1987.
49. N. D. Devyatkov, O. Betskii (eds.), *Biological Aspects of Low Intensity Millimetre Waves*, Seven Plus, Moscow, 1994.
50. Yu. P. Potehina, Y. A. Tkachenko, A. M. Kozhemyakin, *Report on Clinical Evaluation for Apparatus EHF-IR Therapies Portable with Changeable Oscillators CEM TECH*, CEM Corp, Nizhniy Novgorod, 2008.
51. M. Y. Gotovski, Y. F. Perov, L. V. Chernecova, *Bioresonansnaya terapiya*, IMEDIS, Moskva, 2008.
52. R. Voll, Twenty years of electroacupuncture diagnosis in Germany. A progress report, *Am. J. Acup.* 3(1) (1975) 7-17.
53. [http://www.imconsortium.org/prod/groups/ahc/@pub/@ahc/@cahcim/documents/asset/ahc\\_asset\\_391689.pdf](http://www.imconsortium.org/prod/groups/ahc/@pub/@ahc/@cahcim/documents/asset/ahc_asset_391689.pdf); website Konzorcijuma akademskih medicinskih centara za integrativnu medicinu, osnovanog krajem 1990-ih, koji uključuje preko 50 vrhunskih američkih akademskih centara i pridruženih institucija, sa ciljem transformisanja medicine kroz rigorozne naučne studije, nove modele kliničke nege, i inovativne edukativne programe koji integrišu biomedicinu, kompleksnost ljudskog bića, suštinsku prirodu isceljenja, i bogatstvo terapijskih sistema.

54. <http://www.issseem.org>; ISSSEEM website Internacionalnog društva za proučavanje suptilnih energija i energetske medicine, osnovanog krajem 1980-ih.
55. <http://www.energy-medicine.info>; Energetix website sa savremenim kritičkim pregledom i zapadnih i istočnih tehnologija iz oblasti energetske-kvantno-informacione medicine, uključujući informaciju o Rife-ovom ranom istraživanju u oblasti biorezonantne medicine 1930-ih, koje nije bilo priznato u to vreme.
56. M. Peruš, Neuro-quantum parallelism in mind-brain and computers, *Informatica* 20 (1996) 173-183.
57. I. Cosic, Macromolecular bioactivity: Is it resonant interaction between macro-molecules? – Theory and applications, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 41(12) (1994) 1101-1114.
58. I. Cosic, *The Resonant Recognition Model of Macromolecular Bioactivity: Theory and Applications*, Birkhauser Verlag, Basel, 1997.
59. G. Keković, D. Raković, B. Tošić, D. Davidović, I. Cosic, Quantum-mechanical foundations of Resonance Recognition Model, *Acta Phys. Polon. A* 17(5) (2010) 756-759.
60. K. Pribram, *Languages of the Brain: Experimental Paradoxes and Principles in Neuro-psychology*, Brandon, New York, 1971.
61. K. Pribram, *Brain and Perception: Holonomy and Structure in Figural Processing*, Lawrence Erlbaum, Hillsdale, 1991.
62. H. Lindemann, *Autogeni trening*, Prosvjeta, Zagreb, 1976.
63. Dž. Marfi, *Moć podsvesti*, Mano & Manana, Beograd, 1998.
64. D. Chopra, *Kvantno isceljenje: istraživanje medicine uma i tla*, Radioelektro, Beograd, 1997.
65. Paramhansa Yogananda, *Autobiografija jednog jogija*, Babun, Beograd, 2006.
66. B. A. Brennan, *Iscejeliteljske ruke: sve o liječenju kroz ljudsko energetske polje*, Barka, Zagreb, 1997.
67. K. S. Cohen, *The Way of Qigong: The Art and Science of Chinese Energy Healing*, Random House of Canada, 1999.
68. Mantak Chia, *Awaken Healing Energy through the Tao*, Aurora Press, Santa Fe, 1983.
69. Swami Sada Shiva Tirtha, *The Ayurveda Encyclopedia. Natural Secrets of Healing, Prevention and Longevity*, 2nd ed., Sat Yuga Press, New York, 2007.
70. Master Choa Kok Sui, *Nauka i umetnost lečenja životnom energijom - Pranic Healing*, Alijanca Pranic Healing Asociation, Beograd, 2010.
71. H. Johari, *Breath, Mind, and Consciousness*, Destiny Books, Rochester, 1989.
72. Swami Satyananda Saraswati, *Joga Nidra: relaksacija, meditacija, uvođenje u san*, Partizan, 1984.
73. D. W. Orme-Johnson, J. T. Farrow (eds.), *Scientific Research on the Transcendental Meditation Program*, Collected papers Vol. 1, MERU Press, Rheinweiler, W. Germany, 1977.
74. D. Panajotović, *Budizam: vodič kroz Theravada budizam*, Udruženje srpskih izdavača, Beograd, 2011.
75. M. Milenković, *Reiki – put ka sebi*, 2. izd, Booking, Beograd, 2010.
76. E. Pearl, *Rekonekcija: leči druge, leči sebe*, Leo commerce, Beograd, 2007.
77. V. Stajbal, *Theta isceeljivanje: idi gore i traži Boga, idi gore i radi sa Bogom*, Beograd, 2009.
78. G. Grabovoi, S. Smirnova, S. Jelezky, *Methods of Healing through the Application of Consciousness*, Rare Ware Medienverlag, Hamburg, 2012.
79. R. Bartlett, *Matrix Energetics: The Science and Art of Transformation*, Beyond Words Publ., Hillsboro, 2009.
80. F. J. Kinslow, *The Secret of Instant Healing*, Hay House, Carlsbad, 2008.
81. S. Simonovska, Quantum transformation, In: D. Raković, S. Arandjelović, M. Mićović (eds.), *Proc. Symp. Quantum-Informational Medicine QIM 2011: Acupuncture-Based & Consciousness-Based Holistic Approaches & Techniques*, QUANTTES & HF & DRF, Belgrade, 2011.
82. W. Fishman, M. Grinims, *Muscle Response Test*, Richard Marek, New York, 1979.
83. B. Helinger, G. ten Hevel, *Priznati ono što jeste*, Paideia, Beograd, 2010; <http://www.orderoflove.com>.
84. M. Tomšić Akengen, Abiku phenomenon: Spiritual origin and treatment of self-destructiveness, In: D. Raković, S. Arandjelović, M. Mićović (eds.), *Proc. Symp. Quantum-Informational Medicine QIM 2011: Acupuncture-Based and Consciousness-Based Holistic Approaches & Techniques*, QUANTTES & HF & DRF, Belgrade, 2011.
85. Č. Hadži-Nikolić, Entheogenic shamanism: Anthropological category, transpersonal dimension or psychotherapeutic model, In: D. Raković, S. Arandjelović, M. Mićović (eds.), *Proc. Symp. Quantum-Informational Medicine QIM 2011: Acupuncture-Based and Consciousness-Based Holistic Approaches & Techniques*, QUANTTES & HF & DRF, Belgrade, 2011.

86. B. J. Øverbye, The divided self as understood by shaman natural healers! An effort of transcultural research to understand altered states of mind, *Med. Data Rev.* 1(3) (2009) 69-76.
87. P. Vujićin, Stanja svesti u ezoterijskoj praksi, u: D. Raković, Đ. Koruga (eds.), *Svest: naučni izazov 21. veka*, ECPD, Beograd, 1996.
88. S. Petrović, *Tibetanska medicina*, Narodna knjiga – Alfa, Beograd, 2000.
89. C. Tart (ed.), *Transpersonal Psychologies*, 2nd ed. Harper, San Francisco, 1992; C. Tart (ed.), *Transpersonal Psychologies*, 2nd ed., Harper, San Francisco, 1992.
90. <http://www.atpweb.org>; ATP website Društva za transpersonalnu psihologiju, koje se od ranih 1970-ih bavi proučavanjem najvišeg ljudskog potencijala, i sa razumevanjem holističkih spiritualnih i transcendentnih stanja svesti (čineći transpersonalnu psihologiju četvrtom silom u psihologiji, pored psihoanalize, biheviorizma, i humanističke psihologije, prema Maslow-u, jednom od njenih osnivača).
91. S. Grof, C. Grof, *Holotropic Breathwork: A New Approach to Self-Exploration and Therapy*, Series in Transpersonal and Humanistic Psychology, Sunny Press, Albany, 2010.
92. S. Milenković, *Vrednosti savremene psihoterapije*, Narodna knjiga – Alfa, Beograd, 1997.
93. V. Jerotić, *Individuacija i (ili) oboženje*, Ars Libri, Beograd & Narodna i univerzitetska biblioteka, Priština, 1998.
94. J. Vlahos, *Pravoslavna psihoterapija: svetootačka nauka*, Pravoslavna misionarska škola pri Hramu Sv. Aleksandra Nevskog, Beograd, 1998.
95. L. Dossey, *Healing Words: The Power of Prayer and the Practice of Medicine*, Harper, San Francisco, 1993.
96. K. C. Markides, *Mag iz Stovolosa – neobični svet jednog duhovnog iscelitelja*, Narodna knjiga - Alfa, Beograd, 2004.
97. W. S. Harris, M. Gowda, J. W. Kolb, C. P. Strychacz, J. L. Vacek, P. G. Jones, A. Forker, J. H. O'Keefe, B. D. McCallister, A randomized, controlled trial of the effects of remote, intercessory prayer on outcomes in patients admitted to the coronary care unit, *Arch. Intern. Med.* 159 (1999) 2273-2278.
98. B. Bedričić, M. Stokić, Z. Milosavljević, D. Milovanović, M. Ostojić, D. Raković, M. Sovilj, S. Maksimović, Psycho-physiological correlates of non-verbal transpersonal holistic psychosomatic communication, In: S. Jovičić, M. Subotić, eds., *Verbal Communication Quality Interdisciplinary Research I*, LAAC & IEPSP, Belgrade, 2011.
99. R. Hecht-Nielsen, *Neurocomputing*, Addison-Wesley, New York, 1990.
100. R. G. Jahn, B. J. Dunne, *Consciousness and the Source of Reality: The PEAR Odyssey*, ICRL, Princeton, 2011;
101. D. Radin, *Entangled Minds: Extrasensory Experiences in a Quantum Reality*, Paraview, New York, 2006.
102. L. McTaggart, *Eksperiment namjere*, TELEDisk, Zagreb, 2008.
103. M. Njutn, *Putovanje duša*, Zrak, Beograd, 2012.
104. H. Fröhlich, Long-range coherence and energy storage in biological systems, *Int. J. Quantum Chem.* 2 (1968) 641-649.
105. G. Keković, D. Raković, M. Satarić, Dj. Koruga, Model of soliton transport through microtubular cytoskeleton in acupuncture system, *Mater. Sci. Forum* 494 (2005) 507-512.
106. S. Thorne, *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous Legacy*, Picador, London, 1994.
107. M. Talbot, *Holografski univerzum*, Artist, Beograd, 2006.
108. [http://www.youtube.com/watch?v=faUJAgvvV\\_c](http://www.youtube.com/watch?v=faUJAgvvV_c); snimak demonstriranih upečatljivih psihokinetičkih fenomena srpskog dečaka (sa isceliteljskim urođenim svojstvima, koja jasno svedoče u prilog njegove jake vitalne energije), sa čijih grudí ne padaju na zemlju metalni, plastični ili stakleni predmeti težine do nekoliko kilograma (verovatno zbog anti-gravitacionog poništenja lokalnog gravitacionog polja na mestima dečakovih čakri, spontano dopunjavanih jakom vitalnom energijom kroz transpersonalno otvorene energetske kanale, kao u Čigongu ili Reikiju).
109. Pitanje prostorno-vremenskog tuneliranja vitalne energije kroz transpersonalno otvorene energetske kanale na prvi pogled protivureči tzv. *no-cloning* teoremi iz Kvantne informatike, koja dozvoljava samo distantnu teleportaciju kvantnih stanja ali ne i kvantnih čestica, što je ekvivalentno iskazu da nije moguće kretanje kvantnih čestica brzinom većom od brzine svetlosti u vakuumu [10]; međutim, takva ograničenja se odnose samo na (Šredingerovski upravljane) unitarne transformacije kvantnih stanja, ali ne i na (ne-Šredingerovski upravljane) neunitarne transformacije kvantnih stanja povezane sa kolapsom talasne funkcije (preko probabilistički generisanih lokalnih kvantno-gravitaciono-indukovanih "wormhole" tunela, prema predloženom kvantno-holografskom / kvantno-gravitacionom teorijskom okviru).

**DODATAK.  
REPETITORIJUM IZ  
STATISTIČKE FIZIKE**

# Statistička fizika, teorija informacija i termodinamika

---

- Razmotrimo tekst od  $n$  slova, smeštenih u  $n$  "ćelija". U svakoj od  $n$  ćelija može se naći jedno od  $m$  slova. Neka u tekstu ima  $n_1$  slova  $A$ ,  $n_2$  slova  $B$  itd:  $n = \sum_{i=1}^m n_i$

Verovatnoća pojavljivanja datog slova je:

$$p_i = \frac{n_i}{n} \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad \text{pri čemu je: } \sum_{i=1}^m p_i = 1.$$

Ukupan broj ovakvih nizova od  $n$  slova  $m$ -slovnog jezika jednak je:

$$P = \frac{n!}{\prod_{i=1}^m n_i!}.$$

- Informacija koja se sadrži u jednom tekstu definiše se kao:

$$I = k \cdot \ln P$$

Kombinovanjem prethodne dve jednačine uz korišćenje Stirlingove formule, kao i izraza za verovatnoću pojavljivanja datog slova, dobija se:

$$\begin{aligned} I = k \ln P &\approx k \left( n \ln n - n - \sum_{i=1}^m n_i \ln n_i + \sum_{i=1}^m n_i \right) = \\ &= -kn \left[ \sum_{i=1}^m p_i (\ln n_i - \ln n) \right] = -kn \sum_{i=1}^m p_i \ln p_i, \end{aligned}$$

odnosno informacija po jednom slovu teksta (*Šenonova formula*):

$$i = \frac{I}{n} = -k \sum_{i=1}^m p_i \ln p_i,$$

- U termodinamici, izborom  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K (Bolcmanova konstanta), informacija  $i$  se izražava u J/K, tj. u jedinicama **entropije**:

$$S = -k \sum_i p_i \ln p_i.$$

odnosno ova veličina predstavlja zaista fizičku entropiju.

Naime, srednja energija sistema je

$$E = \sum_i p_i E_i = \text{const},$$

pa se metodom Lagranžovih koeficijenata

$$\frac{1}{k} \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial p_j} - (\alpha - 1) \frac{\partial}{\partial p_j} \left( \sum_i p_i - 1 \right) - \beta \frac{\partial}{\partial p_j} \left( \sum_i p_i E_i - E \right) = 0,$$

odredjuju koeficijenti  $(\alpha - 1)$  i  $\beta$ . Posle diferenciranja dobija se:

$$- \ln p_j - 1 - (\alpha - 1) - \beta E_j = 0$$

odakle je

$$p_j = e^{-\alpha - \beta E_j}.$$

Zamenom ovog izraza u izraz za entropiju dobija se *maksimalna entropija*

$$\frac{1}{k} S = - \sum_i p_i (-\alpha - \beta E_i) = \alpha \sum_i p_i + \beta \sum_i p_i E_i = \alpha + \beta E.$$

S druge strane je

$$1 = \sum_i p_i = e^{-\alpha} \sum_i e^{-\beta E_i} = e^{-\alpha} \cdot Z, \quad \text{tj. } \alpha = \ln Z$$

Zamenom  $\alpha$  u izraz za maksimalnu entropiju dobija se:

$$E - \frac{1}{k\beta} S = -\frac{1}{\beta} \ln Z,$$



Uzimajući  $\beta = \frac{1}{kT}$ , prethodni izraz daje **Helmholcovu slobodnu energiju** sistema ( $F$ )

$$F = E - TS = -kT \ln Z$$

odakle je **Gibsova slobodna energija** sistema ( $G$ )

$$G = F + pV = E + pV - TS = H - TS$$

u kojoj je  $H = E + pV$  - **entalpija** sistema.

- Ako se *informacija* i *entropija* mere na istom nivou recepcije, to će važiti **Zakon održanja**

$$I + S = \text{const.}$$

što znači da je *entropija* mera nedostatka *informacije* u sistemu!

- Prethodno je uvedena **statistička suma**  $Z$ ,

$$Z = \sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}},$$

koja je veoma značajna veličina u Statističkoj fizici.

- **Bolcmanova (1877) verovatnoća raspodele** čestica po energijama je:

$$p_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}}}.$$

# Fermi-Dirakova, Boze-Ajnštajnova i Maksvel-Bolcmanova raspodela

---

- Prelaskom na *Kvantnu statističku fiziku*, energiju  $i$ -tog stanja sistema ( $E_i$ ) sa  $n_i$  čestica u tom stanju, predstavimo preko jednočestičnih energija ( $E_i$ ):

$$E_i = E_i n_i$$

- Za sistem sa promenljivim brojem čestica pri konstantnoj temperaturi i pritisku, kod koga je priraštaj **unutrašnje energije sistema** ( $dE$ ) povezan sa uloženom **toplotom** ( $dQ = TdS$ ), izvršenim **radom** ( $dA = pdV$ ), promenom **broja čestica** ( $dn$ ) i promenom **Gibsove slobodne energije** ( $dG$ ) termodinamičkim relacijama

$$dE + p dV - T dS - \mu dn = dG - \mu dn = 0$$

gde je

$$\mu = \left( \frac{\partial G}{\partial n} \right)_{p,T}$$

**hemijski potencijal** sistema, a umesto izraza za jednočestičnu energiju treba koristiti izraz

$$E_i = (E_i - \mu)n_i$$

- Tada se dobija **Gibsova verovatnoća raspodele** čestica po energijama

$$p_i(E_i, n_i) = \frac{e^{-\frac{(E_i - \mu)n_i}{kT}}}{\sum_{i, n_i} e^{-\frac{(E_i - \mu)n_i}{kT}}} = \frac{e^{-\frac{(E_i - \mu)n_i}{kT}}}{Z},$$

gde se *Gibsova statistička suma*  $Z = \sum_{i, n_i} e^{-\frac{(E_i - \mu)n_i}{kT}}$ , naziva i **velikom statističkom sumom**.

- Srednji broj čestica u  $i$ -tom stanju jednočestične energije  $E_i$  jednak je:

$$\bar{n}_i = \sum_{n_i} n_i p_i(n_i, E_i) = \frac{\sum_{n_i} n_i e^{-\frac{(E_i - \mu)n_i}{kT}}}{Z} = \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \mu} kT$$

- U slučaju **fermiona** u  $i$ -tom kvantnom stanju može se naći najviše jedna čestica ( $n_i = 0, 1$ ), zbog Paulijevog principa isključenja, pa se za fiksirano  $i$  (odnosno  $E_i$ ) iz izraza za statističku sumu dobija

$$Z_f = 1 + e^{-\frac{E_i - \mu}{kT}},$$

pa je srednji broj fermiona

$$\bar{n}_i = \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu}{kT}} + 1},$$

što predstavlja **Fermi-Dirakovu** (1926) **raspodelu**, a istovremeno predstavlja i verovatnoću nalaženja fermiona u  $i$ -tom kvantnom stanju energije  $E_i$ ,

$$f(E_i) = \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu}{kT}} + 1},$$

- U slučaju **bozona** u  $i$ -tom kvantnom stanju može se naći proizvoljan broj čestica pa se za fiksirano  $i$  iz statističke sume dobija:

$$Z_b = 1 + e^{-\frac{E_i - \mu}{kT}} + e^{-2\frac{E_i - \mu}{kT}} + \dots = \frac{1}{1 - e^{-\frac{E_i - \mu}{kT}}},$$

odakle je srednji broj bozona u  $i$ -tom kvantnom jednočestičnom stanju energije  $E_i$ , jednak:

$$\bar{n}_i = \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu}{kT}} - 1},$$

što predstavlja **Boze-Ajnštajnovu (1924) raspodelu**. Osim toga, kod Boze-Ajnštajnovе raspodele mora biti  $E_i - \mu \geq 0$  odnosno  $\mu \leq 0$ , jer bi se u suprotnom pri malim energijama  $E_i$  dobilo negativno  $n_i$ , što nema fizičkog smisla.

- Kod **fotona** (kvanata elektromagnetnog zračenja) i **fonona** (kvanata vibracija kristalne rešetke) je  $\mu = 0$ , što pri zameni  $E_i = h\omega$  dovodi do poznatog **Plankovog (1900) zakona**.

$$\bar{n}_\omega = \frac{1}{e^{\frac{h\omega}{kT}} - 1}.$$

- I Fermi-Dirakova i Boze-Ajnštajnova raspodela prelaze u klasičnu **Maksvel-Bolcmanovu (1877) raspodelu**

$$\bar{n}_i = e^{-\frac{E_i - \mu}{kT}},$$

kada je  $E_i - \mu \geq 2 \div 3 kT$ , odnosno *kada je*  $\exp((E_i - \mu)/kT) \gg 1$ .



*HVALA NA PAŽNJI I  
DOBRO DOŠLI U  
KVANTNO-HOLOGRAFSKU  
PSIHOSOMATSKU PARADIGMU!*