

OSNOVI BIOFIZIKE

DEJAN RAKOVIĆ

DEJAN RAKOVIĆ

OSNOVI BIOFIZIKE

IASC & IEFPG
Beograd 2008

IASC & IEFPG
Beograd 2008



DEJAN RAKOVIĆ

OSNOVI BIOFIZIKE

**IASC & IEFPG
Beograd 2008**

prof. dr Dejan Raković
OSNOVI BIOFIZIKE

treće, izmenjeno i dopunjeno izdanje

Izdavači

INTERNACIONALNI ANTI-STRES CENTAR (IASC)
Beograd, Smiljanićeva 11

INSTITUT ZA EKSPERIMENTALNU FONETIKU I PATOLOGIJU GOVORA (IEFPG)
Beograd, Gospodar Jovanova 35

Recenzenti

*prof. dr Đuro Koruga
akademik Jovan Šetrajčić*

Za izdavače

*prof. dr Dejan Raković
dr Mirjana Sovilj*

Tehnički urednici

*mr Slavica Pantelić
mr Miško Subotić*

CIP - Katalogizacija u publikaciji
Narodna biblioteka Srbije, Beograd

577.3(075.8)

RAKOVIĆ, Dejan I.

Osnovi biofizike / Dejan Raković, - 3., izmenjeno i dopunjeno izd. –
Beograd: Internacionlani anti-stres centar (IASC):
Institut za eksperimentalnu fonetiku i patologiju govora (IEFPG), 2008
(Beograd: Draslar partner). – IV, 368 str.: graf. prikazi; 24 cm

Tiraž 500. – Napomene uz tekst. – Bibliografija uz svako poglavlje.

ISBN 978-86-81879-18-4

a) Biofizika

COBISS.SR-ID 147132172

S A D R Ž A J

Predgovor

UVOD

Glava 1. FIZIKA BIOPOLIMERA

1.1.	Istorija problema	1
1.2.	Primarna, sekundarna, tercijarna i kvaternarna struktura biopolimera	7
1.3.	Struktura proteina	9
1.4.	Struktura nukleinskih kiselina (DNK, RNK)	13
1.5.	Problem genetskog koda	17
1.6.	Biosinteza proteina	19
1.7.	Fizika interakcije ferment-supstrat: molekularno prepoznavanje	21
1.8.	Perspektive za molekularnu elektroniku i nanomedicinu	32
1.9.	Metode karakterizacije biopolimera	36
1.9.1.	Metode karakterizacije molekulske težine biopolimera	36
1.9.2.	Difrakcione metode karakterizacije biopolimera	38
1.9.3.	Mikroskopjske metode karakterizacije biopolimera	39
1.9.4.	Spektroskopske metode karakterizacije biopolimera	42
1.10.	Zadaci	51
1.11.	Dopunska literatura	84

Glava 2. NERAVNOTEŽNA TERMODINAMIKA BIOLOŠKIH SISTEMA

2.1.	Neravnotežni procesi	89
2.2.	Konjugovani linearni procesi u blizini ravnoteže	92
2.3.	Stacionarna stanja konjugovanih linearnih sistema	93
2.4.	Zadaci	97
2.5.	Dopunska literatura	102

Glava 3. FIZIKA MEMBRANE I NERVNOG IMPULSA

3.1.	Fizika membrane	103
3.1.1.	Pasivni membranski transport	110
3.1.2.	Aktivni membranski transport	112
3.2.	Fizika nervnog impulsa	113
3.3.	Zadaci	118
3.4.	Dopunska literatura	126

Glava 4. BIOMEHANIČKI PROCESI

4.1.	Biofizika mišićnih kontrakcija	127
4.2.	Lokomotorni procesi	131
4.2.1.	Poluge i sistemi poluga	133
4.2.2.	Biomehanički aspekti osteogeneze	137
4.2.3.	Energetsko razmatranje frakture kosti	138
4.3.	Kardiovaskularni procesi	140
4.3.1.	Srce	140
4.3.2.	Krvotok	142
4.4.	Biomaterijali	147
4.5.	Zadaci	152
4.6.	Dopunska literatura	155

Glava 5. SLOŽENE BIOELEKTRIČNE AKTIVNOSTI	157
5.1. Elektrofiziologija EKG-signala	157
5.2. Elektrofiziologija EEG i MEG signala	160
5.2.1. Fizioška osnova EEG-signala	165
5.2.2. Fizioška osnova MEG-signala	168
5.2.3. Vremenske i frekventne metode analize EEG i EP signala	169
5.2.4. Čudni atraktori u EEG i EP signalu	171
5.2.5. Moždani talasi i stanja svesti	175
5.3. Moždane hijerarhijske neuronske mreže i kognitivne implikacije	178
5.3.1. Razvoj koncepta veštačkih neuronskih mreža	178
5.3.2. Hijerarhijski modeli moždanih neuronskih mreža	182
5.3.3. Implikacije za modeliranje kognitivnih funkcija	192
5.4. Telesne hijerarhijske neuronske mreže i psihosomatsko-kognitivne implikacije	194
5.4.1. Makroskopski kvantni efekti u biofizici i kvantne osnove svesti: psihosomatske implikacije	195
5.4.2. Kvantine i klasične telesne hijerarhijske neuronske mreže za modeliranje dva modusa svesti: kognitivne implikacije	205
5.4.3. Implikacije za modeliranje psihosomatsko-kognitivnih funkcija	214
5.5. Modeliranje kognitivnih i psihosomatskih funkcija: pregled	217
5.6. Zadaci	221
5.7. Dopunska literatura	233
Glava 6. INTERAKCIJE ORGANIZMA I OKOLINE	241
6.1. Čulni receptori i osnovni mehanizmi njihovog delovanja	241
6.2. Biološki efekti elektromagnetskih polja, jona i ionizujućeg zračenja	244
6.3. Mehanizmi akupunkturne stimulacije	249
6.4. Zadaci	254
6.5. Dopunska literatura	260
Glava 7. MODELIRANJE BIOLOŠKOG RAZVOJA	265
7.1. Dobioška evolucija	265
7.2. Filogeneza	267
7.3. Ontogeneza	268
7.4. Zadaci	269
7.5. Dopunska literatura	272
DODACI	273
D.1. Repetitorijum iz kvantne mehanike	275
D.1.1. Osnovni kvantnomehanički postulati. Šredingerova talasna jednačina	275
D.1.2. Srednje vrednosti fizičkih veličina. Klasični limit	277
D.1.3. Stacionarna stanja. Vremenski nezavisna Šredingerova talasna jednačina	278
D.1.4. Hajzenbergove relacije neodređenosti. Klasični limit	279
D.1.5. Svojstvene talasne funkcije komutirajućih operatora	282
D.1.6. Razvoj talasne funkcije po proizvolnjom bazisnom skupu. Redukcija/kolaps talasnog paketa	283
D.1.7. Hajzenbergova matrična forma kvantne mehanike	285
D.1.8. Kvantnomehanički integrali kretanja	287
D.1.9. Gustina struje verovatnoće	288
D.1.10. Talasna funkcija slobodne čestice. Kontinualni energetski spektar	289

D.1.11.	Grupna i fazna brzina slobodne čestice. Talasni paket	291
D.1.12.	Čestica u beskonačno dubokoj 1D-potencijalnoj jami. Diskretni energetski spektar	293
D.1.13.	Tuneliranje čestice kroz pravougaonu 1D-potencijalnu barijeru	295
D.1.14.	Talasna funkcija sistema N neinteragujućih čestica	297
D.1.15.	Talasne funkcije sistema bozona i fermiona. Paulijev princip isključenja	299
D.1.16.	Kvantna hemija i spektroskopija molekula. Adijabatska, harmonijska i dipolna aproksimacija	301
D.1.17.	Druga kvantizacija. Fejnmnova propagatorska forma kvantne mehanike	306
D.1.18	Operator gustine. Fon Nojmanova entropija	308
D.1.19.	Kvantna spletenost. Fon Nojmanova kvantna teorija merenja	311
D.1.20.	Kvantna teorija dekoherenčije. Stacionarna i nestacionarna kvantna stanja	314
D.1.21.	Kvantna kubitna informatika. Kvantna teleportacija, kriptografija i računanje	318
D.1.22.	Kvantna neuralna informatika Hopfieldove neuronske mreže i kvantna holografija	326
D.1.23.	Dopunska literatura	332
D.2.	Repetitorijum iz statističke fizike	335
D.2.1.	Statistička fizika, teorija informacija i termodinamika	335
D.2.2.	Fermi-Dirakova, Boze-Ajnštajnova i Maksvel-Bolcmanova raspodela	338
D.2.3.	Dopunska literatura	341
D.3.	Repetitorijum iz teorije relativnosti	343
D.3.1.	Prostor, vreme i relativnost. Inercijalni referentni sistemi i Lorencove transformacije	343
D.3.2.	Relativistička kontrakcija dužine, dilatacija vremena i Doplerov efekat	346
D.3.3.	4D-geometrija ravnog prostora-vremena Minkovskog. Interval	348
D.3.4.	Neinercijalni referentni sistemi i Ajnštajnov princip ekvivalencije. Teorija gravitacije i 4D-geometrija zakrivenog prostora-vremena	353
D.3.5.	Gravitacioni prostorno-vremenski singulariteti. Crne rupe i Ajnštajn-Rozenovi prostorno-vremenski tuneli	357
D.3.6.	Dopunska literatura	365
	Osnovne fizičke konstante	366

P R E D G O V O R

Razmeđe XX i XXI veka nesumnjivo je obeleženo interdisciplinarnim i multidisciplinarnim naporima istraživača u različitim oblastima nauke. Jedna od najizrazitijih tendencija ovog tipa uočava se u biomedicinskim istraživanjima, gde se združuju napor lekara, biologa, genetičara, biohemičara i psihologa, s jedne strane, i biofizičara i inženjera, s druge strane – sa ciljem dubljeg razumevanja fenomena života, zdravlja i bolesti, i primene ovih saznanja u biomedicinskoj praksi, tako važnoj u svakodnevnom životu ljudi.

Kao rezultat ovih svetskih trendova, na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu osnovan je 1993. godine Smer za medicinsku i nuklearnu tehniku, preimenovan 2005. godine u Smer za biomedicinski i ekološki inženjer, u okviru Odseka za fizičku elektroniku, sa ciljem da osposobi elektroinženjere ovog usmerenja za multidisciplinarno povezivanje znanja iz šire oblasti elektrotehnike (tehnička fizika, elektronika, računari, merenja) sa biomedicinskim znanjima.

Jedan od bazičnih predmeta na pomenutom smeru jeste Osnovi biofizike, kome je i posvećeno treće izmenjeno i dopunjeno izdanje ovog udžbenika (posle prvog 1994. i drugog 1995. godine). S obzirom da se ovaj predmet predaje na 3. godini studija, razumljivo je da se podrazumeva da studenti vladaju znanjima matematike i fizike na univerzitetском nivou. Takođe, u udžbenik nisu uključeni sadržaji iz biomedicinske instrumentacije, koji se nalaze u drugim specijalizovanim predmetima Smera za biomedicinski i ekološki inženjer.

U udžbenik su uključeni fundamentalni biofizički sadržaji iz molekularne biologije informacionih biopolimera, interakcija ferment-supstrat značajnih za unutarćelijsko molekularno prepoznavanje, neravnotežne termodinamike otvorenih bioloških sistema, ćelijske membrane i prostiranja nervnih impulsa, biomehaničkih mišićno-skeletnih i kardiovaskularnih procesa, biomaterijala, složenih bioelektričnih srčanih (EKG) i moždanih aktivnosti (EEG, MEG), bioloških neuronskih mreža, savremenih trendova modeliranja složenih psiholoških funkcija, bioloških efekata elektromagnetskih polja, jona i ionizujućih zračenja, mehanizama akupunkturne stimulacije, modeliranja dobiološke i biološke evolucije, kao i ontogenetskog razvoja jedinke.

Na kraju udžbenika nalaze se sažeti repetitorijumi iz kvantne mehanike, statističke fizike i teorije relativnosti, koji čitaocu mogu olakšati razumevanje primene teorijskih koncepata ovih disciplina u biofizici.

Udžbenik sadrži i izvestan broj rešenih zadataka na kraju odgovarajućih poglavlja, čiji cilj je ili rasterećenje teksta od glomaznih izvođenja koja nose formalni karakter i remete ritam izlaganja, ili ilustracija nekih iskaza iznetih u tekstu.

Posebna karakteristika udžbenika jeste značajan autorski doprinos koji provejava u više oblasti: od kvantne teorije konformacionih prelaza biopolimera (sa mogućom primenom u biomolekularnom prepoznavanju i konformacionoj kontroli provodnosti jonskih kanala u membrani), preko biomaterijala, do telesnih kvantno-holografskih hijerarhijskih neuronskih mreža (sa mogućom fundamentalnom ulogom u povratnoj kontroli svest/akupunktturni sistem/ćelija, i veoma značajnim holističkim psihosomatsko-kognitivnim implikacijama). Isti autorski pečat provejava i kroz mnogobrojne fusnote, sa ukazivanjem na šire (holističke) implikacije i dalje moguće pravce istraživanja. Sa tim ciljem, na kraju svakog poglavlja dat je i širi spisak dopunske literature, koja se preporučuje zainteresovanim čitaocima za detaljnije upoznavanje pojedinih oblasti.

Verujem da ovakav udžbenik uspešno dopunjuje postojeće udžbenike iz biofizike na našem jeziku, i da će korisno poslužiti produbljivanju znanja ne samo zainteresovanim studentima elektrotehnike, već i ostalih inženjerskih i biomedicinskih usmerenja, kako na diplomskom, tako i na postdiplomskom i specijalističkom nivou.

Na ovom mestu bih se najpre iskreno zahvalio recenzentima udžbenika, prof. dr Đuri Korugi i akademiku Jovanu Šetračiću, na dugogodišnjoj podršci i korisnim sugestijama. Takođe bih se srdačno zahvalio i dr Miti Perušu čiji su mi radovi iz oblasti bioloških neuronskih mreža i svesti bili veoma korisni i inspirativni, akademiku Lavu A. Gribovu, prof. Miroljubu Dugiću, prof. Milenku Plavšiću, prof. Ireni Čosić, prof. Dragomiru Davidoviću i dr Goranu Kekoviću, na velikoj inspiraciji i saradnji u oblasti kvantne teorije biomolekularnog prepoznavanja, kao i dr Stevi Jaćimovskom, prof. Emiliu Jovanovu, prof. Gordani Stanojević-Vitaliano, prof. Draganu Uskokoviću, prof. Nenadu Ignjatoviću, dr Dragu Đorđeviću, akademiku Antoniju Škокljevu, prof. Milanu Ćirkoviću, prof. Miljku Satariću, prof. Miloju Rakočeviću, prof. Predragu Ognjenoviću, prof. Aleksandru Kostiću, prof. Dejanu Todoroviću, prof. Slobodanu Markoviću, prof. Slobodanu Jovičiću, dr Mirjani Sovilj, klin. psihol. Živoradu Mihajloviću Slavinskom, dr Dušanki Mandić, dr Časlavu Hadži Nikoliću, spec. Dordu Cakiću, spec. Zlati Jovanović Ignjatić, prof. Miroslavu Dramićaninu, prof. Branislavu Jovaniću, dr Zoranu Markoviću, dr Nedi Dedović Tanić, dr Nebojši Romčeviću, dr Radmili Kostić, dr Mirjani Grujić, mr Dejanu Veljkoviću, mr Srđanu Jankoviću, mr Mirku Ostojiću, dipl. inž. Drašku Furundžiću, dr Predragu Šukoviću, dipl. inž. Miloradu Tomaševiću, dipl. inž. Dejanu Radenoviću, dipl. inž. Mateji Opačiću i dipl. inž. Ani Vasić, na višegodišnjoj saradnji i podršci i/ili na korisnim primedbama i sugestijama. Želim da istaknem i veliki doprinos u pripremi udžbenika dipl. inž. Branka Vukova i Željka Nikolića, kao i tehničkih urednika mr Slavice Pantelić i mr Miška Subotića, na čemu im se toplo zahvaljujem.

Autor

U V O D

Biofizika je fizika žive prirode, na svim nivoima: molekularnom, ćelijskom i nad-ćelijskom, uključujući biosferu u celini.

Cilj biofizike je zasnivanje teorijske biologije, korišćenjem zakona fizike i metodologije prirodnih nauka.

Pri tome je važno istaći da, saglasno metodologiji prirodnih nauka, teorijski model bilo koje pojave mora zadovoljavati tri uslova: (1) postojanje samo jedne hipoteze u modelu; (2) ostatak modela je analiza bazirana na postojećim prirodnim zakonima; (3) postojanje eksperimentalnih testova teorijskih predviđanja modela – koji u osnovi testiraju jedinu hipotezu u teorijskom modelu pojave. Uspešnost testiranog modela dovodi zatim do inkorporiranja polazne hipoteze u postojeću naučnu paradigmu odgovarajuće prirodne nauke, ili čak do redefinisanja postojeće i formiranja nove paradigme, u slučaju revolucionarnih posledica testirane hipoteze, kako je to lepo prikazao Kun (1962) u svojoj analizi istorije razvoja nauke.

Na osnovu pomenutih metodoloških opaski, jasno je da biofizičarima stoje na raspolaganju znanja iz mnogobrojnih oblasti teorijske i eksperimentalne fizike, koja uz fenomenološko poznavanje izučavanih bioloških pojava, formiranje njihovih različitih teorijskih modela, i uz suksesivna eksperimentalna testiranja – dovode do neprekidnog širenja granica biofizike.

Iako neka biofizička otkrića datiraju pre početka XX veka (Voltino otkriće biološkog elektriciteta, Helmholcovo merenje brzine prostiranja nervnog impulsa, Maksvelova teorija kolornog viđenja), najveća biofizička otkrića odigrala su se tek u XX veku (struktura i karakteristike bioloških funkcionalnih molekula, karakteristike i mehanizmi funkcionisanja ćelijskih struktura, termodynamika otvorenih sistema, modeliranje biološkog razvoja, modeliranje psiholoških funkcija), ukazujući da je biofizika veoma mletačka oblast fizike, koja se još uvek nalazi u burnoj razvojnoj fazi.

Svakako da je najveći prođor ostvaren u **molekularnoj biofizici**, na planu strukture i funkcionalnosti biopolimera (proteina, DNK i RNK), i njihovoj povezanosti sa genetskim kodom. Pri tome je korišćen *teorijski aparat* različitih fizičkih disciplina: ravnotežna termodynamika, statistička fizika i kvantna mehanika. *Eksperimentalne metode* su obuhvatale sedimentaciju biopolimera u ultracentrifugi, i njihovu dalju karakterizaciju rentgenskom difrakcijom, skenirajućom tunelskom mikroskopijom (STM), rasejanjem svetlosti i γ -zračenja, optičkom i vibracionom kao i γ -rezonantnom spektrometrijom.

troskopijom, fotoluminiscencijom, nuklearnom magnetnom (NMR) i elektronskom paramagnetnom rezonancom (EPR), diferencijalnom kalorimetrijom, ...); naravno, biofizičke eksperimentalne metode se ovde široko kombinuju i sa raspoloživim biohemiskim metodama.

Najstarija oblast je **biofizika ćelije**, koja proučava strukturu i funkcionalnost ćelija i njenih organela (membrane, citoskeleti, mitohondrije, mehanohemijski sistemi, ...). Osim gore pomenutih *teorijskih metoda*, korišćenih u molekularnoj biofizici, ovde se široko koriste i metode neravnotežne termodinamike otvorenih sistema, kao i elektromagnetike. *Eksperimentalne metode* obuhvataju, pre svega, optičku i elektronsku mikroskopiju, zatim optičku i γ -rezonantnu spektroskopiju, elektronsku paramagnetnu rezonancu (EPR), diferencijalnu kalorimetriju, kao i elektrofiziološke mikrometode karakterizacije polariteta ćelijskih membrana i prostiranja električnih impulsa; i ovde se pomenute biofizičke metode široko kombinuju sa biohemiskim metodama karakterizacije metaboličkih produkata ćelijskih i neurosinaptičkih aktivnosti.

Konačno, **biofizika složenih sistema** proučava matematičko-fizičko modeliranje biomehaničkih i bioelektričnih aktivnosti nadćelijskih struktura (tkiva i organa), uključujući veoma složene kognitivne psihološke funkcije, interakcije organizma i okoline, kao i biološki razvoj vrsta (filogeneza) i jedinki (ontogeneza). *Teorijski aparat* uključuje neravnotežnu termodinamiku i fizičku kinetiku, dinamiku nelinearnih procesa (fraktali, oscilacije, fazni prelazi, neuronske mreže), elektromagnetiku, kvantnu mehaniku i teoriju relativnosti (neophodnih za modeliranje najkompleksnijih psiholoških fenomena – stanja svesti i suptilnih interakcija organizma i okoline). *Eksperimentalne metode* uključuju različite dijagnostičke metode: elektrokardiografiju (EKG), elektroencefalografiju (EEG), magnetoencefalografiju (MEG), elektromiografiju (EMG), nuklearnu magnetnu rezonancu (NMR), rentgenografiju, ultrazvučnu i infracrvenu dijagnostiku, elektrodermalnu dijagnostiku, metabolički ultrasenzitivnu funkcionalnu nuklearnu magnetnu rezonancu (FNMR) i pozitronsku emisionu tomografiju (PET); pomenute biofizičke metode široko se kombinuju sa biohemiskim metodama dijagnostike metaboličkih produkata tkiva i organa.

Izazovima biofizičkih problema nisu odoleli mnogi slavni fizičari XX veka. Neki od njih su svoju reputaciju stekli prethodno u drugim oblastima fizike (Šredinger, Bor, Pauli, Vigner, Kuper, Džozefson, Penrouz, Frelih, Davidov, Voljenštejn, ...), dok su je drugi sticali u samoj biofizici (Votson, Krik, Pauling, Peruc, Sent Čerđi, Prigožin, Hodžkin, Haksli, Ejgen, Hopfild, ...).

Na ovom mestu treba posebno istaći doprinos Šredingera (1944), čije su knjige "Šta je život s tačke gledišta fizike" i "Um i materija" imale veoma značajan inicijalni uticaj na razvoj biofizike, pošto su definisale neke osnovne biofizičke probleme: (1) otvorenost bioloških sistema omogućava njihovo uredenje, odnosno smanjenje entropije (nasuprot neorganskih zatvorenih sistema koji teže maksimumu entropije, odnosno

neuređenosti); (2) informacioni biopolimeri imaju strukturu aperiodičnih kristala (nasuprot periodičnim kristalima koji sadrže minimum informacije, odnosno maksimum entropije); (3) biopolimeri moraju imati makromolekularnu strukturu, radi zaštite uređenosti biološkog sistema od mikročestičnih fluktuacija; (4) završni akt svesnog opažanja igra suštinsku ulogu ne samo u kvantnomehaničkim mikročestičnim merenjima, već i u makroskopskim opservacijama¹.

Kasnije su ovi problemi delovali stimulativno na druge biofizičare, koji su razvijali detaljnije biofizičke modele ne samo ovih već i mnogih drugih pojava, o kojima će u nastavku biti reči.

Na kraju, istaknimo da biofizička istraživanja nisu bila samo od fundamentalnog značaja, već su doživela i značajnu praktičnu **implementaciju**, od genetskog inženjeringu do biokibernetike. *Genetski inženjering* je omogućio značajne prodore u farmaceutskoj i prehrambenoj industriji, kao i u medicinskoj terapiji. *Biotkibernetika*, koja teži implementaciji rešenja žive prirode u tehnici, dovela je do razvoja sistema automatske regulacije (princip povratne sprege), robotike (dinamika kinematičkih lanaca, veštačka inteligencija, senzori pritiska i optički senzori, povratna sprega), veštačkih organa (modeliranje funkcija organa, biokompatibilni materijali), biosenzora (biopolimerni fermenti) i neuronskih mreža (modeliranje viših moždanih funkcija), sa čak nesagledivim perspektivama u budućnosti.

Istovremeno, pitanje *morala* postaje značajnije nego ikada, jer čovek danas otkriva tehnike manipulacije od mikroskopskog do makroskopskog nivoa. *Granice interakcija* između jedinki su verovatno *mnogo provizornije* nego što je to do juče izgledalo. Zato ne treba zaboraviti da "naša sloboda prestaje tamo gde počinje tuđa".

DOPUNSKA LITERATURA

1. E. Schrödinger, *What is Life and Mind and Matter?* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1944); prevedeno i kod nas.
2. T. Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions* (Chicago Univ. Press, Chicago 1962); prevedeno i kod nas.

¹ To je čuveni paradoks "Šredingerove mačke", sa mačkom u zatvorenoj kutiji sa radioaktivnim γ -izvorom, čije emitovanje aktivira hemijski otrov u kutiji. Stanje mačke ("živa" ili "mrtva") zavisi ne samo od statističke aktivnosti radioaktivnog raspada γ -izvora, već i od samog akta opservacije posmatrača posle otvaranja kutije: sve do samog posmatračevog akta opservacije mačka se nalazila u mešanom kvantnomehaničkom stanju, sa određenim verovatnoćama da bude "živa", odnosno "mrtva", zavisno od verovatnoće raspada γ -izvora.

Glava 1 FIZIKA BIOPOLIMERA

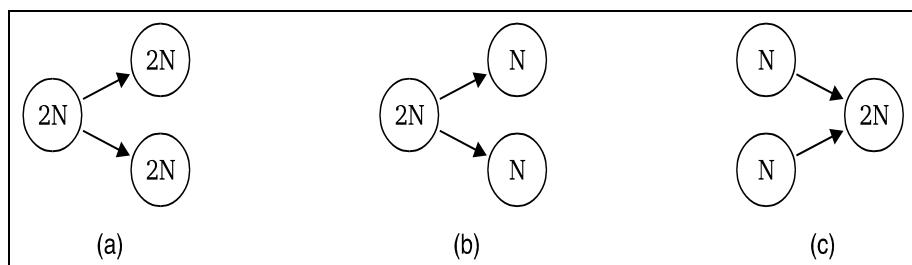
Fizika biopolimera odnosi se na strukturu i funkcionalnost bioloških informacionih makromolekula, proteina i nukleinskih kiselina (DNK i RNK), i njihovu povezanost sa problemom genetskog koda. Iako su ovi problemi rešeni tek u drugoj polovini XX veka, njima prethodi čitav vek istraživanja u biologiji.

1.1 ISTORIJA PROBLEMA

U XIX veku rođena su tri velika principa biologije: (1) Darvinova i Valasova *teorija evolucije* kroz prirodnu selekciju (koja nam kazuje da su današnje složene biljke i životinje nastale neprekidnom evolucionom progresijom od prvobitnih organizama); (2) Šlajdenova i Švanova *teorija ćelije* (shvatanje da su svi organizmi sastavljeni od ćelija, koje se razmnožavaju deobom); (3) Satonova *hromozomska teorija nasleđivanja*, bazirana na Mendelovim genetskim zakonima nasleđivanja (saznanje da je funkcija ćelijskih hromozoma, sastavljenih od gena, da kontrolišu nasleđe).

Ćelije su osnovne strukturne jedinice svih živih organizama. Udruživanjem pomoću međućelijskih kontaktnih spojeva one formiraju osnovna tkiva organizma. Povezivanjem osnovnih tkiva, koje spaja proteinski vanćelijski matriks vezivnog tkiva, nastaju organi, čije funkcionalno povezivanje daje sisteme organa, od kojih je izgrađen svaki organizam kičmenjaka, pa i sam ljudski organizam. Organi obavljaju osnovne funkcije neophodne za život svakog organizma, uključujući disanje, krvotok, ishranu, kretanje, odstranjivanje nepotrebnih materija i razmnožavanje.

Ustanovljeno je da postoje dva tipa *ćelijske deobe* (mitoza i mejoza, Sl. 1.1a,b) i jedan tip *ćelijskog polnog oplođenja* (fertilizacija, Sl. 1.1c).



SLIKA 1.1 Šematski prikaz (a) mitoze, (b) mejoze i (c) fertilizacije (sa oznakama broja hromozoma u ćelijama).

U *mitozi* se od diploidne roditeljske ćelije (sa dve garniture od po N hromozoma u ćelijskom jedru), nakon udvajanja hromozomskih garnitura, posle deobe dobijaju dve ćelije-kćeri čije su hromozomske garniture identične garnituri ćelije roditelja (Sl. 1.1a).

U *mejozi* je posle deobe broj hromozoma ćelija-kćeri prepolovljen u odnosu na ćeliju-roditelja (Sl. 1.1b), čime nastaju haploidne polne ćelije (spermatozoidi ili jajne ćelije) sa po jednom garniturom od N hromozoma.

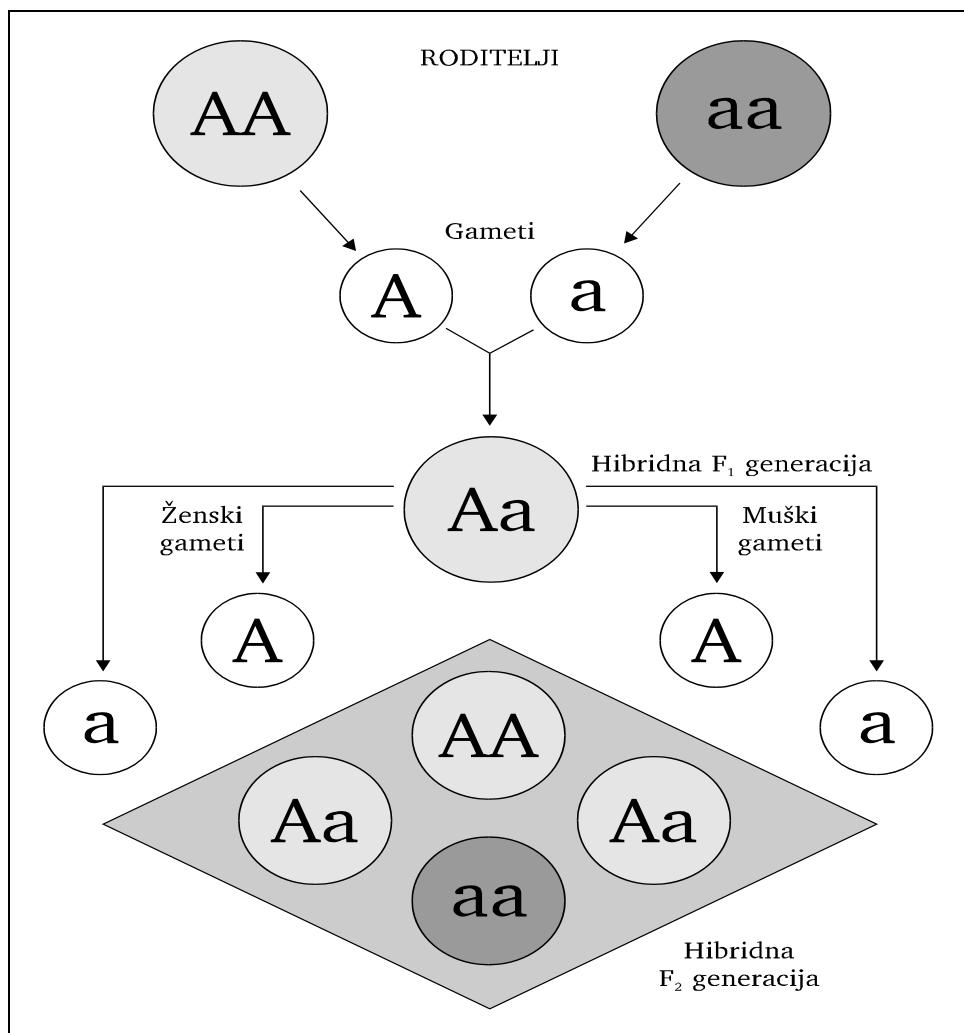
S druge strane, pri *fertilizaciji* (polnom oplođenju), muške i ženske haploidne ćelije daju jednu diploidnu ćeliju (oplodenu jajnu ćeliju – zigot), sa uparene dve haploidne hromozomske roditeljske garniture od po N hromozoma (Sl. 1.1c).¹

Mendel je svoje *zakone nasleđivanja* otkrio 1865. godine, prateći karakteristike dobijene ukrštanjem (genetički krosevi) između sojeva graška, koji su se razlikovali po dobro definisanim osobinama, kao što su oblik zrna (okrugao ili nabran), boja zrna (žuta ili zelena) i slično. Pošto je prethodno utvrdio da svaka od pomenutih osobina ostaje nepromenjena unutar jednog tipa, ako se taj tip ukršta sa samim sobom, Mendel je zatim izvršio čitav niz ukrštanja između roditelja (R), koji su se razlikovali u jednoj jedinoj osobini: oblik ili boja zrna. Sve potomstvo (F_1 - prva filijalna generacija) imalo je izgled jednog od roditelja. Tako, na primer, prilikom ukrštanja graška, od kojih je jedan imao žuta, a drugi zelena zrna, sve potomstvo je imalo žuta zrna. Ova osobina koja se javlja u potomstvu naziva se *dominantna*, za razliku od one osobine koja se ne javlja u F_1 -generaciji i koja se naziva *recesivnom*. S tim u vezi, kaže se da je izgled neke individue u stvari njen *fenotip*, a njen genetički sadržaj je *genotip*. Jedinke sa identičnim fenotipom mogu imati različit genotip; zato, da bi se odredio genotip nekog organizma, često je potrebno da se izvrše genetička ukrštanja u nekoliko generacija.

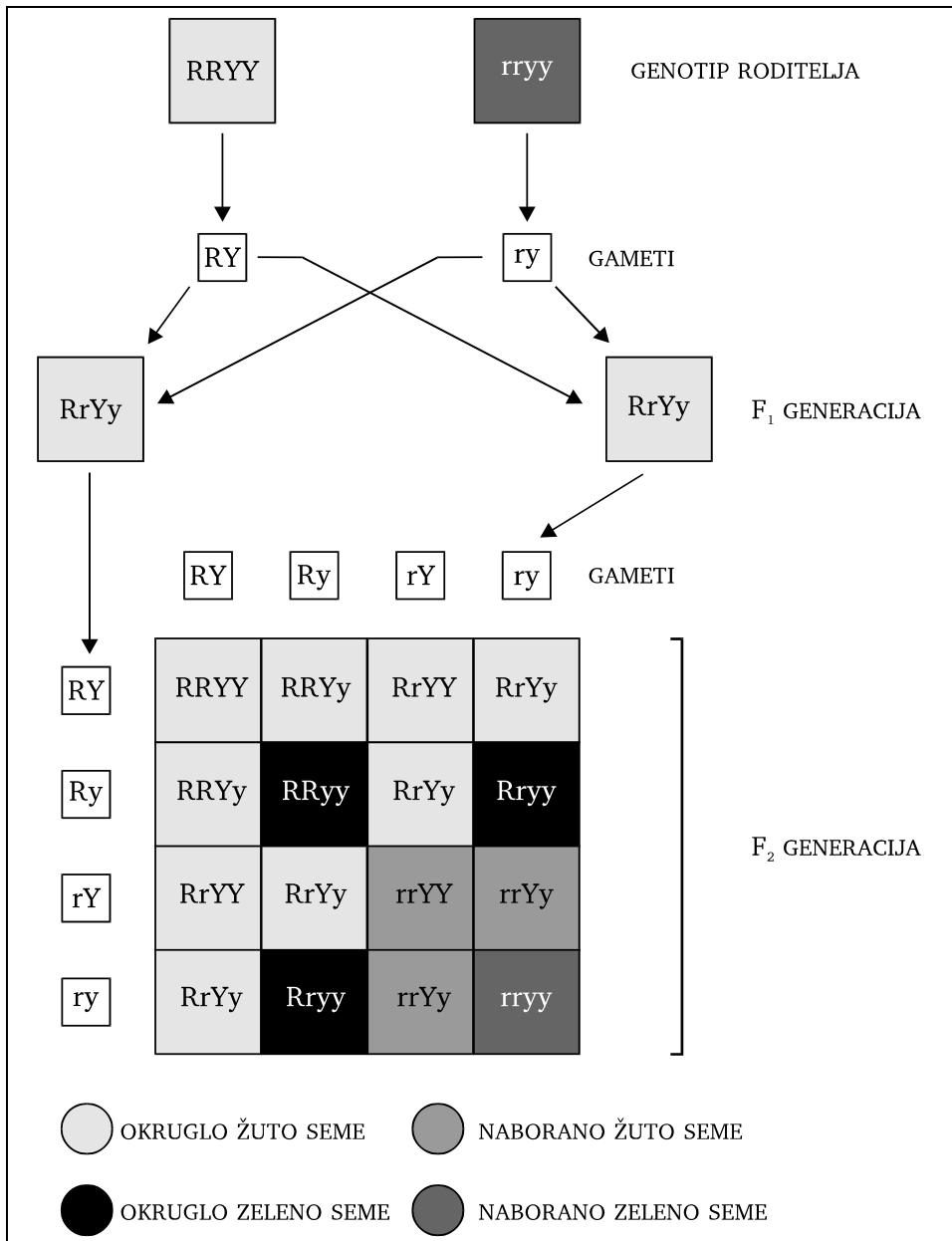
¹ *Sve ljudske ćelije, njih oko 200 vrsta u jednom ljudskom telu, nastale su oplođenjem jedne jajne ćelije pomoću spermatozoida. Ćelijskom deobom jedne oplođene jajne ćelije nastaju blastulacijom ćelije (blastomere), koje su sposobne da stvore sve ćelije odraslog organizma. Kroz ovakav proces tzv. ćelijske diferencijacije, ćelije sintetišu specifične proteine, menjaju svoj oblik i postaju sposobne za obavljanje genetski kodiranih specifičnih funkcija. Jedna ćelija može pokazivati različite karakteristike i ponašanje u raznim regionima tela pod raznim uslovima sredine, jer može imati različite familije receptora za signalne molekule, kao što su hormoni i molekuli vanćelijskog (ekstracelularnog) matriksa.*

Biološki postoje tri velike filogenetske klase ćelija: virusi, prokariotske ćelije, i eukariotske ćelije. Virusi nisu prave ćelije, jer imaju krajnje prostu strukturu sastavljenu samo od jezgra izgrađenog od genetskog materijala, obavijenog proteinskim omotačem. Prokariotske ćelije karakteristične su za bakterije, nemaju jedrov omotač koji odvaja genetski materijal niti druge intracelularne organele, a nemaju ni spoljašnju citoplazmatsku membranu. Eukariotske ćelije imaju sve pomenute membranske strukture oko ćelija, jedra i unutarćelijskih organeli, kao i citoskelet koji obezbeđuje mehaničku potporu ćeliji. Iako u osnovi sasvim različite, prokariotske i eukariotske ćelije imaju mnoštvo biohemijских sličnosti, pa se pretpostavlja da je eukariotska vrsta ćelija nastala (endosimbiotičkom fuzijom) od prokariotske vrste, našta ukazuje spajanje i razmena bakterijskih i virusnih gena.

Puni značaj rezultata ukrštanja postao je jasniji kada je Mendel izvršio genetička ukrštanja između graška F_1 -generacije, a potom i kada je proširio svoje eksperimente ukrštanja sa graškom, koji se među sobom razlikovao u više od jedne osobine. Tako je Mendel, vršeći svoje eksperimente ukrštanja, formulisao dva zakona nasleđivanja: (1) *Princip nezavisne segregacije* (I Mendelov zakon) i (2) *Princip nezavisnog svrstavanja* (II Mendelov zakon), ilustrovana i objašnjena na Sl. 1.2 i .3, respektivno.



SLIKA 1.2 Šematski prikaz I Mendelovog zakona (nazavisne segregacije), koji objašnjava 3:1 odnos dominantnog prema recessivnom fenotipu u F_2 -pokolenju (A - dominantni gen, a - recessivni gen). Svetlosivi krugovi predstavljaju dominantni, dok tamnosivi krugovi predstavljaju recessivni fenotip.



SLIKA 1.3 Šematski prikaz II Mendelovog zakona (nezavisnog svrstavanja). U ovom primeru je nasleđivanje žute (Y) i zelene (y) boje zrna praćeno zajedno sa nasleđivanjem okruglih (R) i naboranih (r) oblika zrna. Genotipovi različitih roditelja i pokolenja označeni su kombinacijom slova, a četiri različita fenotipa su obeležena različitim zasenčenjima.

Mendel je interpretirao svoje zakone postojanjem **gena**, od kojih jedni potiču od muškog, a drugi od ženskog roditelja; tokom oplođenja, geni roditelja se kombinuju u oplođenim ćelijama potomaka, dajući različite genotipe i fenotipe. Značaj Mendelovih zakona nije bio uočen sve do početka XX veka, kada je Saton (1903) objasnio Mendelove zakone na nivou ćelije, povezujući gene sa delovima **hromozoma**, u *hromozomskoj teoriji nasleđivanja*.

Pokazalo se da se geni obično tačno kopiraju udvajanjem hromozoma. Međutim, ponekad dolazi i do promena (*mutacija*) u genima, što dovodi do genetičke varijabilnosti vrsta. Ipak, daleko značajniji za genetičku varijabilnost vrsta je proces polnog oplođenja, tokom kojeg dolazi do ukrštanja roditeljskih gena u potpuno nove hromozomske garniture potomaka, što je neobično važno za Darwinovu teoriju evolucije, kroz prirodnu selekciju novostvorenih jedinki.

Međutim, i pored ovako velikih uspeha biologije XIX veka, ostala je nejasna **molekularna osnova bioloških procesa**, mada je još u Darwinovo vreme nađeno da ćelije ne sadrže neke posebne atome specifične samo za živu materiju, kao i da je *ugljenik* (C) glavni sastojak skoro svih bioloških molekula.

Ipak, metode organske hemije bile su prilično neuspešne u izučavanju bioloških makromolekula, i takva situacija se produžila tokom prve polovine XX veka i pored nekih sporadičnih uspeha.

Tako je Samner (1926) pokazao da **enzimi** (fermenti ili biološki katalizatori) mogu kristalisati, kada je utvrđeno da su oni makromolekuli – **proteini** (belančevine). Međutim, iako je Fišer već početkom XX veka utvrdio da se proteini sastoje od *aminokiselina*, međusobno povezanih *peptidnim vezama* (-NH-CO-), sve do 1951. godine ostalo je zagonetno kako se međusobno povezuju aminokiseline u molekulu proteina. Većina organskih hemičara bavila se jednostavnijim molekulima, zbog metodoloških teškoća u razdvajaju i identifikaciji aminokiselina.

Čak se (pogrešno) smatralo da su proteini verovatno odgovorni za nasledne osobine, dok se za nukleinske kiseline (DNK, RNK) verovalo da su mali molekuli nesposobni da sadrže dovoljno genetičkih informacija.

Bilo je neophodno razviti tehnike kojim se izbegavaju jake baze i kiseline (koje se obično koriste u organskoj analizi) da bi biomolekuli ostali biološki aktivni, a i tehnike koje će otkriti da li je proizvod homogen, i dati podatke o veličini biomolekula. Ovo su mogле omogućiti metode **fizičke hemije**: osmotske karakteristike rastvora makromolekula, i kretanje makromolekula pod dejstvom električnih i centrifugalnih sila.

Najveći doprinos fizičke hemije bila je konstrukcija *ultracentrifuga* (Svedberg), koje su kombinovane sa optičkim uređajima omogućavale posmatranje *brzine sedimentacije* makromolekula – odnosno precizno određivanje *molekulske težine* biomolekula (10^4 - 10^9).

Drugi značajan metodološki prođor predstavljal je otkriće *hromatografije*, metode separacije zavisne od relativne rastvorljivosti aminokiselina u različitim rastvaračima (Martin & Sindž, 1942). Razvoj separacione metode na papirnim trakama omogućio je kvantitativno razdvajanje svih 20 aminokiselina u proteinima, kao rutinsku proceduru.

Treći značajan korak u razumevanju makromolekula bilo je efikasno proširenje *rentgenske kristalografske* na biopolimere. Prvobitno se izučavanje difrakcije X-zraka na malim molekulima sastojalo u tome što se neka struktura prvo pretpostavila, zatim se teorijski izračunavala difrakciona slika i poredila sa eksperimentalnim podacima. Ovaj metod je bio efikasan za relativno jednostavne strukture, ali je za biomolekule bila neophodna i velika intuicija.

Primenom pomenutih metoda fizičke hemije, konačni odgovori o strukturi proteina i nukleinskih kiselina (DNK, RNK) stigli su pedesetih godina XX veka.

Prvi veliki uspeh rentgenske kristalografske u biofizici makromolekula je otkriće Paulinga (1951) da je α -spirala (heliks) važan element u strukturi **proteina**. Ubrzo je Peruc pokazao i da neki sintetički polipeptidni lanci imaju strukturu α -spiralne. Konačno, Peruc i Kendrju (1959) su metodom vezivanja atoma teškog metala za molekul proteina razvili efikasnu kompjuterizovanu metodu za određivanje *strukture proteina*.

Istraživanje *strukture nukleinskih kiselina* bilo je prožeto sa više neizvesnosti. Do 1944. godine broj biohemičara koji su radili sa nukleinskim kiselinama bio je vrlo mali u odnosu na one koji su radili na proteinima. U to vreme je bilo poznato da postoje dve vrste **nukleinskih kiselina: DNK** (dezoksiribonukleinske kiseline) i **RNK** (ribonukleinske kiseline), ali karakteristike njihovih hemijskih struktura bile su nepoznate. Smatralo se (pogrešno) da su 4 sastavna *nukleotida* zastupljena u jednakim količinama, što bi molekulima DNK i RNK dalo monotone strukture, bez ikakve moguće veze sa raznolikošću naslednih osobina. Averi (1944) je, međutim, pokazao da se nasledne osobine bakterija mogu specifično promeniti pažljivim dodavanjem DNK. Čargaf (1947) je, korišćenjem hromatografije na papiru, utvrdio da 4 nukleotida nisu ravnomerno zastupljena u DNK, kao i da se srazmere nukleotida u različitim vrstama DNK međusobno razlikuju! Ovo je otvorilo mogućnost da je uzajamni položaj nukleotida unutar molekula DNK odgovoran za **genetičku specifičnost**. Votson i Krik (1953) su kristalografskim putem, uz korišćenje rentgenske difrakcije, po principu pokušaja i greške, otkrili strukturu *dvolančane spirale* DNK, čiji se lanci dopunjaju – što je ukazivalo da *jedan od lanaca* služi kao specifična *matrica* na kojoj se *drugi sintetiše!* Time je bio rešen i problem *replikacije gena!*

Tako je počela era **molekularne biologije gena**, koja se danas razvila do nivoa *mapiranja ljudskih gena i genetskog inženjeringu!*

1.2. PRIMARNA, SEKUNDARNA, TERCIJARNA I KVATERNARNA STRUKTURA BIOPOLIMERA

Struktura biopolimera biće ilustrovana na primeru najprostijeg sintetičkog polimera – polietilena.

Primarna struktura polimera određena je rasporedom karika (monomera jednog tipa, ili više različitih tipova) u polimernom lancu. Primer primarne strukture najprostijeg sintetičkog polimera, polietilena, dat je na Sl. 1.4(a). Primarna struktura polimera određena je jakim kovalentnim hemijskim vezama.

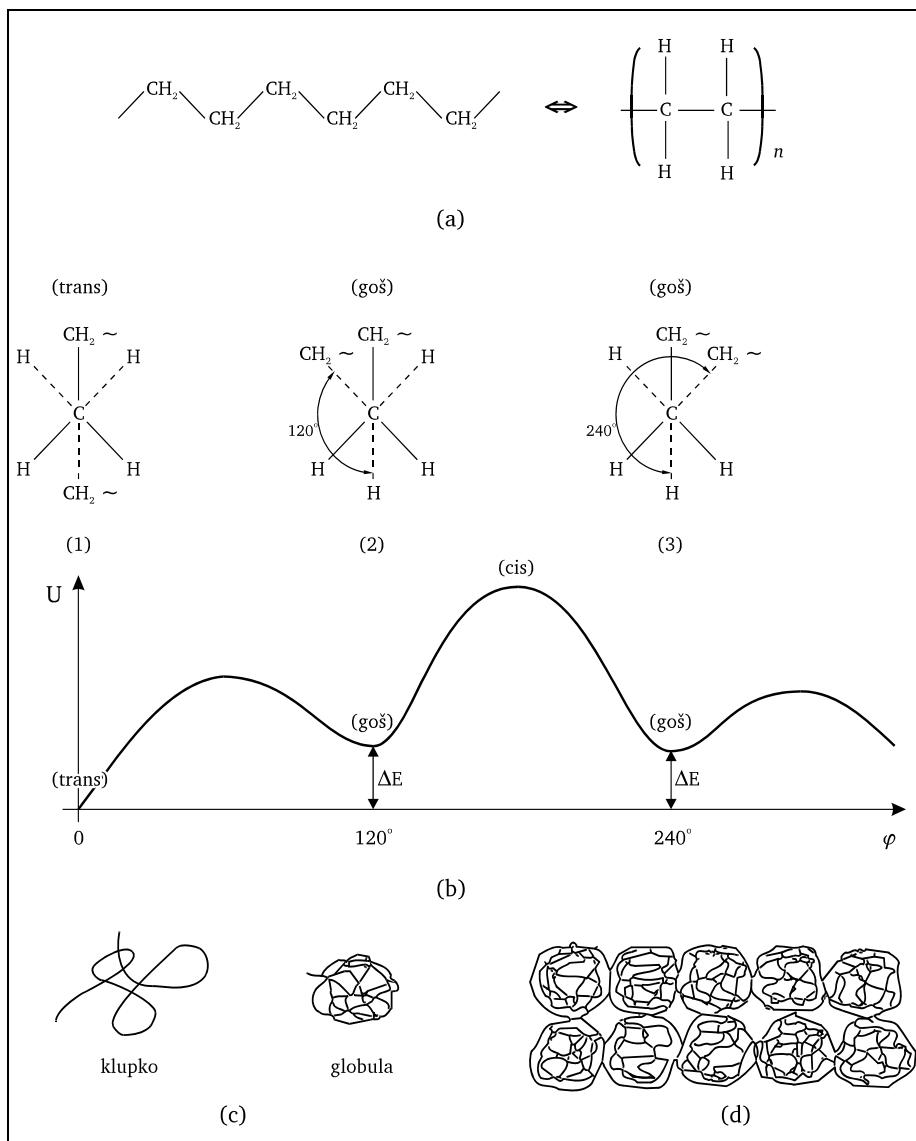
Sekundarna struktura polimera određena je prostornom konformacijom karika u lancu polimera. Može postojati više takvih konformacija jednog polimera, koje se različito nazivaju: *konformeri*, *rotameri*, *rotacioni izomeri*. Primer tri tipa konformerata polietilena prikazan je na Sl. 1.4(b) (zajedno sa potencijalnom energijom konformacije, zavisne od ugla rotacije susednih CH₂ karika oko zajedničke C–C veze), sa projekcijom hemijskih veza susednih karika na ravan normalnu na zajedničku C–C vezu u polimernom lancu. Uzorak realnog polimera je dinamička smeša svih mogućih tipova konformerata. Sastav smeše određen je razlikom energija konformerata ΔE i temperaturom T , saglasno Maksvel-Bolcmanovoj raspodeli.

Tercijarna struktura polimera dobija se sklupčavanjem konformerata u manje (*klupko*) ili više (*globula*) kompaktnu formu (Sl. 1.4(c)), kao rezultat topotičnih efekata i slabih hemijskih interakcija. U pitanju je kooperativni fazni prelaz, opisan zakonima statističke fizike (v. Zad. 1.1-3).

Kvaternarna struktura polimera dobija se prostornim slaganjem tercijarnih struktura, po principu najgušćeg pakovanja (Sl. 1.4(d)), koji obezbeđuje minimum energije slabih međuglobularnih interakcija po jedinici zapremine.

Svi tipovi struktura biopolimera su izuzetno značajni za molekularnu biologiju, odnosno složene procese u ćeliji i nadćelijskim strukturama, o čemu će još biti reči.

Primarna struktura je stabilizovana jakim hemijskim kovalentnim vezama između atoma, dok su više strukture, sekundarna, tercijarna i kvaternarna, određene slabim hemijskim vezama između atoma i molekula (vodonične, Van der Valsove). Za biologiju su posebno značajne *slabe hemijske veze*, jer omogućavaju brzo raskidanje i spajanje posredstvom bioloških katalizatora (enzima), koji snižavaju potencijalne energije barijera do reda topotičnih energija ($\sim kT$), za odgovarajuće biohemijske reakcije! Kao rezultat, sinteza biopolimera, molekulske težine i do 10⁹, može se odigrati za manje od 1 min.



SLIKA 1.4 Šematski prikaz tipova prostorne strukture biopolimera na primeru najprostijeg sintetičkog polimera, polietilena: (a) primarna (hemiska) struktura; (b) nekoliko tipova sekundarne (konformacione) strukture, sa projekcijom hemijskih veza (dve karike) na ravan normalnu na zajedničku C–C vezu u polimernom lancu (položaji bližih kovalentnih veza prikazani su punim linijama, a onih daljih isprekidanim), uz prikaz zavisnosti potencijalne energije konformacije od ugla rotacije susedne karike oko zajedničke C–C veze; (c) dva tipa tercijarne strukture (klupko i globula), nastalih kao rezultat topotomičnih efekata i slabih hemijskih interakcija; (d) kvaternarna struktura, nastala slaganjem tercijarnih, po principu najgušćeg pakovanja.

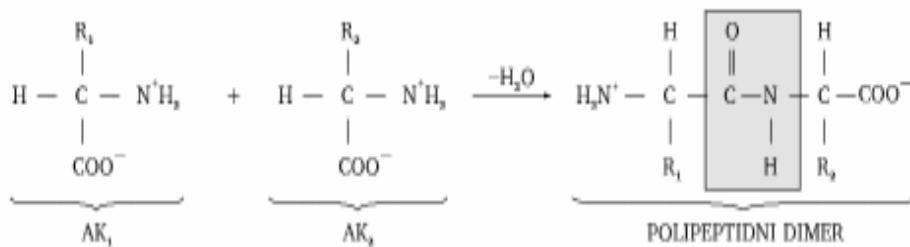
1.3 STRUKTURA PROTEINA

Proteini (belančevine) su, uz nukleinske kiseline (DNK i RNK), najznačajniji biopolimeri. Najznačajniju ulogu igraju kao enzimi (fermenti), katalizatori svih biohemijskih reakcija u ćeliji (replikacija DNK, prepisivanje teksta DNK u tekst mRNA, prevođenje tog teksta sa mRNA pri biosintezi proteina, regulacija genetske funkcije nukleinskih kiselina, regulacija povratne sprege u svim metaboličkim funkcijama u ćeliji), elektrohemijskih procesa (aktivni transport molekula i jona kroz ćelijsku membranu, i samim tim generisanje i rasprostiranje nervnog impulsa), mehanohemijskih procesa (mišićnih kontrakcija, kao rezultat funkcije degradacije visokoenergetskog jedinjenja adenozintrifosfata (ATF) na adenozindifosfat (ADP) i fosfornu kiselinu (H_3PO_4), uz transformaciju hemijske energije ($\Delta E = 30,7 \text{ kJ/mol}$) u mehanički rad), u akumulaciji hemijske energije (pri disanju, fotosintezi ...), gde se odigrava suprotan proces: $ADP + H_3PO_4 + \Delta E \rightarrow ATP$, akumulaciji i prenosu kiseonika (mioglobin i hemoglobin), hormonskom delovanju (niskomolekularne belančevine, tzv. polipeptidi), antitelima (imunološki procesi: γ -globulini), gradivnim svojstvima (vezivna tkiva, koža, ...).

Na Sl. 1.5 prikazane su hemijske formule **20** uobičajenih **aminokiselina**, zastupljenih u proteinima, koje se međusobno razlikuju po (uokvirenim) kiselinskim ostacima.

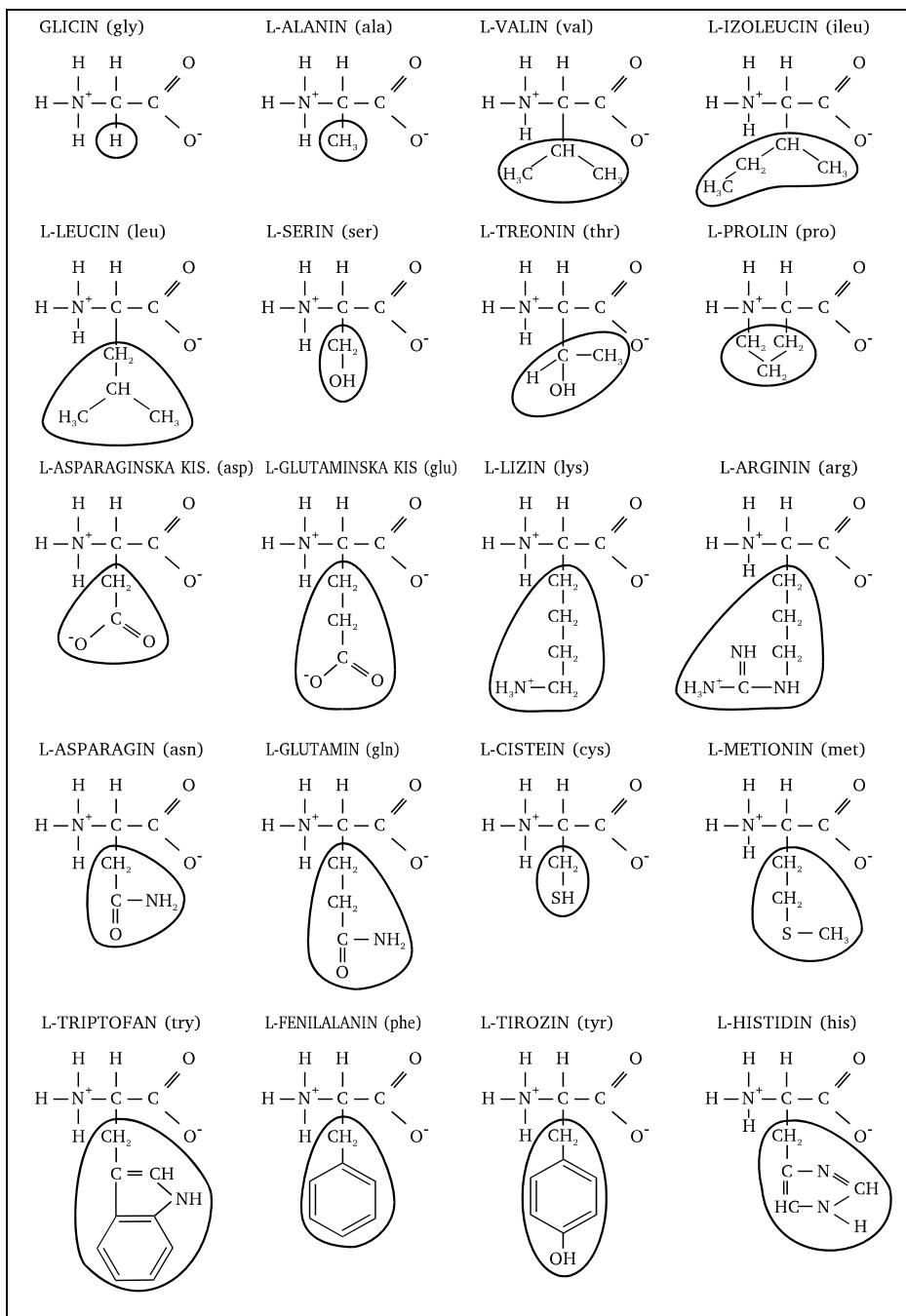
Primarna struktura jednog segmenta proteina, sa osenčenim lancem *peptidnih veza*, preko kojih su spojene aminokiseline u proteinu, data je na Sl. 1.6.

Sinteza proteinskog lanca odigrava se putem *polikondenzacije* aminokiselina AK_i ($i = 1, 2, \dots, 20$), uz izdvajanje vode:

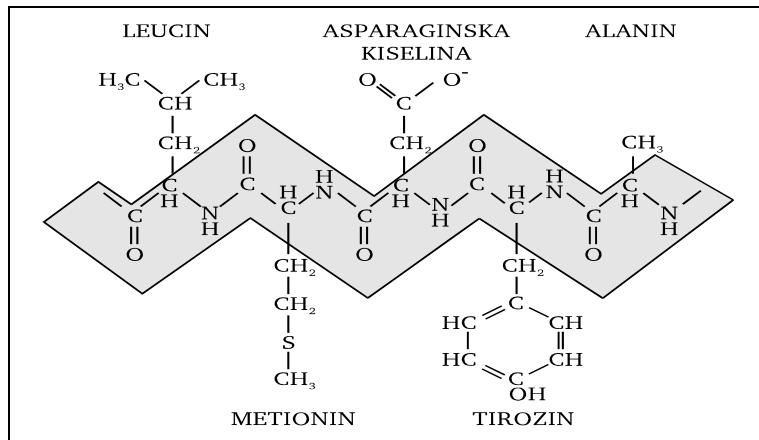


(R_1 i R_2 su aminokiselinski ostaci kiselina AK_1 i AK_2 , respektivno).

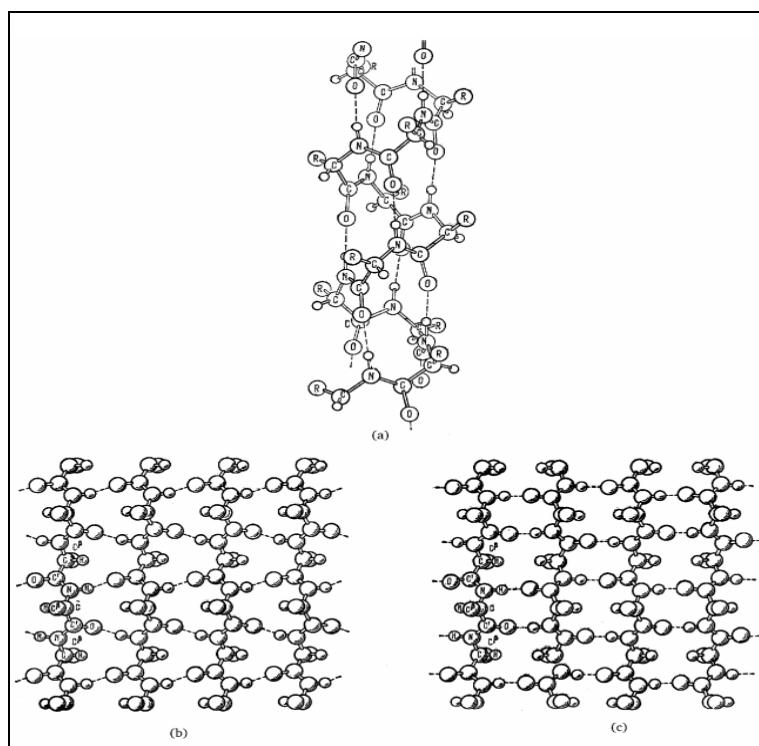
Sekundarna struktura, odnosno konformacija proteina, određena je minimumom ukupne energije proteina, uključujući energiju unutarnjimolekularnih vodoničnih veza između vodonikovih (H) atoma iminovih (N–H) grupa i kiseonikovih (O) atoma karbonilnih (C=O) grupa: C=O–H–N. Postoje *tri tipa* sekundarne strukture: α -forma (Sl. 1.7a), *paralelna i antiparalelna* β -forma (Sl. 1.7b,c).



SLIKA 1.5 Dvadeset uobičajenih aminokiselina zastupljenih u proteinima.



SLIKA 1.6 Primarna struktura jednog segmenta proteina (sa osenčenim lancem peptidnih veza, preko kojih su spojene aminokiseline u proteinu).



SLIKA 1.7 Tri tipa sekundarne strukture proteina: (a) α -forma (α -spirala), i (b) paralelne i (c) anti-paralelne β -forme (β -slojevi).

α -forma je jednodimenzioni kristal oblika α -spiral, u kojoj su vodonične veze obrazovane između C=O grupe date karike i N-H grupe četvrte prethodne karike! Peptidna veza svake karike ima planarnu strukturu.

β -forme predstavljanju dvodimenzioni kristal, slojevite strukture (β -slojevi). Peptidne veze svakog lanca pri tome imaju planarnu strukturu.

Tercijarna struktura proteina dobija se sklupčavanjem sekundarne strukture α - i β -formi, delimično razdvojenih neuređenim delovima koji poseduju povećanu gipkost. Sklupčavanje *globule* je dominantno posledica hidrofobnih interakcija (mada tome doprinose i kovalentne disulfidne veze cis-S-S-cis među karikama jednog ili nekoliko lanaca (na primer, u insulinu), Van der Valsove i vodonične veze). Hidrofobne interakcije su bazirane na tome što voda (polarni molekuli) odbija nepolarne kiselinske ostatke, dok privlači one polarne: kao rezultat, formira se globula sa nepolarnim ostacima u unutrašnjosti globule i polarnim na površini globule! Formiranje tercijarne strukture je *kooperativni proces* (v. Zad. 1.4).

Kvaternarna struktura proteina je nadmolekularni proteinski sistem, koji se sastoji iz nekog broja globula (na primer, molekul hemoglobina ima 4 globule od dve vrste, a proteinska košuljica mozaičnog duvanskog virusa sastoji se od 2000 identičnih globula).

Karakter strukture proteina određen je geometrijskim svojstvima strukture prethodnog nivoa, silama interakcije njihovih elemenata, i interakcijom sa okolnom sredinom. Pojava hijerarhijski više strukture ostvaruje se automatski, kao rezultat *samoorganizacije* sistema.

Biološka funkcionalnost proteina određena je *tercijarnom i kvaternarnom strukturom*, tako da dva proteina različite primarne i sekundarne strukture, a slične tercijarne i kvaternarne – mogu imati slične biološke funkcije! Ovo ukazuje da se ne odražavaju sve *mutacije* na promenu funkcija proteina, odnosno na biohemiju ćelije!

Pored gore pomenutih *globularnih*, postoje i *fibrilarni* proteini, koji imaju vlaknastu tercijarnu i kvaternarnu strukturu. Oni ne funkcionišu u rastvoru, već obrazuju nadmolekularne tkivne sisteme. Fibrilarna struktura ovih proteina rezultat je minimizacije konformacione energije, sa uračunatom stabilizujućom ulogom molekula vode sadržanih u njima.²

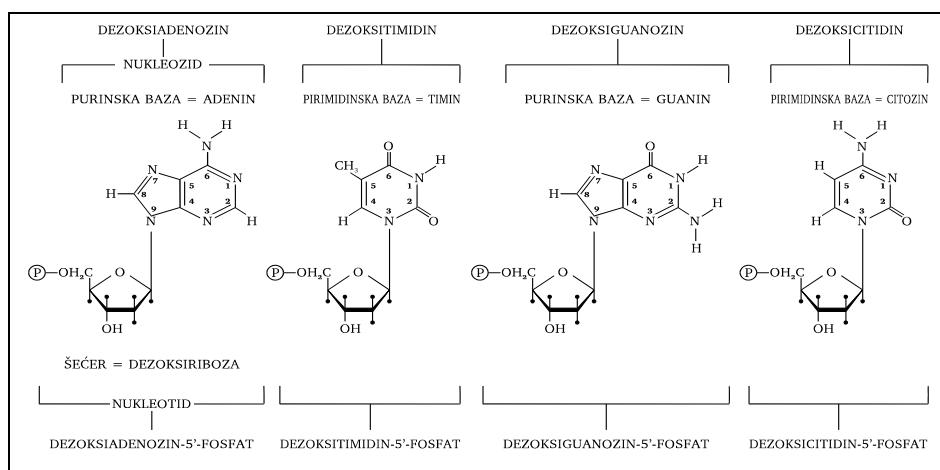
² Struktura tkivne (i ćelijske) vode još uvek je predmet naučnih kontroverzi, gde nasuprot dominantnom gledištu da i u biološkim sistemima voda ima istu strukturu kao i u nebiološkim slabim rastvorima, postoji i alternativno gledište da je struktura vode u biološkim jakim rastvorima (tzv. makromolekularne pretrpanosti) u formi slojevite ‘interfacijalne vode’ poput one u hidrogelovima, uz indikacije i znatno izmenjenih fizičko-hemiskih svojstava takve vodene faze u hidrofilnim dipol-dipol interakcijama sa raznovrsnim biološkim nano-ćesticama (zbog čega se naziva i ‘nano-voda’; Voeikov, 2007).

1.4 STRUKTURA NUKLEINSKIH KISELINA (DNK i RNK)

Nukleinske kiseline (DNK i RNK) su informacioni biopolimeri, koji regulišu nasledne (genetske) osobine. **Geni** su fragmenti D NK (kod nekih virusa, geni su fragmenti RNK), i oni *programiraju sintezu proteina* (belančevina) u ćeliji. Molekuli D NK su najveći u prirodi ($M \sim 10^9$).

Nukleinske kiseline imaju "zakonodavnu" ulogu, a proteini "izvršnu"! **Genetski kod** određuje vezu između uzastopnosti *nukleotida* u D NK i informacionoj ili matričnoj RNK (mRNK) – i uzastopnosti *aminokiselinskih ostataka* u proteinskom lancu.

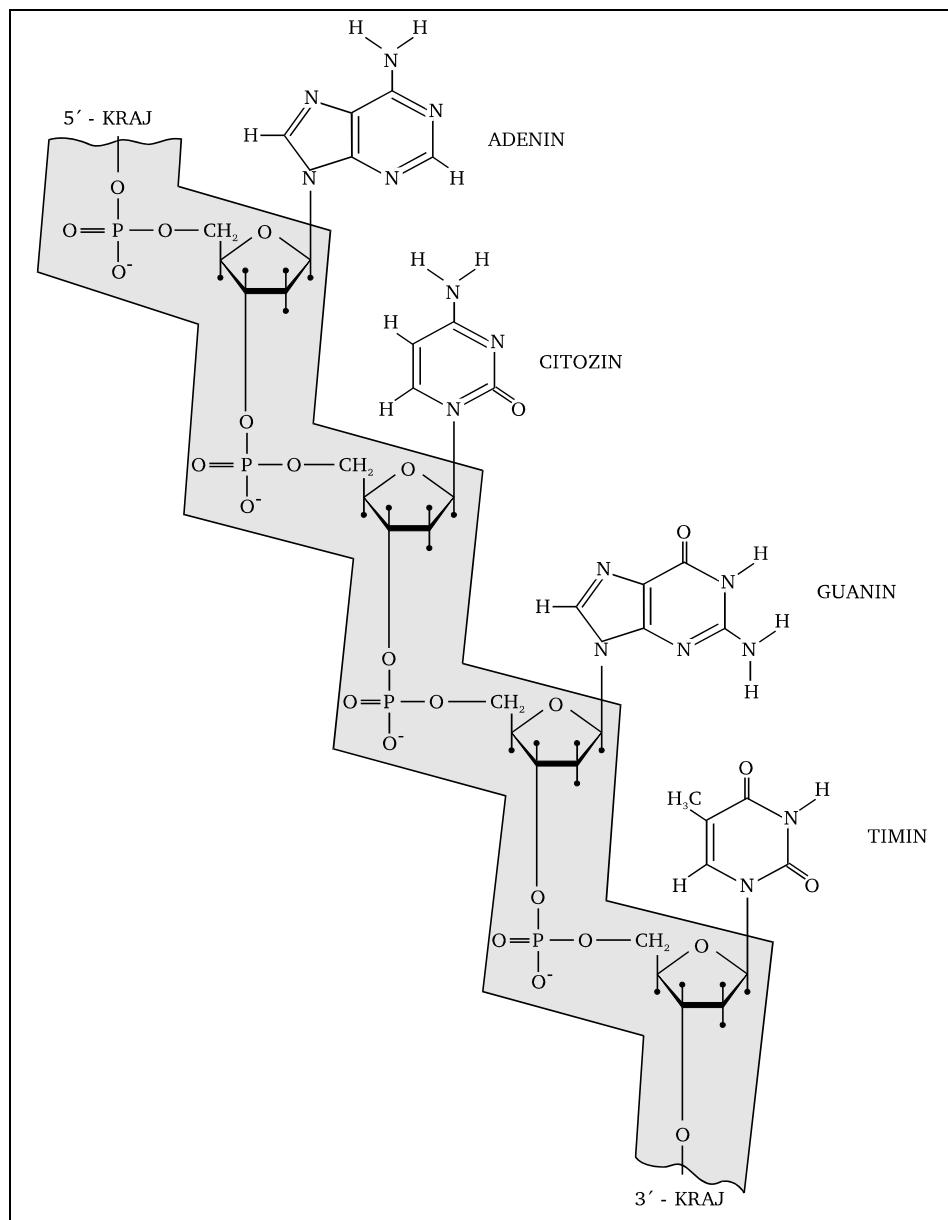
Dezoksiribonukleinske kiseline (DNK) sadrže **4** glavna **nukleotida**. S obzirom da nukleotidi D NK sadrže šećer *dezoksiribozu*, nazivaju se *dezoksiribonukleotidi*. Specifični ostaci nukleotida su *purinske i pirimidinske baze* (po 2 od svake vrste): *adenin* (A) i *guanin* (G), i *timin* (T) i *citozin* (C), prikazani na Sl. 1.8.



SLIKA 1.8 Glavni nukleotidi koji učestvuju u izgradnji D NK.

Ribonukleinske kiseline (RNK) sadrže **4** glavna **nukleotida**, samo što umesto timina (T) sadrže uracil (U), koji u odnosu na timin ima H atom umesto metil (CH_3) grupe pirimidinskog prstena. Osim toga, RNK sadrže šećer *ribozu* (za razliku od dezoksiriboze, sadrži dve susedne hidroksilne (OH) grupe umesto jedne, u petočlanom prstenu kiseline), pa se nukleotidi RNK nazivaju *ribonukleotidi*.

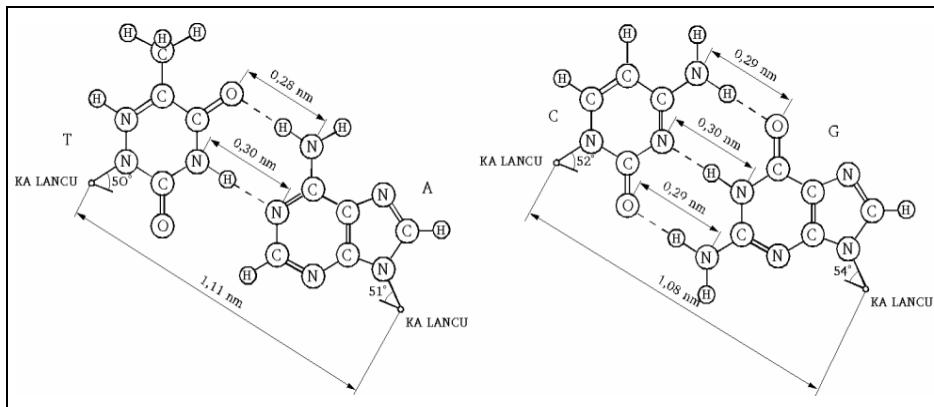
Primarna struktura jednog *polinukleotidnog lanca* D NK prikazana je na Sl. 1.9, sa koje se vidi da su nukleotidi D NK povezani u lancu preko fosfatnih (PO_4) i hidroksilnih (OH) grupa, koje se nalaze na šećernim komponentama, takozvanim *fosfodiestarskim vezama*.



SLIKA 1.9 Primarna struktura jednog polinukleotidnog lanca (sa osenčenim prikazom fosfodisterskih veza između nukleotida u lancu).

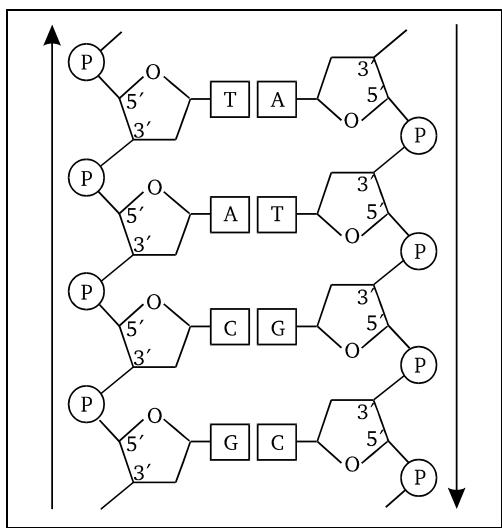
Sinteza polinukleotidnog lanca odigrava se polikondenzacijom nukleotida, uz izdvajanje vode.

Primarna struktura DNK sastoji se od 2 polinukleotidna lanca, koji su međusobno spojeni vodoničnim vezama između specifičnih baza: A···T i G···C (tzv. Votson-Krikovi parovi), Sl. 1.10!



SLIKA 1.10 Votson-Krikovi parovi nukleotidnih baza ($A \cdots T$ i $G \cdots C$) u DNK, međusobno spojeni vodoničnim vezama.

Sekundarna struktura DNK je *dvolančana spirala*, gde se dva polinukleotidna lanca *uvijaju jedan oko drugog*, spojeni vodoničnim vezama između $A \cdots T$ i $G \cdots C$ parova *susednih lanaca*! DNK može kristalizati u različitim dvospiralnim formama: A, B i C forme. One se razlikuju prema geometrijskim parametrima spirala. Pri tome su *lanci* u dvolančanoj spirali *antiparalelni* (Sl. 1.11).

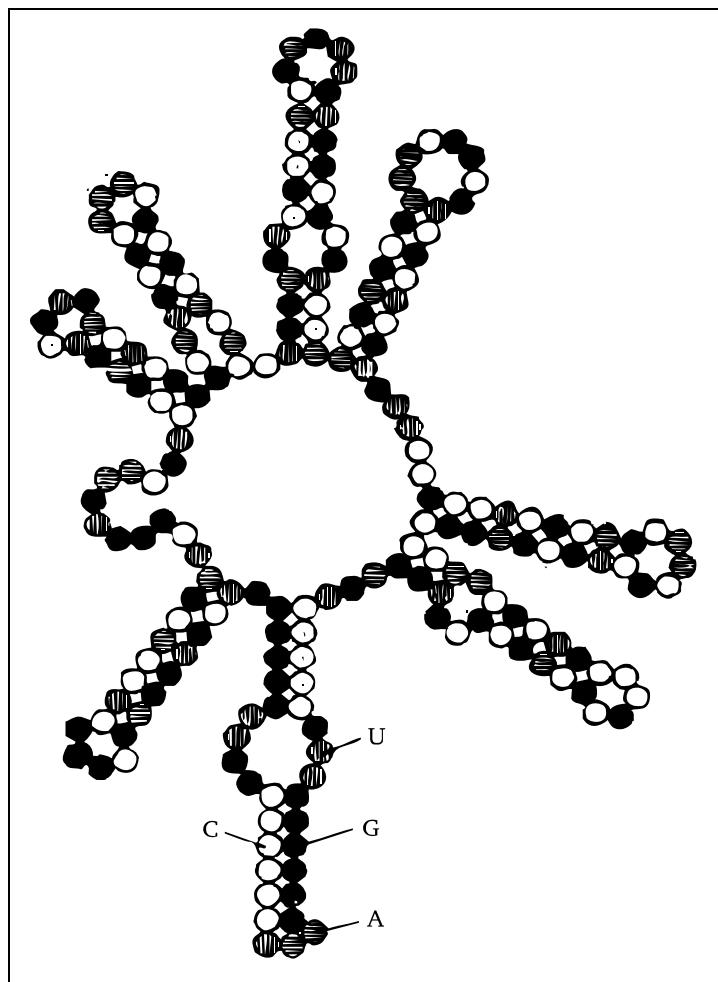


SLIKA 1.1 Šema dvolančane DNK-spirale, sa antiparalelnim polinukleotidnim lancima u spirali, spojenim Votson-Krikovim parovima nukleotidnih baza.

Tercijarna struktura DNK je u formi slabog klupka, pošto je krutost molekula DNK velika, dok **kvaternarna struktura** praktično i ne postoji.

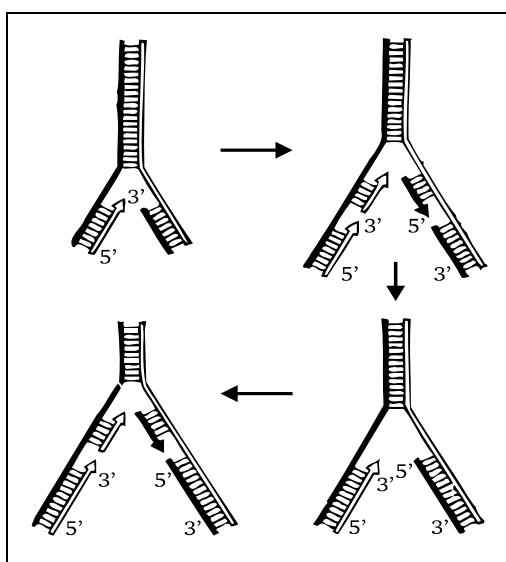
Otuda je jasno da su za **biološku funkcionalnost DNK** odgovorne prevashodno *primarna i sekundarna struktura*.

Sekundarna struktura RNK, koje predstavljaju jednolančane biopolimere, ima *dvospiralne segmente* (zbog tendencije sparivanja A···U i G···C baza), ali pošto ovde nema komplementarnih lanaca (kao kod DNK), to će postojati odnosi $A/U \neq 1$ i $G/C \neq 1$, odnosno biće i petlji sa nesparenim delovima izuvijanog RNK-lanca (Sl. 1.12).



SLIKA 1.12 Šematski prikaz sekundarne strukture RNK.

Replikacija DNK odigrava se pri deobi ćelija (mitozi), kada se genetski materijal ćelije udvostručuje. Mehanizam replikacije je tzv. *polukonzervativni*, pri kome dve DNK-spirale kćeri sadrže svaka po jedan novi i po jedan stari lanac, gde stari lanci služe kao *matrica* za sintezu novog komplementarnog lanca DNK. Ceo proces se odigrava uz katalitičko delovanje proteinskog enzima (fermenta) *polimeraze*, koji se pomera duž dvojne spirale DNK omogućujući sintezu. Šematski prikaz modela replikacije DNK, koji je predložio Okazaki (1968), dat je na Sl. 1.13, koja objašnjava repliciranje jednog lanca DNK u pravcu $5' \rightarrow 3'$, a drugog u pravcu $3' \rightarrow 5'$ – mada se, u suštini, kratki delići DNK uvek sintetišu u pravcu $5' \rightarrow 3'$.



SLIKA 1.13 Šematski prikaz polukonzervativne replikacije DNK.

1.5 PROBLEM GENETSKOG KODA

Gen je deo molekula DNK, odgovoran za sintezu *jednog proteinskog lanca*. DNK sadrži informaciju o *primarnoj strukturi proteina* – genetsku informaciju: ona je zapisana u *primarnoj strukturi DNK*, tj. rasporedu nukleotida!

Problem genetskog koda je *korespondencija* između *rasporeda nukleotida* u DNK i *rasporeda aminokiselinskih ostataka* u proteinskom lancu!

Proteinski tekst napisan je alfabetom od 20 slova (*aminokiselina*), a *tekst DNK* (ili RNK) alfabetom od 4 slova (*nukleotida*)! Elementarna kombinatorika pokazuje da broj nukleotida koji kodiraju jedan aminokiselinski ostatak ne može biti manji od 3:

broj varijacija od 2 nukleotida sa ponavljanjem od ukupno 4 nukleotida je $4^2 = 16 < 20$ (aminokiselina), dok je broj varijacija od 3 nukleotida sa ponavljanjem od ukupno 4 nukleotida jednak $4^3 = 64 > 20$ (aminokiselina)! Pošto je $64 > 20$, znači *genetski kod je degenerisan!*

Eksperimenti sa mutacijama tipa delecija (–, nedostatak nukleotida) ili umetanja (+, dodatak nukleotida), uz translaciju referentnog sistema, pokazali su (Krik i saradnici, 1961) da je **genetski kod tripletan, neprekrivajući, linearan**, bez "blankova", da se čita *počevši od jednog kraja gena* (v. Zad. 1.5), i da je *degenerisan!*

Ubrzo su *biohemički eksperimenti* sa aminokiselinama i trinukleotidima (Nirenberg, 1961; Korana, 1966) dešifrovali **korespondenciju 64 kodona (nukleotidna tripleta)** i 20 *aminokiselina* (datih na Sl. 1.14, u slavnoj Krikovoj tabeli genetskog koda, 1966).³

Mesto 1 (5' - kraj)	Mesto 2		Mesto 3		
	U	C	A	G	(3' - kraj)
U	Phe	Ser	Tyr	Cys	U
	Phe	Ser	Tyr	Cys	C
	Leu	Ser	Term ^a	Term	A
	Leu	Ser	Term	Trp	G
C	Leu	Pro	His	Arg	U
	Leu	Pro	His	Arg	C
	Leu	Pro	GluN	Arg	A
	Leu	Pro	GluN	Arg	G
A	Ileu	Thr	AspN	Ser	U
	Ileu	Thr	AspN	Ser	C
	Ileu	Thr	Lys	Arg	A
	Meth	Thr	Lys	Arg	G
G	Val	Ala	Asp	Gly	U
	Val	Ala	Asp	Gly	C
	Val	Ala	Glu	Gly	A
	Val	Ala	Glu	Gly	G

^a Kodon na kome se lanac završava (ranije nazivan "bez smisla")

SLIKA 1.14 Tabela genetskog koda.

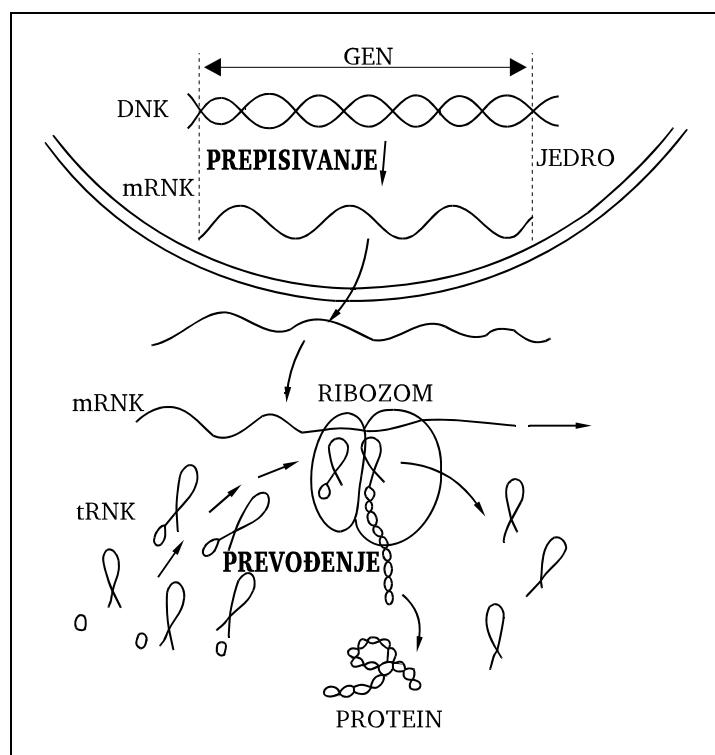
³ U kontekstu pitanja jednoznačnosti Krikove tablele (degenerisanog) genetskog koda sa Sl. 1.14, treba istaći lucidne uvide našeg profesora Miloja Rakočevića, koji je ukazao na njenu jednoznačnost determinisanu Bulovim 3-4 dimenzionalnim prostorima, proširujući ove analize i na jednoznačnost Mendeljejevljevog periodnog sistema elemenata, ukazujući na ovome bazirani fraktalni Univerzalni kod Prirode, koji se projavljuje na brojnim hijerarhijskim nivoima (Rakočević, 1994-2003).

1.6 BIOSINTEZA PROTEINA

Informacija sadržana u genima, tj. u DNK, predaje se matričnoj RNK (mRNK) u procesu *prepisivanja*. Biosinteza proteina odigrava se upravo na mRNK, *prevođenjem* nukleotidnog teksta mRNK u aminokiselinski redosled proteina. Ovo je **centralna dogma** molekularne biologije, o predaji genetske informacije:



(Strelica koja okružuje DNK označava da DNK služi kao svoja sopstvena matrica.) Centralna dogma molekularne biologije je detaljnije ilustrovana na Sl. 1.15.



SLIKA 1.15 Šema sinteze proteina u ćeliji.

Informaciona ili *matrična RNK* (mRNK) prenosi genetsku informaciju od *hromozoma* (u kojima se čuva u formi DNK) ka *ribozomima*, na kojima se odigrava **biosinteza proteina**.

Za biosintezu proteina neophodne su aminokiseline i odgovarajući termodinamički i kinetički uslovi. Aminokiseline postoje u ćeliji u slobodnom obliku, i njihova polikondenzacija je praćena egzotermnom reakcijom *defosforilizacije adenozintrifosfata* (ATF), koji daje neophodnu energiju za proces sinteze. Tako *aktivirane aminokiseline* vezuju se za specifičnu transportnu RNK (tRNK). Sama *biosinteza proteina* odigrava se na *ribozomima*, koji predstavljaju nukleoproteinske organele, sastavljene od proteina i *ribozomske RNK* (rRNK). Ribozomi obezbeđuju interakciju mRNK sa tRNK, koja nosi aktivirane aminokiseline, i *polikondenzaciju aminokiselina u proteinski lanac*. Svaka tRNK svojim antikodonom *komplementarno interaguje* sa odgovarajućim kodonom mRNK. Na jednom lancu mRNK može se sintetizovati *niz jednakih* proteinskih lanaca!

Opisani niz interakcija pri biosintezi proteina je složen, ali su sve njene etape karakterisane *jedinstvenim principom* koji leži u osnovi molekularne biofizike: **molekularnim prepoznavanjem**, ostvarenim posredstvom *slabih interakcija*. Prepoznaju jedni druge nukleotidi komplementarnih lanaca DNK, nukleotidi DNK i mRNK, aminokiseline i fermenti, aminokiseline i tRNK, antikodoni tRNK i kodoni mRNK. Ovi procesi molekularnog prepoznavanja traju ~ 1 ms, inače bi ograničavali brzinu biosinteze. Na taj način, složena igra slabih interakcija dovodi do obrazovanja jakih hemijskih peptidnih veza u proteinskom lancu, kao i fosfodiesterskih veza u DNK i RNK!

Obrazovanje hemijskih veza i mehanički procesi (premeštanje fermenta RNK polimeraze duž lanca DNK (pri sintezi mRNK), rad ribozoma i njihovo premeštanje duž lanca mRNK (pri sintezi proteina, uz posredovanje tRNK koje nose aktivirane specifične aminokiseline)) zahtevaju *utrošak energije*. Izvor energije (ΔE) za te procese su (najčešće) molekuli adenozintrifosfata (ATF), sa *visokoenergetskim fosfatnim vezama*: $\text{ATF} \rightarrow \text{ADF} + \text{H}_3\text{PO}_4 + \Delta E$ (30,7 kJ/mol).

Sve somatske *ćelije* datog višećelijskog organizma sadrže jedan te *isti skup gena*, identičan polaznom genomu zigota (oplodene jajne ćelije)! Istovremeno, znamo da se ćelije različitih tkiva mađusobno razlikuju i morfološki i funkcionalno; iz njihove razlike sledi da u *različitim ćelijama* istog organizma funkcionišu *različiti proteini*! A to znači da u različitim ćelijama rade različiti geni, i da se molekularni smisao **diferencijacije ćelija** sastoji u **regulaciji rada gena**! U tom procesu igraju ulogu *induktori i represori*, koji upravljaju početkom i završetkom sinteze specifičnog proteina. Na ovom planu postoji još dosta *nedovoljno rasvetljenih* mehanizama ćelijske regulacije (v. Od.7.3)!

Mutacije se odigravaju bilo spontano, bilo pod uticajem moćnih spoljašnjih faktora – hemijskih ili radiacionih delovanja na hromozome i gene. Postoje *hromozomske mutacije* (izmena nadmolekularne hromozomske strukture) i *tačkaste ili genske mutacije* (izmena rasporeda u nukleotidima DNK i mRNK). Od tačkastih

mutacija, poseban uticaj na funkcionalnu promenu sintetisanih proteina imaju one kod kojih su *purinski* nukleotidi zamenjeni *pirimidinskim*, i obratno, jer to utiče na *promenu hidrofobnosti* odgovarajućih aminokiselinskih ostataka! Srećom, takve mutacije su oko 2 puta ređe od *nemih* (kod kojih se ne ispoljavaju funkcionalne promene čelijskih proteina), što ukazuje na priličnu **stabilnost genetskog koda** u odnosu na *genske mutacije!*

1.7 FIZIKA INTERAKCIJE FERMENT-SUPSTRAT: MOLEKULARNO PREPOZNAVANJE

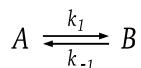
Najvažnija funkcija proteina je *fermentativna!* **Fermenti** (enzimi) su *katalizatori* svih *biohemijskih reakcija!* *Katalizator* učestvuje u reakciji i ubrzava je, ali se pri tome *ne troši*.

Saglasno Arenijusovom zakonu, *konstanta brzine reakcije* (k) veoma zavisi od *temperature* (T):

$$k = Ae^{-\frac{G^\ddagger}{RT}}, \quad (1.1)$$

G^\ddagger - je *slobodna energija aktivacije*, koja karakteriše energetsku barijeru, koju mora da savlada sistem radi ostvarenja reakcije (v. Sl. 1.16). **Fermenti snižavaju energiju barijere!** Zavisnost (1.1) potiče od Bolcmanove raspodele po energijama, gde eksponencijalni faktor ukazuje na deo molekula koji ima dovoljnu slobodnu energiju G^\ddagger za ostvarenje reakcije!

Konstanta k određuje *brzinu reakcije*. U **povratnoj reakciji**



sa koncentracijama C_A i C_B odgovarajućih hemijskih reagenata A i B, brzine reakcije u jednom smeru (\vec{v}) ili drugom (\bar{v}) date su izrazima

$$\vec{v} = k_1 C_A, \quad \bar{v} = k_{-1} C_B. \quad (1.2)$$

U ravnoteži je $\vec{v} = \bar{v}$, i *konstanta ravnoteže* (K) definiše se kao

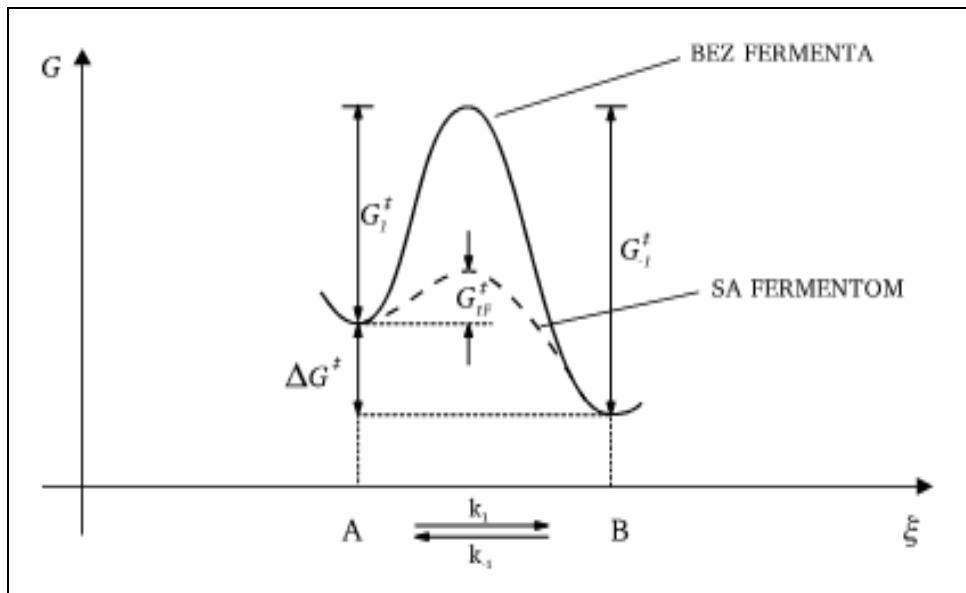
$$K = \frac{C_B^{eq}}{C_A^{eq}} = \frac{k_1}{k_{-1}}. \quad (1.3)$$

(indeks *eq* - označava ravnotežnu koncentraciju). *Razlika slobodnih energija* polaznog reagenta (A) i produkta reakcije (B) jednaka je ($\Delta G^\ddagger = G_1^\ddagger - G_{-1}^\ddagger$), saglasno (1.1) i (1.3):

$$\Delta G^\ddagger = -RT\ln K = \Delta H^\ddagger - T\Delta S^\ddagger, \quad (1.4)$$

gde je ΔH^\ddagger - razlika entalpija, a ΔS^\ddagger - razlika entropija reagenata.

Reakcija je moguća samo ako je $\Delta G^\ddagger < 0$, tj. ako se snižava slobodna energija (odnosno, prema Sl. 1.16, $A \xrightarrow{k_1} B$). To je potrebno, ali nije dovoljno: slobodna energija aktivacije (G_1^\ddagger) mora biti dovoljno mala, kako bi konstanta brzine reakcije $A \xrightarrow{k_1} B$ bila neštečevajuća, odnosno kako bi se ta reakcija odvijala! *Katalizator* (ferment) služi da snižava aktivacionu barijeru ($G_{1F}^\ddagger \ll G_1^\ddagger$, v. Sl. 1.16).



SLIKA 1.16 Šematski prikaz uticaja katalizatora (fermenta) na snižavanje aktivacione barijere ($G_{1F}^\ddagger \ll G_1^\ddagger$) hemijske reakcije $A \xrightarrow{k_1} B$; ξ je koordinata hemijske reakcije koja označava skup relativnih položaja svih N atoma $\{l_{12}, l_{13}, \dots, l_{N=1N}\}$ u odgovarajućim međuatomskim konfiguracijama (tako da presek $G(\xi)$ duž nekog l_{ij} daje presek energetske hiperpovrši u vidu krive slobodne energije u dotoj ravanskoj projekciji variranih međuatomskih rastojanja i-tog i j-tog atoma, v. Dod. D.1.16)

Arenijusov zakon (1.1) može se prepisati i u drugom obliku (identifikujući $G^\ddagger = H^\ddagger - TS^\ddagger$, gde je G^\ddagger - slobodna energija aktivacije, H^\ddagger - entalpija aktivacije, a S^\ddagger - entropija aktivacije):

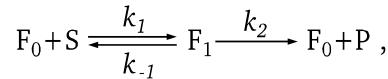
$$k = A e^{\frac{S^\ddagger}{R}} e^{-\frac{H^\ddagger}{RT}}. \quad (1.5)$$

Logaritmovanjem (1.5) dobija se

$$\ln k = \ln A + \frac{S^\ddagger}{R} - \frac{H^\ddagger}{RT} \approx \frac{S^\ddagger}{R} - \frac{H^\ddagger}{RT}. \quad (1.6)$$

Iz linearne zavisnosti $\ln k$ od $1/T$, dobija se H^\ddagger iz nagiba prave, a S^\ddagger iz odsečka na ordinati. Nelinearnost u pomenutoj zavisnosti govori o usložnjavanju procesa tj. njegovoj **kooperativnosti**: u takvom procesu H^\ddagger više nije konstantno, već zavisi od broja proteklih reakcija reagenata, a samim tim i od T !

Kinetika fermentativne reakcije transformacije supstrata (S) u produkt (P) pomoću fermenta (F_0) u jednostavnom procesu tipa



gde se obrazuje kao međustadijum fermentno-supstratni kompleks (F_1), daje za brzinu reakcije ($v = k_2 C_{F_1}$) Mihaelis-Mentenovu jednačinu:

$$v = \frac{k_2 C_S C_F}{K_M + C_S} = \frac{v_m C_S}{K_M + C_S}, \quad (1.7)$$

(C_S - je koncentracija supstrata S, C_F - koncentracija fermenta, koja je zbir koncentracija slobodnog fermenta (C_{F_0}) i ferment-supstratnog kompleksa (vezanog fermenta, C_{F_1}): $C_F = C_{F_0} + C_{F_1} = \text{const.}$), gde je K_M - Mihaelisova konstanta,

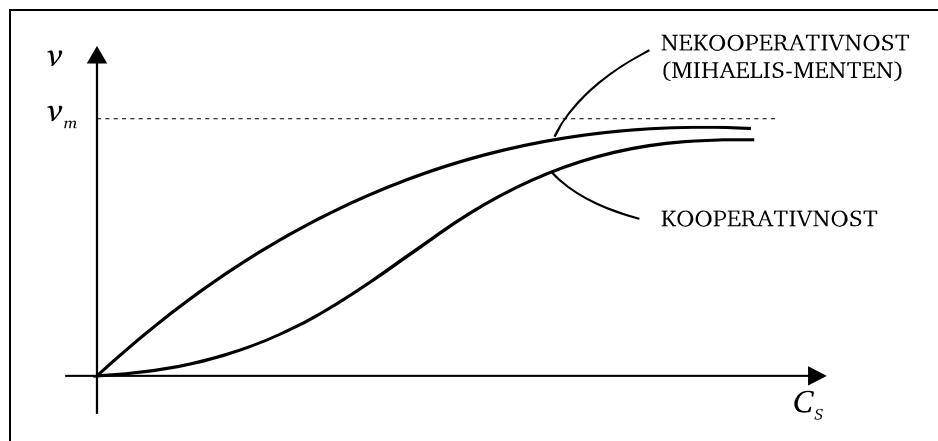
$$K_M = \frac{k_{-1} + k_2}{k_1}, \quad (1.8)$$

(v. Zad. 1.6). Zavisnost $v(C_s)$ data je na Sl. 1.17, gde se vidi da postoji horizontalna asimptota $v_m = k_2 C_F$.

Kinetika kooperativne fermentativne reakcije, za model molekula fermenta koji se sastoji od 2 identične podjedinice (kvaternarna struktura fermenta), od kojih svaka ima aktivni centar, prikazana je šematski na Sl. 1.18. Molekul fermenta se može nalaziti u tri stanja: F_{00} (oba centra slobodna), $F_{01} = F_{10}$ (jedan centar zauzet supstratom S, drugi slobodan) i F_{11} (oba centra zauzeta supstratom). Brzina obrazovanja produkta P ($v = 2k_2 C_{F_{10}} + 2k_4 C_{F_{11}}$; v. Sl. 1.18) dobija se u obliku (v. Zad. 1.7)

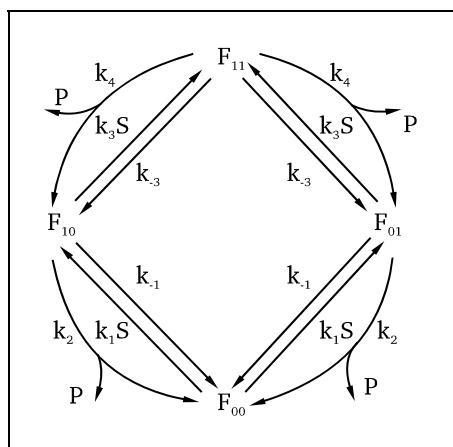
$$v = 2k_2 C_F C_S \frac{\alpha C_S + \beta K}{C_S^2 + 2\beta K C_S + \beta K^2}, \quad (1.9)$$

gde je: $\alpha = k_4/k_2$, $\beta = K'/K$, $K = (k_{-1} + k_2)/k_1$, $K' = (k_{-3} + k_4)/k_3$, $C_F = C_{F_{00}} + 2C_{F_{10}} + C_{F_{11}}$. Zavisnost $v(C_S)$ iz (1.9) prikazana je na Sl. 1.17, odakle se vidi da ta kriva ima *S-formu* (sa prevojnom tačkom), što ukazuje na *kooperativnost procesa*! Za $\alpha = \beta = 1$ izraz (1.9) svodi se na Mihaelis-Mentenov izraz (1.7) za brzinu nekooperativnog obrazovanja produkta.



SLIKA 1.17 Šematski prikaz zavisnosti brzina fermentativnih reakcija: nekooperativne (1.8) i kooperativne (1.10)

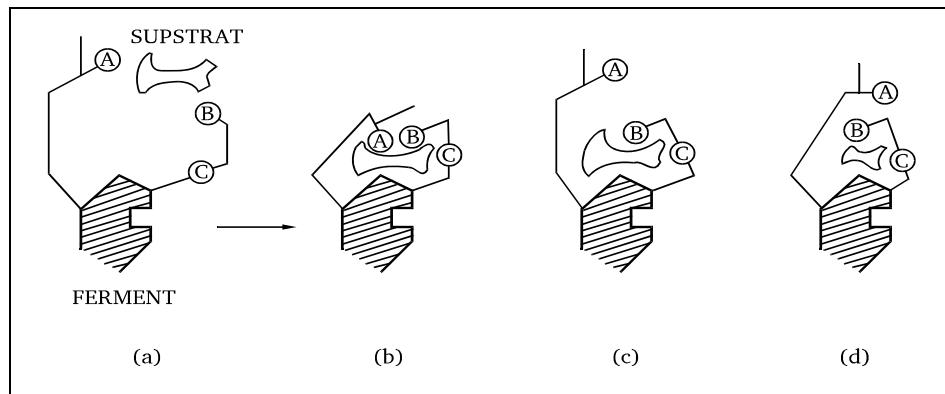
Kooperativnost procesa ovde se objašnjava postojanjem *kvaternarne strukture fermenta*, koji se sastoji od dve subjedinice: afinitet fermenta ka supstratu i katalitička aktivnost date subjedinice zavise od toga u kakvom se stanju nalazi druga subjedinica – da li je vezala supstrat ili ne!



SLIKA 1.18 Šema kooperativne fermentativne reakcije, sa fermentom od dve identične subjedinice sa aktivnim centrima.

Konformaciona svojstva fermenta su suštinski važna za razumevanje fermentativne katalitičke aktivnosti! *Konformaciona labilnost proteina* obezbeđuje mogućnost njegove *specifične interakcije* sa (niskomolekularnim) *supstratom*. Pošto je supstrat (najčešće) niskomolekularan, a ferment (visokomolekularni) protein, to supstrat neposredno interaguje sa određenim malim delom molekula fermenta – njegovom *aktivnim centrom* (skup i raspored aminokiselinskih ostataka i kofaktora (kofermenti, vitamini, mataloorganski kompleksi, hormoni, ...)).

U *fermentno-supstratnom kompleksu* (FSK) dolazi do dinamičkog uspostavljanja *indukovane strukturne korespondencije* fermenta i supstrata, što obezbeđuje minimalnu vrednost slobodne energije interakcije. Posredstvom *konformacionih transformacija* ostvaruje se strukturalna korespondencija fermenta i supstrata, odnosno **molekularno prepoznavanje**! Na Sl. 1.19(a,b) prikazan je proces konformacione transformacije i molekularnog prepoznavanja ferment-supstrat, dok se na Sl. 1.19(c,d) vidi zašto molekuli slični supstratu, ali različiti od njega po dimenzijama, ne interaguju! Sama interakcija ferment-supstrat je *slaba hemijska veza* (Van der Valsova, vodonična, hidrofobna, ...), koja se, međutim, tokom postojanja ferment-supstratnog kompleksa veoma pojačava zbog *hidrofobnosti aktivnog dela fermenta*: naime, relativna dielektrična propustljivost ϵ_r aktivnog dela fermenta je znatno manja ($\epsilon_r \sim 3\div4$) u odnosu na vodeno okruženje ($\epsilon_r \sim 81$), što veoma pojačava kulonovske interakcije ($F \sim q_1q_2/4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2$) supstrata i aktivnog centra fermenta!



SLIKA 1.19 Šema obrazovanja kompleksa ferment-supstrat posredstvom indukovane strukturne korespondencije: (a) ferment i supstrat pre interakcije; (b) fermentno-supstratni kompleks (FSK); (c) i (d) nemogućnost obrazovanja FSK za molekule manje od supstrata, mada njemu slične po obliku.

Praktično, *elektrostaticke interakcije u hidrofobnoj šupljini* (aktivnom centru) fermenta daju glavni doprinos energetici fermentativne katalize, tj. *sniženju energije aktivacije* u ferment-supstratnom kompleksu. Sama energija za konformacione izmene strukture fermenta izdvaja se pri adsorpciji supstrata na fermentu!

Pri interakciji ferment-supstrat i formiranju fermentno-supstratnog kompleksa, menjaju se stanja elektronskih ljski supstrata i atomske grupa aktivnog centra fermenta. U fermentno-supstratnom kompleksu perturbuju se elektronske ljske, ali se i premeštaju atomska jezgra. Među kretanjima atomske jezgara najnižu energiju zahtevaju niskofrekventne deformacione vibracije i rotacije oko jediničnih veza, tj. izmena konformacije! Dakle, za fermentativnu katalizu najveći značaj imaju interakcije elektronskih i konformacionih stepeni slobode – **elektronsko-konformacione interakcije** (EKI)!

Semi-klasični model elektronsko-konformacionih interakcija i molekularnog prepoznavanja. Za razumevanje *prirode EKI*, možemo se poslužiti uprošćenim modelom interakcije elektrona i atomske jezgare – *elektroni u pravougaonoj potencijalnoj jami* sa beskonačno visokim pokretnim zidovima (v. Sl. 1.20a). Elektroni se raspoređuju u jami: $2n$ elektrona zauzima n nivoa. *Dozvoljene vrednosti* energije elektrona unutar jame izračunavaju se primenom de Brolijevog uslova stojećih elektronskih talasa u jami širine L :⁴

$$n \frac{\lambda_e}{2} = L, (n = 1, 2, \dots); \quad (1.10)$$

s druge strane je talasna dužina elektrona λ_e data de Brolijevom relacijom

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{m_e v_e}. \quad (1.11)$$

Kombinovanjem (1.10) i (1.11) dobija se brzina elektrona $v_e = nh/2m_e L$, pa je energija elektrona u jami jednaka

$$E_e = \frac{m_e v_e^2}{2} = \frac{n^2 h^2}{8m_e L^2}. \quad (1.12)$$

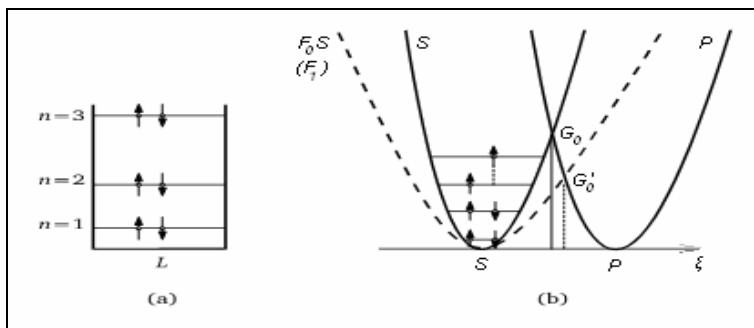
Odatle se može izračunati sila pritiska elektrona na zid jame,

$$f_e = \left| \frac{dE_e}{dL} \right| = \frac{n^2 h^2}{4m_e L^3}. \quad (1.13)$$

U ravnoteži, ove sile pritiska su kompenzovane spoljašnjim silama u odnosu na jamu. Promena ravnoteže potiče bilo od pobuđenja elektrona u sistemu (raste n), bilo od dodavanja elektrona sistemu (raste broj elektrona, odnosno broj udara u zid jame). Zbog promene ravnoteže zidovi jame se pomeraju u novi ravnotežni položaj, na povećanom rastojanju $L + \Delta L$. Drugim rečima, rad za premeštanje jezgara ($f_e \Delta L$) vrši se na račun umanjenja energije elektrona – jer energija elektrona opada sa povećanjem L (v. (1.12)).

⁴ Osnove Kvantne mehanike izložene su u Dodatku D.1 (specijalno, ponašanje čestice u potencijalnoj jami dato je u Dod. D.I.12).

Ako se posmatra *parabolična jama sa pokretnim zidovima* (Sl. 1.20b), lako se vidi da EKI snižavaju aktivacionu barijeru ($G_a \equiv G^{\ddagger}$). Širenje parabole polaznih reagenata biohemijske reakcije, pod dejstvom dodatne sile pritiska elektrona, dovodi do pomeranja tačke preseka (G_a') sa susednom parabolom produkata biohemijske reakcije, odnosno do *smanjenja slobodne energije aktivacije!* Ovakvo *semi-klasično razmatranje EKI* (Voljkenštejn, 1981) pokazuje da se *energija elektronskog pobuđenja* transformiše u rad premeštanja jezgara, tj. *konformacionu energiju!* To, dalje, zbog sniženja aktivacione slobodne energije ($G_a' < G_a$) dovodi do ubrzanja *biohemijske reakcije* (Arenijusov zakon, (1.1)).



SLIKA 1.20 Šematski prikaz dva modela elektronsko-konformacionih interakcija, sa elektronima u (a) pravougaonoj potencijanoj jami sa beskonačno visokim pokretnim zidovima, i u (b) paraboličnoj potencijalnoj jami sa pokretnim zidovima (na primeru prethodno razmotrene fermentativne reakcije).

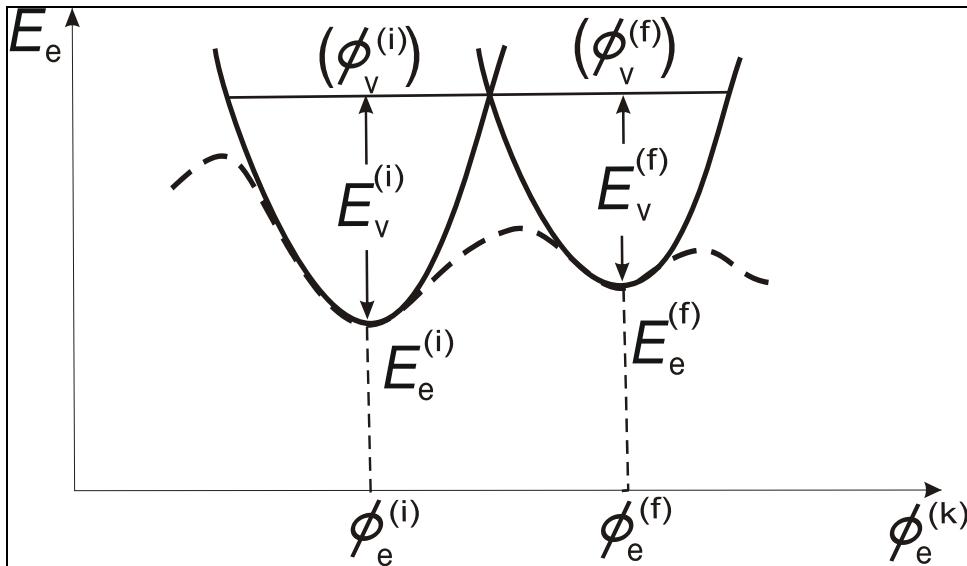
Kvantni modeli elektronsko-konformacionih interakcija i molekularnog prepoznavanja. Dva otvorena pitanja semi-klasično postavljenih problema u molekularnoj biofizici jesu *nerazumno dugo vreme* potrebno za izmenu biomolekularnih konformacija (Levintal, 1968) i *dugo-dometna usmerenost* selektivnih procesa biomolekularnog prepoznavanja, čija *rešenja* prirodno treba tražiti u okviru *kvantne mehanike* (Raković *et al.*, 2004-7).

Na kvantu prirodu nestacionarnih procesa *biomolekularnog prepoznavanja* ukazuju: (1) *Teorija neradijativnih rezonantnih strukturalnih prelaza*, kroz intermedijarne kvantno-koherentne superpozicije okruženjem pobuđenih elektronsko-vibracionih stanja reagenata u molekularnim reakcijama; (2) *Model kvantne dekoherencije*, kroz okruženjem indukovane konformacione prelaze u biomolekularnom prepoznavanju, uz mogućnost razmatranja ovog procesa na nivou cele ćelije kao Hopfieldove kvantno-holografske asocijativne neuronske mreže (sa tretiranjem svih biomolekula iste vrste u ćeliji kao *dinamički spregnutih identičnih kvantnih čestica*, implicirajući time dublji *kvantni holizam ćelije*); i (3) *Model rezonantnog prepoznavanja RRM*, baziran na otkriću da informacioni biomolekuli i njihovi supstrati imaju isti zajednički RRM-frekventni pik ali skoro suprotne faze – o čemu će biti detaljnije reči u nastavku ovog odeljka.

Teorija neradijativnih rezonantnih struktturnih prelaza (Gribov, 2001), u okvirima standardnog *kvantno-hemijskog Hamiltonijana* (koji uključuje kinetičke energije i kulonovske interakcije svih elektrona i jezgara biomolekula) i Born-Openhajmerove *adijabatske aproksimacije* (razdvajanja elektronskih i vibracionih stepeni slobode biomolekula), zamenjuje (semi)klasični problem više-elektronske hiperpovrši $E_e(\phi_e^{(k)})$, adijabatski loše definisan pri prelazu između dva susedna lokalna minimuma, bolje definisanim problemom dve (virtuelno presecajuće) izomerne više-elektronske hiperpovrši (hiperparaboloida) kao potencijalnih hiperpovrši za dva vibraciona (izomerna) problema, v. Sl. 1.21.

Prema ovakovom prilazu *neradijativne kvantne rezonance* (v. Zad. 1.8), *spoljašnjom perturbacijom* izomera, na samom preseku ovih hiperpovrši ispunjeni su uslovi za elektronsko-vibracione neradijativne rezonantne prelaze između dva izomera (i, f): ova rezonantna elektronsko-vibraciona stanja dva izomera se transformišu od odgovarajućeg (neperturbovanog) proizvoda elektronskih i vibracionih talasnih funkcija ($\phi_e^{(i)} \phi_v^{(i)}, \phi_e^{(f)} \phi_v^{(f)}$) u (perturbovane) simetrizovane superpozicije ($\phi_e^{(i)} \phi_v^{(i)} \pm \phi_e^{(f)} \phi_v^{(f)}$) $/\sqrt{2}$, i njihove (neperturbowane) energije od rezonirajućih (jednakih) superpozicija osnovnih elektronskih energija odgovarajućih minimuma više-elektronske hiperpovrši i vibracionih energija viših eksitiranih stanja ($E_e^{(i)} + E_v^{(i)} = E_e^{(f)} + E_v^{(f)}$) u (perturbovani) blago rascepljeni energetski dublet ($E_e^{(i)} + E_v^{(i)} + 1/2\Delta E, E_e^{(f)} + E_v^{(f)} - 1/2\Delta E$), sa $\Delta E = (E_e^{(i)} + E_v^{(i)}) S_{ev}^{(i,f)}$ (gde su $S_{ev}^{(i,f)} = \iint \phi_e^{(f)} \phi_v^{(f)} \phi_e^{(i)*} \phi_v^{(i)*} dV_e dV_v$ $\approx S_v^{(i,f)} S_e^{(i,f)}$, elektronsko-vibracioni integrali prekrivanja između dva rezonirajuća izomerna stanja (i, f), pri čemu su $S_v^{(i,f)}$ i $S_e^{(i,f)}$ odgovarajući integrali prekrivanja vibracionih i elektronskih komponenti). U prvoj aproksimaciji, matrični element *dipolnog prelaza* iz i -tog u f -ti izomer jednak je $\mu^{(i,f)} \approx \iint \phi_e^{(f)} \phi_v^{(f)} (\mu_e + \mu_v) \phi_e^{(i)*} \phi_v^{(i)*} dV_e dV_v \approx \mu_e^{(i,f)} S_v^{(i,f)} + \mu_v^{(i,f)} S_e^{(i,f)}$, gde su μ_e i μ_v odgovarajuće elektronske i nuklearne komponente operatora totalnog dipolnog momenta. Očito je da će prelaz između dva izomera biti dozvoljen kada komponente odgovarajućih *dipolnih momenata*, $\mu_e^{(i,f)}$ i $\mu_v^{(i,f)}$, i *integrala prekrivanja*, $S_v^{(i,f)}$ i $S_e^{(i,f)}$, ne iščezavaju!

Iz gornjih razmatranja može se zaključiti da su *dozvoljeni prelazi* između izomernih stanja (i, f) mogući samo za bliska stanja sa *neiščezavajućim* integralima prekrivanja $S_v^{(i,f)}$ i $S_e^{(i,f)}$, ili u *kaskadnim* rezonantnim prelazima između *bliskih intermedijarnih* participirajućih izomernih stanja, koji se mogu povezati i sa bez-disipativnim polaronsko-solitonskim transportom (v. Zad. 1.9-10).



SLIKA 1.21 (Semi)klasični problem više-elektronske hiperpovrši $E_e(\phi_e^{(k)})$, kao potencijalne energije za adijabatski dekuplovan QID vibracioni i konformacioni sistem (sa lokalnim minimumima kao semi-klasičnim 'pozicijama', tj. više-atomskim izomernim konfiguracijama na više-elektronskoj hiperpovrši (isprekidana linija na slici)) – adijabatski loše-definisane pri prelasku između dva bliska lokalna minimuma – zamenjuje se u okviru teorije neradijativnih rezonantnih strukturalnih prelaza bolje definisanim problemom dve (virtuelno presecajuće) izomerne više-elektronske hiperpovrši (hiperparaboloida) koji služe kao potencijalne hiperpovrši za dva vibraciona (izomerna) problema (puna linija na slici). Prema ovakvom prilazu, spoljašnjom perturbacijom izomera, na samom preseku ovih hiperpovrši ispunjeni su uslovi za elektronsko-vibracione neradijativne rezonantne prelaze između dva izomera (i, f): u prvoj aproksimaciji matrični element dipolnog prelaza iz i -tog u f -ti izomer jednak je $\mu^{(i,f)} \approx \mu_e^{(i,f)} S_v^{(i,f)} + \mu_v^{(i,f)} S_e^{(i,f)}$, i očito je da će prelaz između dva izomera biti dozvoljen kada komponente odgovarajućih dipolnih momenata, $\mu_e^{(i,f)}$ i $\mu_v^{(i,f)}$, i integrala prekrivanja, $S_v^{(i,f)}$ i $S_e^{(i,f)}$, ne isčezaaju! Takođe, tokom ovih rezonantnih prelaza perturbovani biomolekularni sistem je kratkotrajno opisan kvantno-koherentnom superpozicijom $(\phi_e^{(i)} \phi_v^{(i)} \pm \phi_e^{(f)} \phi_v^{(f)})/\sqrt{2}$, pre njene kvantne dekoherencije u finalno elektronsko stanje $\phi_e^{(f)}$ ili u inicijalno elektronsko stanje $\phi_e^{(i)}$ (sa potonjim deeksitacijama u niža vibraciona stanja). Za detalje v. tekst i Dod. D.1.16.

Takođe, tokom ovih rezonantnih prelaza perturbovani biomolekularni sistem je kratko opisan kvantno-koherentnom superpozicijom $(\phi_e^{(i)} \phi_v^{(i)} \pm \phi_e^{(f)} \phi_v^{(f)})/\sqrt{2}$, pre njene kvantne dekoherencije u finalno elektronsko stanje $\phi_e^{(f)}$ ili u inicijalno elektronsko stanje $\phi_e^{(i)}$ (sa potonjim deeksitacijama u niža vibraciona stanja).

Model kvantne dekoherencije (Raković, Dugić *et al.*, 2004-6) lepo se uklapa u prethodno opisanu sliku kratkotrajnog opisa *kvantno-koherentnih superpozicija* stanja dva izomera pre kvantne dekoherencije u jedno od dva finalna izomerma stanja. On generalno omogućava istovremeno reprodukovanje i *egzistencije i stabilnosti* (stacionarnih) biomolekularnih protein/supstrat ključ-brava uklapajućih i ne-uklapajućih konformacija, kao i *kratke vremenske skale* za kvantno-mehaničke procese koji efektivno rezultuju u odgovarajućim (nestacionarno) indukovanim konformacionim ključ-brava uklapajućim *prelazima biomolekularnog prepoznavanja* pod promenljivim spoljašnjim uticajem (kompozicionim/hemijskim, topotičnim, optičkim ...) na ćelijsko komplementarno citoplazmatsko okruženje (v. Dod. D.1.20 i Zad. 1.11).

Dinamička modifikacija (više-elektronske) hiperpovrši energija-stanje, $E_e(\phi_e)$, ćelijskog *kvantno-ansambalskog* enzimskog biomolekularnog makroskopskog otvorenog kvantnog sistema (preko promene operatora gustine stanja $\hat{\rho}_e(t)$), prirodna je posledica elektronsko-konformacionih spregnutih procesa – što ukazuje na potencijalnu mogućnost razmatranja ćelijskog biomolekularnog prepoznavanja kao *Hopfieldove kvantno-holografske asocijativne neuronske mreže* (v. Dod. D.1.22 i Zad. 1.11). Ovakav pristup podrazumeva *standardni ćelijski lokalni tretman kvantnog ansambla ne-interagujućih dinamički ne-spregnutih N različivih biomolekularnih enzima* iste vrste (i njihovih korespondentnih biomolekularnih klasa supstrata).

Međutim, postoji i alternativna mogućnost *holističkog ćelijskog ne-lokalnog tretmana kvantnog sistema ne-interagujućih dinamički spregnutih N ne-različivih kvantnih biomolekularnih enzima* iste vrste (i njihovih korespondentnih biomolekularnih klasa supstrata). Tada se dinamička modifikacija više-elektronske hiperpovrši energija-stanje ćelijskog biomolekularnog enzimskog makroskopskog otvorenog kvantnog sistema (i analogno njihovih korespondentnih biomolekularnih klasa supstrata), može najbolje predstaviti u formalizmu *druge kvantizacije* (v. Dod. D.1.17 i Zad. 1.11), koji tretira sve *biomolekule iste atomske konfiguracije* kao *identične kvantne čestice* koje *zauzimaju različita izomerno-konformaciona stanja*,⁵ i koji posmatra takvo ćelijsko *N-čestično enzimsko kvantno stanje* u kvantno-mehaničkom *okupacionom bazisu* koji opisuje *broj enzima koji zauzimaju redom sva stanja kompletног bazisnog skupa jedno-čestičnih izomerno/konformacionih enzimskih*

⁵ Drugi pristup daje dublju biofizičku osnovu za kvantno-holističku sliku ćelije, i posebno *fenomenološki opravdanu kvantno-holografsku (fraktalnu) spregu različitih hijerarhijskih kvantnih nivoa* – od biološke ćelije do akupunktturnog sistema/svesti i kolektivne svesti (v. Od. 5.4). To implicira Hopfieldovski kvantno-holografski povratni uticaj EM polja akupunktturnog sistema na ćelijske konformacione enzimske promene i ekspresiju genoma (Raković *et al.*, 2005-06; tzv. makroskopski "downward causation"), a ne samo obrnuto (mikroskopski "upward causation"), uz uzajamnu kvantno-informacionu kontrolu ontogeneze/embriogeneze i morfogeneze, i to počev od prve deobe oplođene jajne ćelije kojom započinje i diferenciranje akupunktturnog sistema (v. Od. 3.1, 5.4, 6.3 i 7.3) – sa značajnim *psihosomatskim i kognitivnim bioinformacionim implikacijama*.

stanja. Slično, posmatranje *multi-fononske hiperpovrši energija-stanje svih izomerno/konformacionih enzimskih stanja*, zahteva njihovo razmatranje u kvantno-mehaničkom *okupacionom bazisu* koji opisuje *broj fonona koji zauzimaju redom sva stanja kompletog bazisnog skupa jedno-čestičnih fononskih enzimskih stanja.*

Tako bi na čelijskom nivou *za svaki skup identičnih biomolekula* mogla postojati *dva* (interagujuća) makroskopska kvantna sistema – jedan sa *modifikujućom više-elektronskom hiperpovrši $E_e(\phi_e)$* i drugi sa *modifikujućom EM multi-fononskom hiperpovrši $E_v(\phi_v)$* (pri čemu drugi uključuje i nisko-energetske dugo-dometne koherentne mikrotalasne Frelihove eksitacije – stvorene kao rezultat interakcije elektronskog i fononskog podsystems, koje su posebno značajne za *mikrotalasnu rezonantnu terapiju* (MRT) dinamičke modifikacije EM multi-fononskog (i povezanog više-elektronskog) *akupunktturnog makroskopskog kvantnog sistema*; Raković *et al.* 2005-6).

Model rezonantnog prepoznavanja (Čosić, 1997; Veljković, 1980) potvrđen je na više od 1000 proteina iz više od 30 funkcionalnih grupa – sa brojnim potencijalnim praktičnim primenama u molekularnoj biologiji, medicini, biotehnologiji, poljoprivredi i nanoteknologiji. Model je baziran na otkriću da postoji značajna korelacija između spektara numeričke reprezentacije linearnih sekvenci konstitutivnih elemenata (amino-kiselina, nukleotida) i njihove biološke aktivnosti ili interakcije u odgovarajućim biomolekulima (proteini, DNK). Ovaj RRM-model interpretira takvu linearu informaciju korišćenjem elemenata digitalne analize signala i fizike čvrstog stanja, pridruživanjem vrednosti elektron-jon interakcionog potencijala svakom konstitutivnom elementu primarne sekvence opisujući tako srednja energetska stanja njihovih valentnih elektrona, sa potonjim korišćenjem metoda analize signala u brzoj Furije-transformaciji ove numeričke serije u jedno-elektronski domen RRM-talasni broj/frekvencija i određivanjem zajedničkih frekventnih komponenti kao frekventnih pikova u višestrukoj kros-spektralnoj funkciji za grupu primarnih sekvenci. Prisustvo pika sa značajnim odnosom signal-šum u višestrukoj kros-spektralnoj funkciji grupe sekvenci sa istom biološkom funkcijom znači da sve analizirane sekvence unutar grupe imaju isti zajednički jedno-elektronski pik RRM-talasni broj/frekvencija, sa sledećim opštim zaključcima: (1) takav pik postoji samo za grupu biomolekula iste funkcije; (2) ne postoji značajan pik za biološki nevezane biomolekule; (3) pik frekvencaje su različite za različite biološke funkcije; (4) proteini i njihovi biomolekularni supstrati imaju isti zajednički frekventni pik ali skoro suprotne faze – omogućujući i nove teorijske mogućnosti za proteinski *de novo* dizajn željenih funkcija!

U kontekstu RRM-modela, ista karakteristična jedno-elektronska RRM frekvencaja, i skoro suprotna faza, po svoj prilici karakteriše ne samo biomolekularnu enzimsku i supstratnu zajedničku funkciju, već takođe njihovo *makroskopsko kvantno biomolekularno prepoznavanje/interakciju* na nivou biološke *ćelije* – verovatno kroz eksterno *aktiviranu*

(kompoziciono/hemijski, kroz usrednjeno zbližavanje biomolekula enzima i supstrata neophodno za ne-iščezavanje integrala prekrivanja odgovarajućih elektronskih i vibracionih talasnih funkcija, ili toplotno/optički, kroz dovodjenje vibracione energije neophodne da se ostvare uslovi za elektronsko-vibracione neradiativne rezonantne prelaze između dva izomera (*i*, *f*), v. Sl. 1.21) enzim-supstrat RRM kvantno-rezonantnu izomer-izomer interakciju *praćenu* sa $\phi_e^{(i)}$ -anihilacijom i $\phi_e^{(f)}$ -kreacijom konformonskih kvanata u dvo-konformacionim prelazima $\phi_e^{(i)} \rightarrow \phi_e^{(f)}$ (dovodeći na makroskopskom kvantnom nivou ćelije do (energetski-favorizujućeg) energetskog produbljivanja finalnog stanja $\phi_e^{(f)}$ i energetskog-upličavanja inicijalnog stanja $\phi_e^{(i)}$, tj. do *dinamičke modifikacije više-elektronske hiperpovrši* $E_e(\phi_e)$ *ćelijskog enzimskog makroskopskog kvantnog sistema* (v. Sl. 5.22 u Od. 5.4.2; Raković *et al.*, 2005-6).

1.8 PERSPEKTIVE ZA MOLEKULARNU ELEKTRONIKU I NANOMEDICINU

Molekularno prepoznavanje ferment-supstrat može imati veoma značajne tehnološke implikacije u *molekularnoj elektronici i nanomedicini*.

U **molekularnoj elektronici analogni biočipovi** mogli bi koristiti enzime (fermente) kao "inteligentne" prekidače. Pošto enzimsko aktivno mesto prepoznaće oblik svog odgovarajućeg supstrata na tzv. "ključ-brava" način, enzimi bi mogli da skladište i prenose informaciju svojom trodimenzionom geometrijom. Zbog mogućeg postojanja nekoliko različitih konformacionih stanja (umesto samo dva), enzimi su sposobni za višestepene analogne odgovore, nasuprot samo dvostepenom stanju digitalnih prekidača. Treba istaći da je osnovna teorijska prednost biočipova u odnosu na poluprovodničke čipove – znatno veća gustina pakovanja, s obzirom da su problemi disipacije topote sa biočipa zanamarljivi zbog skoro bez-disipativnog kretanja nanelektrisanja.

Negativno svojstvo ovih analognih molekularnih prekidača je da enzimi funkcionišu relativno sporo. Naime, promena konformacionog stanja enzima odigrava se za $\sim 10^{-4}$ s, što je preko milion puta sporije od digitalnih silicijumskih prekidača. Međutim, ovi analogni prekidači bi se mogli efikasno koristiti kao *biosenzori* za prepoznavanje supstrata, pošto je brzina biohemijske reakcije ferment-supstrat ipak mnogo veća od brzine obrade nekog fizičkog signala za karakterizaciju biohemijskih supstanci, u eksperternim sistemima. S obzirom da se analogni biočipovi bazirani na enzimskom prekidaču ne bi mogli programirati konvencionalnim metodama, oni ne bi mogli zameniti digitalne poluprovodničke kompjutere, ali bi se mogli kombinovati sa njima u prepoznavanju supstanci i kontroli biotehnoloških procesa.

Konceptualno, biočipovi se mogu napraviti, ali je potrebno rešiti još mnoge *praktične probleme*. Ipak, kroz unapređenje *genetskog inženjeringu*, može se očekivati modifikacija prirodnih proteina tako da izdržavaju ekstremne varijacije spoljnih parametara agresivne biološke sredine. U budućnosti krajnji cilj je razvoj *genoma* za biočipove, primenom tehnika genetskog inženjeringu, koji bi inkorporirani u ćelije proizvodili biočipove korišćenjem jeftinih sirovina, poput mineralnih soli i šećera.

Sadašnje procene kada će biti napravljen prvi biočip variraju od 10 do 20 godina, zavisno od količine sredstava uloženih u razvoj ove oblasti. Međutim, već danas istraživanja u ovom pravcu rezultirala su u proizvodnji *biosenzora* za brzu identifikaciju toksičnih mikroorganizama i molekula prema veličini i obliku koji se mogu koristiti za medicinsko testiranje telesnih tečnosti, kao i razvoju biosenzora za veštačko uho i oko baziranih na biohemijskim elektrodama.

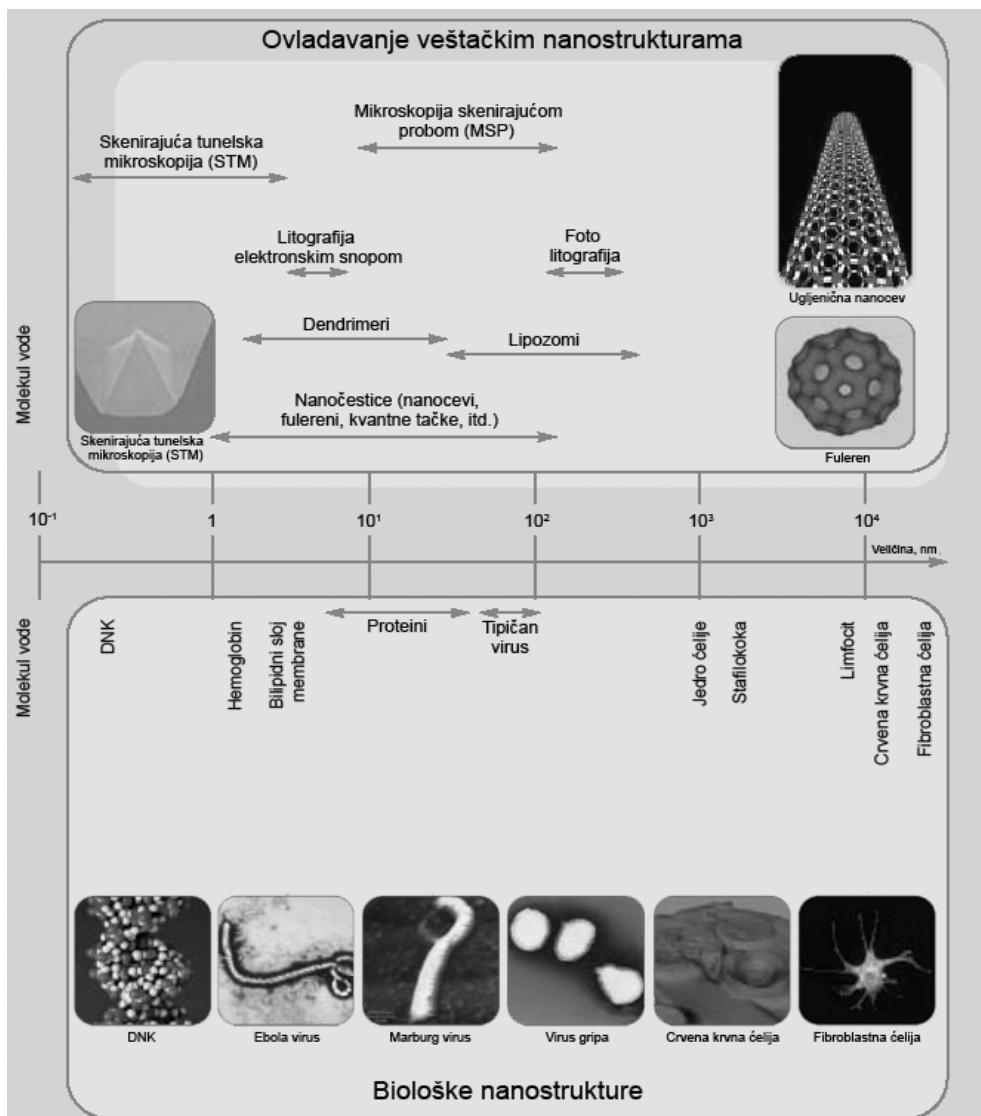
Ipak, čak i ako biočipovi budu tehnološki ostvareni, to još uvek ne znači da će primena bilo kog molekularnog prekidača omogućiti dostizanje ili čak prevazilaženje moždanih funkcija u budućim *kompjuterima sličnim mozgu*. Verovatnije je da je izbor optimalne hardverske strukture za molekularnu elektroniku određen ne mikroskopskim molekularnim nivoom, već makroskopskim *psihološkim* nivoom – gde bi način funkcionisanja mozga i svesti suštinski implicirao hardverske karakteristike molekularnih prekidača korišćenih za kompjutere slične mozgu (v. Od. 5.3-4).

Veštačke nanostrukturi (poput nanočestica i nanonaprava), koje su istih veličina kao i biološki entiteti, mogu kontrolisano interagovati sa biomolekulima, kako na površini tako i unutar ćelije (v. Sl. 1.22). U tom kontekstu, primena nanotehnologija u zdravstvu dovela je već do formiranja izvanredno perspektivne oblasti, **nanomedicine**, koju čine tri međusobno povezana pravca: (1) nanodijagnostika; (2) regenerativna medicina; (3) ciljana dostava lekova (v. Sl. 1.23).

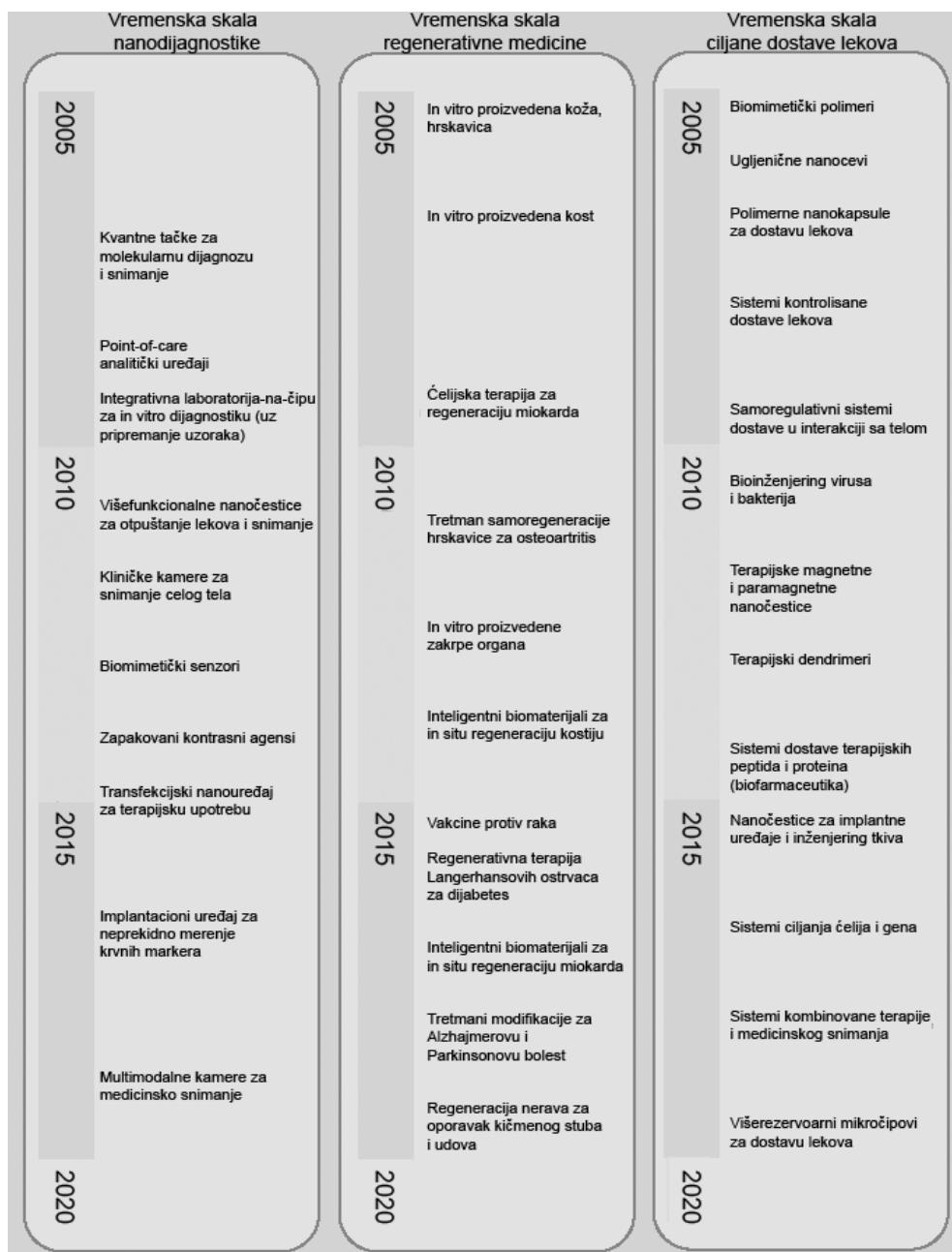
Nanodijagnostika ima konačan cilj identifikovanja bolesti u što ranijoj fazi, idealno na novou jedne ćelije. Da bi se postigao ovaj cilj treba da se preduzmu aktivnosti u istraživanju i razvoju radi poboljšanja efikasnosti *in vivo* i *in vitro* dijagnostike. Nanotehnologija može da ponudi dijagnostičke alate bolje senzitivnosti, specifičnosti i pouzdanosti. Ona takođe nudi mogućnost preduzimanja različitih merenja paralelno ili da integriše nekoliko analitičkih koraka, od pripreme uzoraka do detekcije u jednom minijaturnom uređaju. Zahvaljujući nanotehnologiji, takav uređaj bi mogao da sadrži dovoljno ugrađene inteligencije i robusnost da sam pacijent može da ga koristi, a da mnoštvo podataka isporučuje lekaru. Osim toga, upotreba nanoelektronike će poboljšati osetljivost senzora baziranih na već postojećim metodama.

Regenerativna medicina je fokusirana na mehanizme vlastitog oporavka tela u preventivi i lečenju hroničnih bolesti, poput dijabetesa, osteoartritisa i degenerativnih oboljenja kardiovaskularnog i centralnog nervnog sistema, i pomoći žrtvama povreda.

Zahvaljujući nanotehnologiji, ustanovljena je ćelijska i molekularna osnova za razvoj novih terapija modifikovanja bolesti za *in situ* regeneraciju tkiva i oporavak, uz minimalno invazivnu hirurgiju. Ova "nanobiomimetička" strategija zahteva, ne samo dublje razumevanje osnovne biologije regeneracije tkiva, već i otkrivanje efikasnih načina pokretanja i kontrole regenerativnog procesa, na nivou inteligentnih biomaterijala, bioaktivnih signalnih molekula i ćelija.



SLIKA 1.22 Veštačke (gore) i biološke (dole) nanostrukture



SLIKA 1.23 Vremenske skale razvoja prognoziranih nanomedicinskih metoda iz domena nanodijagnostike, regenerativne medicine i ciljane dostave lekova (European Technology Platform on NanoMedicine – Nanotechnology for Health, 2005).

Ciljana dostava lekova ima za cilj razvoj novih tehnika dostave lekova radi efikasnijeg transporta leka na mesto bolesti, poboljšane reakcije pacijenata, smanjenja cene zdravstvene nege, ali i zbog identifikovanja novih načina dostave novih klasa medikamenata koji ne mogu biti efikasno dostavljeni konvencionalnim sredstvima. Već sada se koristi činjenica da povećana proporcija površina/zapremina rezultira povećanom aktivnošću nanočestica. One su takođe korisne kao nosioci leka za efikasan transport teško rastvorljivih medikamenata. Kada se leku da oblik nanočestica može se dopremiti na željeno mesto, otpustiti na kontrolisan način i zaštiti od prerane degradacije. Ovo rezultira većom efikasnošću i drastično smanjuje neželjene sporedne efekte, što je važno za lečenje raka i drugih bolesti koje zahtevaju veliku potentnost lekova.

1.9 METODE KARAKTERIZACIJE BIOPOLIMERA

Postoje dve grupe metoda karakterizacije biopolimera: *hemiske* i *fizičke*.

Hemiske metode dešifruju *primarnu strukturu* biopolimera, strukturu *aktivnih centara* proteinskih globula itd. Međutim, hemiske metode *ne mogu* dešifrovati prostornu strukturu proteina i nukleinskih kiselina, DNK i RNK!

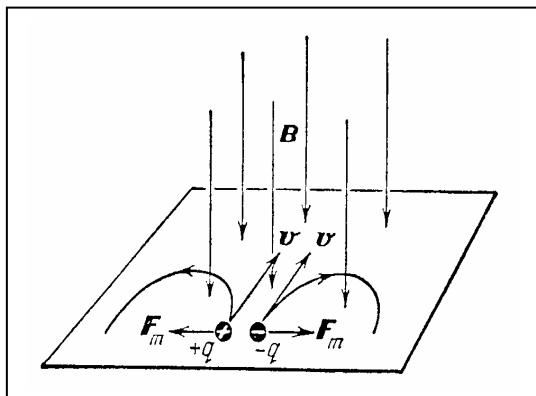
Fizičke metode određuju *molekulsu težinu* biopolimera, kao i njihovu *prostornu strukturu*! One su bazirane na kombinaciji teorijskih i eksperimentalnih metoda karakterizacije, odnosno kombinaciji proračuna različitih fizičkih modela i sukcesivnih eksperimentalnih testiranja.

Molekulska težina biopolimera određuje se metodama *masene spektroskopije*, mada se koriste i metode *osmometrije*, *viskozimetrije*, *sedimentacije u centrifugu* i *rasejanja svetlosti*!

Prostorna struktura biopolimera određuje se metodama *difrakcije* (rentgenska, neutronska, elektronska), *mikroskopije* (optička, elektronska, SPM) i *spektroskopije* (elektronske, vibracione, magnetne) – mada se ove metode mogu koristiti za struktturnu karakterizaciju i ostalih klasa biomaterijala, prikazanih u Od. 4.4.

1.9.1 Metode karakterizacije molekulske težine biopolimera

Masena spektroskopija je metoda zasnovana na određivanju specifičnog nadelektrisanja (q/m) jonizovanih biomolekula, merenjem na fotoluminiscentnom zaklonu položaja horizontalnog otklona ($r = mv/qB$) jona poznate brzine (v) u magnetnom polju (B) normalnom na njihovu Lorencovu kružnu trajektoriju (Sl. 1.24).



SLIKA 1.24 Prikaz skretanja jona po kružnoj trajektoriji u masenom spektrografu usled delovanja Lorencove sile (F_m).

Osmometrija je zasnovana na merenju osmotskog pritiska (p_{osm}) rastvora biopolimera. Odатле се може одредити molekulska težina (M) iz Vant-Hofovog zakona: $p_{osm}/C = RT/M$ (C - je koncentracija rastvora u g/cm³).

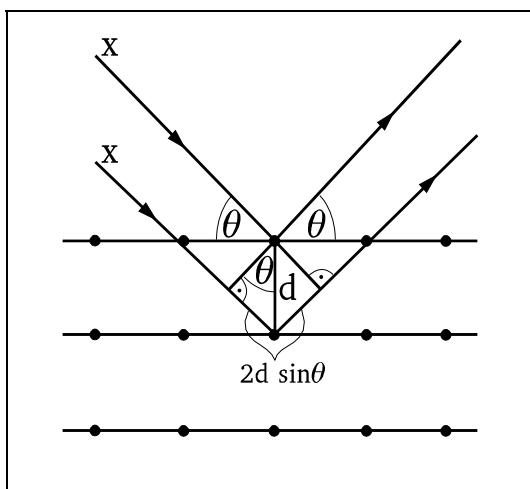
Viskozimetrija je zasnovana na merenju viskoznosti rastvora (η), viskoznosti čistog rastvarača (η_0), i određivanju karakteristične viskoznosti rastvora biopolimera ($[\eta] = \lim_{C \rightarrow 0} (\eta - \eta_0)/\eta_0 C$). Molekulska težina određuje se iz relacije $[\eta] = AM^a$, где се parametri a ($0,5 \leq a \leq 1$, zavisno od promočivosti klupka biopolimera) i A određuju drugim metodama.

Sedimentacija u centrifugiji sastoji se od taloženja biomolekula pod dejstvom centrifugalne sile u ultracentrifugiji (sa ekvivalentnim ubrzanjima ~ 350.000 g). Kiveta sa rastvorom polimera ima prozračne kristalne kvarcne zidove, što omogućava optičku registraciju brzine kretanja prelazne zone između čistog rastvarača i rastvora biopolimera. Molekulska težina dobija se iz Svedbergove formule: $M = RTs/(1-\rho_0/\rho_M)D$, где је D - koeficijent difuzije biopolimera u rastvoru, ρ_M - gustina biopolimera, ρ_0 - gustina rastvarača, s - koeficijent sedimentacije ($s = (dx/dt)/\omega^2 x$, где је ω - ugaona brzina rotacije centrifuge, а x - rastojanje prelazne zone od ose rotacije; коeficijent sedimentacije meri се у svedberzima (S): $1S = 10^{-13}$ s). Veličina $s_0 = \lim_{C \rightarrow 0} s$ predstavlja karakteristiku datog biopolimera, и назива се konstantom sedimentacije.

Rasejanje svetlosti u rastvoru biopolimera zavisi od molekulske težine biopolimera. Zbog rasejanja, intenzivnost upadnog snopa (I_0) slabi po zakonu $I = I_0 e^{-\kappa l}$, где је l - debљина sloja rastvora kroz који prolazi светлосни snop, а κ - koeficijent mutnosti rastvora: $\kappa = 8\pi HCM/3$ (где је $H = 4\pi^2 n_o^2 (dn/dC)^2 / N_A \lambda^4$; ту су n_0 и n - indeksi prelamanja rastvarača i rastvora, respectivno, C - koncentracija rastvora, λ - talasna dužina svetlosti, а N_A - Avogadrovo broj). Molekulska masa (M) određuje се из коeficijenta mutnosti rastvora (κ).

1.9.2 Difrakcione metode karakterizacije biopolimera

Rentgenska difrakcija koristi efekat difrakcije X -zraka ($\lambda_X \sim 0,1$ nm) na kristalnoj rešetki, gde se difrakcioni maksimumi ostvaruju pod uslovom da se rasejani zraci na kristalnim ravnima nalaze u fazi (v. Sl. 1.25), odakle sledi Bragov zakon: $n\lambda_X = 2d\sin\theta$ (gde je λ_X - talasna dužina X -zraka, d - rastojanje između kristalnih ravn na kojima se ostvaruje difrakcija, θ - difrakcioni ugao između pravca upadnog X -zraka i kristalne ravni pri kome se ostvaruje difrakcioni maksimum, $n = 0,1,2, \dots$). Gornji Bragov uslov važi za proste kristalne strukture.



SLIKA 1.25 Šematski prikaz rentgenske difrakcije X -zraka u kristalu

U slučaju *složenih kristalnih struktura*, sa višeatomskim bazisom od s različitih atoma u primitivnoj celiji, neophodno je uračunati i *geometrijski strukturni faktor*, $S_K = \sum_j f_j \exp(i \mathbf{K} \mathbf{d}_j)$ (gde sumiranje ide po svim bazisnim atomima, $j = 1, 2, \dots, s$;

tu je f_j - *atomski form faktor* j -tog atoma u bazisu, \mathbf{K} - *vektor translacije recipročne rešetke*, a \mathbf{d}_j - *vektor položaja* j -tog atoma bazisa primitivne celije) – koji modificuje intenzivnost difrakcionih maksimuma (v. Zad. 1.12-13). Na taj način moguće je odrediti raspodelu elektronske gustine u kristalu. Da bi za složene *biopolimerne strukture* problem bio jednoznačno rešen, vršeno je prisajedinjavanje težih atoma proteinima (Perucov metod izomorfne zamene, 1959), i na osnovu razlike izvornih i modifikovanih difraktograma određivana jednoznačno prostorna raspodela elektronske gustine mnogih *proteina*! Kod DNK – koje imaju dvospiralnu strukturu (ali ne i globularnu, pa ni kvaternarnu kristalnu strukturu), i čiji molekuli obrazuju para-kristale od linijskih molekula (međusobno pomerenih i uvrnutih) – koristi se metod "probe i greške", gde se teorijski izračunava difraktogram za razne modelne strukture i poređi sa eksperimentalnim, čime je dobijena *dvospiralna struktura DNK* (Watson & Crick, 1953)!

Neutronska difrakcija koristi termalne neutrone male energije ($E_n \sim 0,08$ eV), koji imaju talasnu dužinu reda međuatomskih rastojanja u kristalu ($\lambda_n = h/\sqrt{2m_n E_n} \sim 0,08$ nm, gde je h Plankova konstanta, a m_n - masa neutrona). Za razliku od difrakcije X-zraka, ona omogućava određivanje *položaja atoma vodonika* (H), na kojima se neutroni intenzivno rasejavaju, što se uočava na neutronskom difraktogramu! Neutronsko rasejanje je pogodno i za određivanje *vodoničnih veza*, što je od velikog značaja za biopolimere.

Elektronska difrakcija koristi spore elektrone male energije ($E_e \sim 150$ eV), koji imaju talasnu dužinu reda međuatomskih rastojanja u kristalu ($\lambda_e \sim 0,1$ nm). Zbog svoje male energije i jakih kulonovskih odbojnih interakcija sa elektronskim omotačima atoma ispitivanog biopolimera, spori elektroni prodiru plitko u uzorak, usled čega je njihova difrakciona slika skoro isključivo određena površinskim atomima kristalnog uzorka, pa se ova metoda koristi za karakterizaciju površine biopolimera.

1.9.3 Mikroskopske metode karakterizacije biopolimera

Mikroskopske metode su od velikog značaja kako za karakterizaciju nadmolekularne morfološke strukture biopolimera (optička i elektronska mikroskopija) tako i njihovih subatomskih detalja (mikroskopija skenirajućom probom).

Optička mikroskopija, koja se naziva i *metalografska mikroskopija*, jedna je od najprostijih metoda za ispitivanje makroskopskih detalja prostorne strukture biopolimera. Pošto je talasna dužina vidljivog zračenja $\sim 10^2$ – 10^3 nm, to je zbog difrakcije njenog moći razdvajanja ograničena na detalje strukture istog reda veličine, što već spada u domen ispitivanja makroskopskih defekata. Ova metoda je naročito pogodna za ispitivanje površinske strukture neprovodnih biopolimera, kao i za izučavanje strukture u tečnokristalnim fazama, posebno ispitivanjem u polarizovanoj svetlosti.

Elektronska mikroskopija koristi talasna svojstva elektrona, omogućavajući istraživanje detalja prostorne strukture i do nekoliko međuatomskih rastojanja. Najznačajnije varijante elektronske mikroskopije jesu *skenirajuća elektronska mikroskopija* i *transmisiona elektronska mikroskopija*.

Skenirajuća elektronska mikroskopija (SEM) jedna je od najviše korišćenih metoda u karakterizaciji biopolimera. SEM uređaji rade na uvećanjima ~ 10 – $3 \cdot 10^5$, a osim morfologije ispitivanog biomaterijala u mogućnosti su da pruže preciznu informaciju o hemijskom sastavu biomaterijala u blizini njegove površine. Nakon što fokusirani snop (prečnika ~ 5 nm) primarnih visokoenergetskih elektrona (energije $\sim 0,5$ – 50 keV) udari u ispitivanu površinu i prodre kroz nju. Kada primarni visoko-energetske elektroni interaguju sa biomaterijala dolazi do neelastičnog rasejanja sa elektronima u biomaterijalu i do elastičnog rasejanja na jezgrima atoma, sa mogućnošću generisanja različitih SEM slika: u slučaju *neelastičnog rasejanja* primarni elektroni predaju deo svoje energije

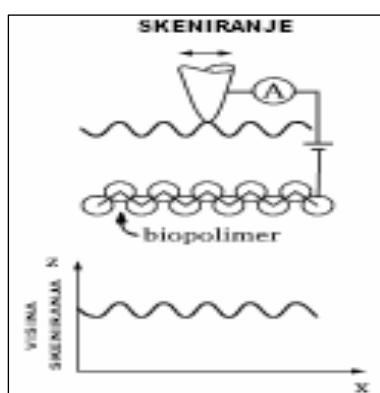
elektronima u biopolimeru, čime se stvaraju uslovi za njihovu emisiju kao *sekundarnih elektrona* koji obično imaju energiju manju od 50 eV, dok se deo *elastično raseđanih* primarnih elektrona vraća iz biomaterijala kroz površinu prema katodnoj detektorskoj cevi kao *kontra-raseđani elektroni* ('backscattered electrons'), čija verovatnoća se povećava sa atomskim brojem što omogućava dobijanje kontrasta između regiona biomaterijala različitog sastava. Tokom interakcije primarnih elektrona sa biomaterijalom dolazi i do izbacivanja elektrona iz elektronskih ljudskih atoma, koji se potom deeksituju u osnovno stanje ili emisijom fotona karakterističnog *X-zračenja* ili emisijom *Oživoog elektrona*, čijom detekcijom i analizom se mogu dobiti precizne informacije o hemijskom sastavu biopolimera.

Transmisiona elektronska mikroskopija (TEM) ima izuzetno veliki opseg uvećanja $\sim 50\text{--}10^6$ i mogućnost dobijanja slike biopolimera zajedno sa elektronskim difrakcionim podacima. Visokoenergetski primarni elektroni (energija $\sim 10^2\text{--}10^3$ keV) usmeravaju se na tanak uzorak biopolimera (debljine manje od 200 nm) i u zavisnosti od načina rasejanja elektrona u biomaterijalu mogu se dobiti dve vrste TEM slike: *elastično rasejanje* odgovorno je za nastanak difrakcionih slika, dok *neelastično rasejanje* elektrona na nehomogenostima u biomaterijalu (defekti, prisustvo druge faze, ...) proizvodi lokalne prostorne varijacije u intenzitetu transmitovanog elektronskog snopa i omogućava dobijanje klasične elektronske transmisione slike biomaterijala. Velika uvećanja i rezolucija posledica su izuzetno male efektivne talasne dužine elektrona na visokonaponskim TEM uredajima ($\lambda_e \sim U^{-1/2}$), tako se kod uređaja koji rade na 400 kV ostvaruje rezolucija od 0,2 nm.

Mikroskopija skenirajućom probom (SPM) opšti je naziv kojim se definiše familija mikroskopskih tehnika zasnovanih na različitim interakcijama *probe (tipa)* sa silama koje deluju na površini ispitivanog biopolimera. SPM je jedina mikroskopska metoda koja omogućava kombinovanu analizu 3D topografske strukture i svojstava biomaterijala u jedinstvenom postupku, u realnom prostoru lokalizovanom na mikro- i nano-domenima. Najznačajnije SPM tehnike su *skenirajuća tunelska mikroskopija* (STM) i *mikroskopija atomske sila* (AFM), mada postoje i druge *podvarijante* (*mikroskopija elektrostatičkim silama* (EFM), *mikroskopija magnetnim silama* (MFM), *skenirajuća termalna mikroskopija* (SThM), *skenirajuća kapacitivna mikroskopija* (SCM), *mikroskopija kelvinovom probom* (KPM)...) – kombinovane u specifične uredaje koji u jednom merenju određuju visokorezolucionu topografiju površine biomaterijala i daju prostorno lokalizovane vrednosti jednog ili više svojstava biopolimera.

Skenirajuća tunelska mikroskopija (STM) zasnovana je na kvantnomehaničkom fenomenu tuneliranja elektrona između vrha *probe* i površine ispitivanog biomaterijala, a može se primeniti samo u slučajevima električno provodnih biopolimera. Kada se uspostavi napon U između *tipa* i površine uzorka, dolazi do promene oblika energetske barijere i do tuneliranja elektrona kroz barijeru. Rezultat tuneliranja je struja I , koja zavisi od rastojanja z između površine uzorka i tipa: $I \propto \exp(-kz)$, gde je

$k = \sqrt{2m(eU - E) / h}$ - funkcija primjenjenog napona U , m - masa elektrona, e - nanelektrisanje elektrona, E - energija elektrona, a h - Plankova konstanta. Struja tuneliranja eksponencijalno opada sa rastojanjem između tipa i površine biomaterijala, pa smanjenje rastojanja za 0,1 nm povećava struju tuneliranja za jedan red veličine, što ukazuje na izuzetno veliku rezoluciju i primenljivost za strukturna istraživanja na atomskom nivou. U STM eksperimentu koristi se ekstremno oštar provodni tip (od W ili Pt-Ir legure), montiran na piezoelektrični element koji mu omogućava skeniranje iznad provodne površine koja se ispituje, pri čemu se mehanizmom povratne sprege održava konstantnim strujama tuneliranja (Sl. 1.26) ili rastojanje između tipa i površine u raznim tačkama $x-y$ ravni, što se softverski pretvara u 3D topografsku sliku površine. Osim za dobijanje visoko-rezolucionih prikaza površine biomaterijala, STM tehnika se koristi i za lokalizovana merenja strujno-naponskih karakteristika površine radi određivanja energetskih stanja površine, što se naziva *skenirajuća tunelska spektroskopija* (STS).



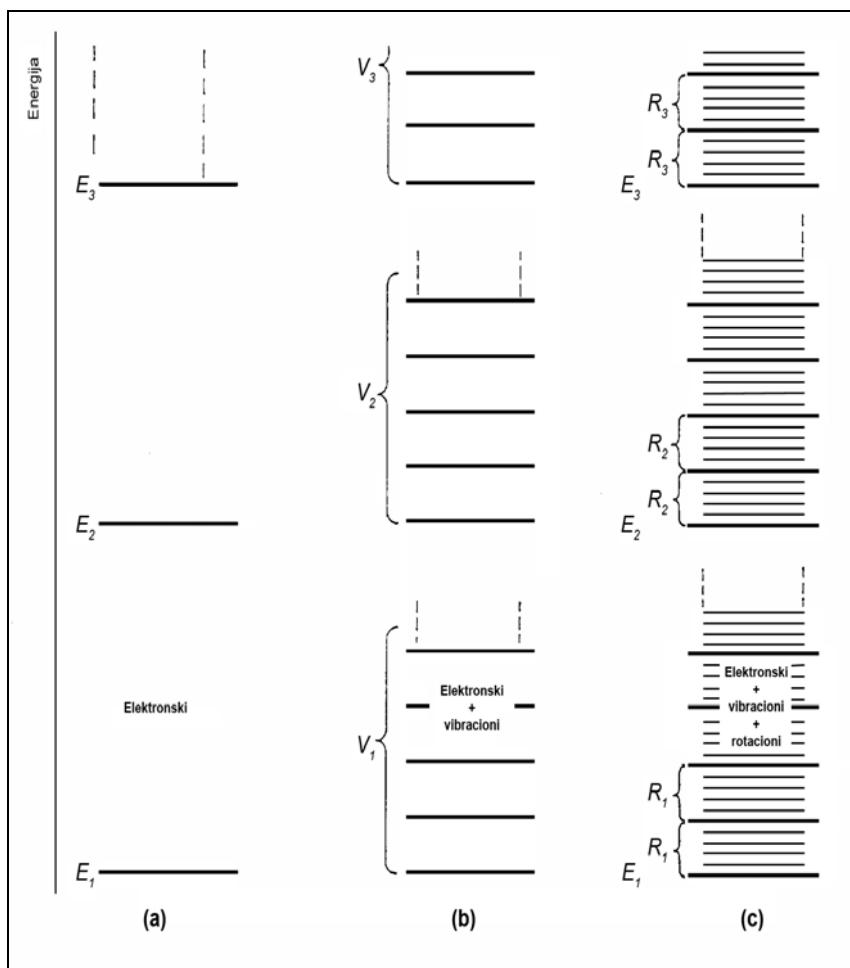
SLIKA 1.26 Šematski prikaz principa skenirajuće tunelske mikroskopije.

Mikroskopija atomskih sila (AFM) razvijena je da bi se prevazišlo osnovno ograničenje STM, odnosno nemogućnost istraživanja električno neprovodnih biopolimera. U ovom slučaju tip se montira na kraju lagane, veoma elastične i visoko-reflektujuće pločice (*kantiliver*) pod uglom od 90° . AFM prati promenu nagiba kantilivera koji se menja pri paranju tipa po površini biomaterijala, čime se menja i ugao reflektovanog laserskog snopa usmerenog na kantiliver, što se takođe softverski pretvara u 3D sliku ispitivanog uzorka. Na malim rastojanjima između tipa i površine biomaterijala, predominantan uticaj na vertikalno pomeranje tipa i savijanje kantilivera ima kratko-dometna van der Valsova interakcija. Na većim rastojanjima kada je uticaj van der Valsovih sila zanemarljiv, dominantan uticaj imaju sile dužeg dometa, elektrostatička i kapilarna. Moderni AFM uređaji koriste kantilivere izuzetno male mase čime je omogućena detekcija sila koje deluju na tip od $\sim 10^{-18}$ N. AFM se veoma mnogo koristi i za lokalizovana merenja elastičnosti i viskoznosti površine biopolimera, određivanjem zavisnosti sila-rastojanje na izabranim mestima na površini biomaterijala.

1.9.4 Spektroskopske metode karakterizacije biopolimera

Spektroskopske metode omogućavaju određivanje položaja energetskih nivoa različitih eksitacija (elektronskih, vibracionih, rotacionih ili njihovih kombinacija) u ispitivanom uzorku; informacije koje se dobijaju od različitih eksitacija komplementarne su, dajući potpuniju sliku o strukturi ispitivanog biomaterijala.

Hijerarhija položaja energetskih nivoa eksitacija izolovanih molekula prikazana je na Sl. 1.27, na kojoj se vidi da unutar svakog *elektronskog nivoa* (Sl. 1.27a) postoji struktura *vibracionih nivoa* (Sl. 1.27b), unutar kojih postoji i struktura *rotacionih nivoa* (Sl. 1.27c).



SLIKA 1.27 Šematski prikaz hijerarhije (a) elektronskih, (b) elektronsko-vibracionih i (c) elektronsko-vibraciono-rotacionih energetskih nivoa molekula.

Ovakva hijerarhija molekularnih energetskih nivoa različitih eksitacija ($E_e : E_v : E_r \approx 1 : \gamma : \gamma^2$, gde parametar $\gamma = \sqrt{m_e/M}$ zavisi od odnosa masa elektrona m_e i jezgara M) određuje i oblik tzv. *adijabatske aproksimacije* u njihovom izračunavanju (v. Dod. D.1.16) imajući u vidu mnogo veću inerciju vibracija jezgara i rotacija čitavih atomskih grupa unutar molekula, u *prvoj aproksimaciji* se posmatra kretanje elektrona u kulonovskom polju *nepokretnih jezgara* u molekulu, i rešavanjem *elektronske Šredingerove jednačine* određuju energije i talasne funkcije elektronskih nivoa. Ni ovaj postupak nije egzaktno rešiv, pa se u ovom koraku pribegava *različitim metodama aproksimacije* elektronskog hamiltonijana i predstavljanjem totalne *više-elektronske talasne funkcije molekula* ψ_e u obliku *Slejterovskih determinanti* (ili njihovih linearnih kombinacija) sa *molekulskim orbitalama* (MO) u formi *linearnih kombinacija atomskih orbitala* (LCAO). Ovi postupci pokrivaju širok krug *kvantnohemijских метода* (neinteragujućih elektrona, mešanja elektronskih konfiguracija, Hartri-Fok-Rutanov metod samosaglašenog polja, Hikelov MO metod, Parizer-Par-Poplova π -elektronska aproksimacija, CNDO, INDO i MINDO semiempirijske metode bez razdvajanja σ i π elektrona itd.), a osim njih postoje i *tehnike teorije višečestičnih sistema* preuzete iz teorije polja, nuklearne fizike i fizike čvrstog stanja. *Intenzivnosti elektronskih prelaza* sa jednog na drugi nivo računaju se u tzv. *dipolnoj aproksimaciji*, pri čemu su *dozvoljeni prelazi* između više-elektronskih konfiguracija sa promenom samo jedne jedno-elektronske orbitale ali neizmenjenog totalnog spina, uz dodatna simetrijska ograničenja dozvoljenih prelaza saglasno odgovarajućim *pravilima selekcije* koja zavise od simetrije molekula i jedno-elektronskih orbitala između kojih se ostvaruje *jedno-elektronski prelaz bez promene spina*.

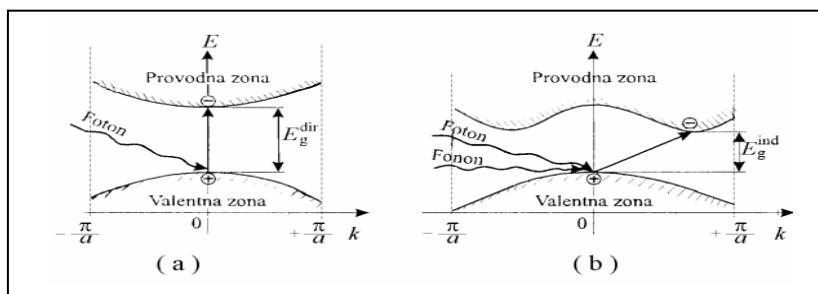
Deformišući molekul u širokom intervalu izmene relativnih položaja jezgara u sistemu tzv. *hemijskih koordinata* (q), dobija se skup elektronskih nivoa $E_{en}(q)$ koji opisuju glatke potencijalne hiperpovrši, koje figurišu kao potencijalne energije za *vibracionu Šredingerovu jednačinu* odgovarajućeg elektronskog nivoa ($n = 1, 2, 3 \dots$). Ukoliko odgovarajuće potencijalne hiperpovrši molekula imaju dovoljno duboke minime, *harmonijsko kretanje jezgara* daje diskretni skup rešenja odgovarajućih elektronsko-vibracionih energetskih nivoa $E_{en,vm}$ ($n = 1, 2, 3, \dots; m = 1, 2, 3, \dots, 3N-6$), kao i odgovarajuće linearno nezavisne forme *vibracionih normalnih modova* (Q_{vm}), koji u N -atomskom molekulu korespondiraju sa $3N-6$ unutrašnjih vibracionih stepeni slobode, dok preostalih 6 stepeni slobode otpada na 3 translaciona i 3 rotaciona stepena slobode molekula kao celine. Sa stanovišta mehanizama interakcije i pravila selekcije *intenzivnosti fundamentalnih vibracionih prelaza* sa osnovnog na prvi pobuđeni vibracioni nivo (istog elektronskog nivoa), postoje *dve vrste vibracionih spektara*: *infracrvena apsorpcija* (fononima koji generišu *dipolni električni momenat* molekula) i *Ramanovo rasejanje* (fononima koji generišu *tenzor polarizabilnosti* molekula). U oba slučaja su *najintenzivnija* fundamentalna jedno-fononska pobuđenja, mada se mogu ostvarivati i *manje intenzivna* dvo-fononska i više-fononska pobuđenja, sa svojim *pravilima selekcije*.

Deformišući potom molekul u širokom opsegu izmene uglova unutrašnjih rotacija (φ, θ) atomskeh unutar-molekularnih grupa, dobija se skup elektronsko-vibracionih nivoa $E_{en,vm}(\varphi, \theta)$ koji opisuju glatke potencijalne hiperpovrši, koje figurišu kao potencijalne energije za *rotacionu Šredingerovu jednačinu* odgovarajućeg elektronsko-vibracionog nivoa ($n = 1, 2, 3, \dots; m = 1, 2, 3, \dots$), odakle se dobija diskretni skup rešenja odgovarajućih elektronsko-vibraciono-rotacionih energetskih nivoa $E_{en,vm,rl}$ ($n = 1, 2, 3, \dots; m = 1, 2, 3, \dots; l = 1, 2, 3, \dots$); i *intenzivnosti* rotacionih prelaza sa jednog na drugi nivo računaju se u *dipolnoj aproksimaciji*, uz odgovarajuća *pravila selekcije*. Ipak, zbog nedovoljne monohromatičnosti današnjih optičkih uređaja ($\sim 1 \text{ cm}^{-1}$) što po redu veličine daleko prevazilazi finu rotacionu strukturu spektralnih linija, *rotacioni spektri* nisu od većeg praktičnog značaja.

Dosadašnje razdvajanje elektronskih, vibracionih i rotacionih stepeni slobode je fizički opravdano u većini slučajeva. Međutim, u slučaju blisko raspoređenih (kvazi-degenerisanih) elektronskih nivoa molekula, kada doprinosi energije vibracionog kretanja više nisu mali u odnosu na energetsku razliku ovakvih elektronskih nivoa, adiabatska aproksimacija više nije opravdana i neophodno je uključivanje *elektronsko-vibracionih interakcija* (tzv. Jan-Telerov efekat). Slično, za molekularnu biofiziku fermentativnih konformacionih promena u kontaktu sa odgovarajućim supstratom značajne su *elektronsko-konformacione interakcije*, sa preraspodelom energije elektronskih i vibracionih prelaza u energiju kretanja čitavih delova molekula fermentata koje dovode do promene njihove konformacije.

U *kondenzovanom stanju* nastalom zbližavanjem pojedinačnih molekula, uzorak se može posmatrati kao džinovski molekul sastavljen od velikog broja polaznih molekula. Na osnovu Paulijevog principa isključenja, više elektrona ne može zauzimati ista dozvoljena stanja, što prouzrokuje "cepanje" nivoa elektrona izolovanih molekula u skupove energetskih nivoa na bliskom energetskom rastojanju, tzv. *energetske zone*. Na Sl. 1.28 dat je šematski prikaz energetskih zona biomaterijala sa tzv. *direktnim* (Sl. 1.28a) i *indirektnim* (Sl. 1.28b) *energetskim procepom*, koji razdvaja dve dozvoljene zone, valentnu i provodnu. Prikaz energetskih zona dat je u faznom prostoru zavisnosti energije elektrona (E_e) u funkciji njegovog talasnog broja (k_e), čije fizički neekvivalentne vrednosti zbog prostorne periodičnosti kristala mogu ležati samo u granicama *prve Briluenove zone* ($-\pi/a < k = \pi/a$, u slučaju 1D kristala s periodom rešetke a , v. Zad. 1.14). Kod biomaterijala sa direktnim energetskim procepom elektron sa vrha valentne zone može apsorbujući foton (kvant elektro-magnetnog polja) vidljive svetlosti energije E_g preći na dno provodne zone, sa zanemarljivom promenom talasnog broja u odnosu na dimenzije Briluenove zone ($k_e = 2\pi/\lambda \sim 10^7 \text{ m}^{-1} \ll \pi/a \sim 10^{10} \text{ m}^{-1}$); međutim, u slučaju biomaterijala sa indirektnim procepom, za prelazak elektrona sa vrha valentne na dno provodne zone potrebna je, pored energije E_g apsorbovanog fotona, i značajna promena talasnog broja (i njemu proporcionalnog impulsa, $p = \hbar k$) koju ne može imati foton

vidljive svetlosti, već samo fonon (kvant vibracije kristalne rešetke, čije vrednosti talasnog broja mogu, poput elektronskih, ležati u granicama prve Briluenove zone), pa je u ovakvim prelazima neophodno, osim učešća elektrona i fotona, i učešće fonona. Pošto je kod indirektnih prelaza neophodno dodatno učešće i fonona, to su biomaterijali sa indirektnim energetskim procepom optički sporiji i neefikasniji od onih sa direktnim.



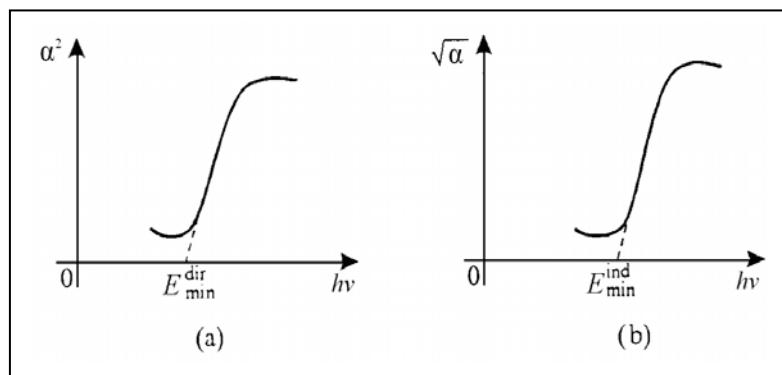
SLIKA 1.28 Šematski prikaz (a) direktnih i (b) indirektnih međuzonskih elektronskih prelaza, kod biomaterijala sa direktnim, odnosno indirektnim procepom.

Elektronska spektroskopija bazirana je na merenju karakteristika elektronskih prelaza (energije, intenzivnosti, polarizacije ili vremena prelaza) u spektrima *rasejanja, apsorpcije, prelamanja i luminiscence* infracrvene, vidljive, ultraljubičaste ili rentgenske svetlosti od strane biomolekula u slobodnom ili kondenzovanom (čvrstom ili tečnom) stanju.

Rasejanje svetlosti (od vidljive do X-zraka) omogućava određivanje oblika i unutrašnje strukture biopolimera. Merenjem intenzivnosti rasejanog snopa (I_θ) pod uglom θ , u odnosu na upadnu (I_0), određuje se *funkcija rasejanja* ($P_\theta = I_\theta/I_0$), koja se može i teorijski proračunati za razne geometrijske oblike (sféra, elipsoid, štap) i njihove međusobne prostorne rasporede – što je omogućilo određivanje *tercijarne i kvaternarne* strukture nekih *proteinâ!* Posebno značajno za biologiju je rasejavanje *sinhrotronskog (X) zračenja*, koje ima izrazito visoku intenzivnost i kolimaciju snopa, što omogućava određivanje strukture i *brzih struktturnih prelaza* biopolimera! Ramanovo (infracrveno) rasejanje ima visoku rezoluciju, i omogućava određivanje strukture biomolekula sa hromoforima (tzv. rezonantno Ramanovo rasejanje)!

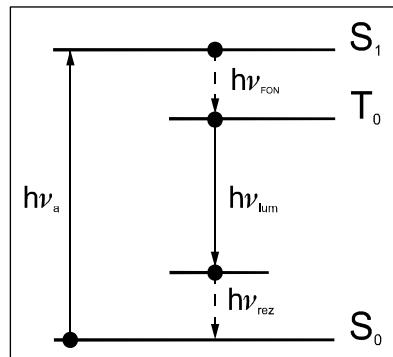
Apsorpcioni spektri mogu biti *elektronski* (ulraljubičasti i vidljivi delovi spektra) i *vibracioni* (infracrveni deo spektra). I jedni i drugi spektri, zbog prisustva karakterističnih apsorpcionih traka za različite atomske grupe, omogućavaju brzu identifikaciju karakterističnih delova primarne (i sekundarne) strukture biomolekula! Elektronski apsorpcioni spektri omogućavaju i detekciju rezonantne preraspodele energije pobuđenja hromoformnih grupa biomolekula (tzv. *eksitona*), čiji energetski nivoi se rezonantno cepaju u eksitonsku zonu; zbog eksitonske interakcije dolazi i do preraspodele intenzivnosti elektronskih apsorpcionih traka – što je posebno osetljivo na strukturalni prelaz spiralna-klupko kod proteina!

U kondenzovanom stanju apsorpcioni spektri omogućavaju i određivanje veličine i vrste energetskog procepa biomaterijala, nalaženjem energije apsorpcionog praga upadne svetlosti (promenljive frekvencije) pri kojoj počinje njena intenzivna apsorpcija, koja karakteriše međuzonske elektronske prelaze u biomaterijalu. Teorijske analize pokazuju da se minimalna energija direktnog prelaza (E_{\min}^{dir}) dobija produžavanjem strmog dela zavisnosti kvadrata koeficijenta apsorpcije, $\alpha^2(hv)$, dok se minimalna energija indirektnog prelaza (E_{\min}^{ind}) dobija produžavanjem strmog dela zavisnosti kvadratnog korena koeficijenta apsorpcije, $\alpha^{1/2}(hv)$, kako je to prikazano na Sl. 1.29(a.b). Energetski procep biomaterijala je po definiciji minimalna vrednost pomenute dve vrednosti: $E_g = \min \{ E_{\min}^{\text{dir}}, E_{\min}^{\text{ind}} \}$.



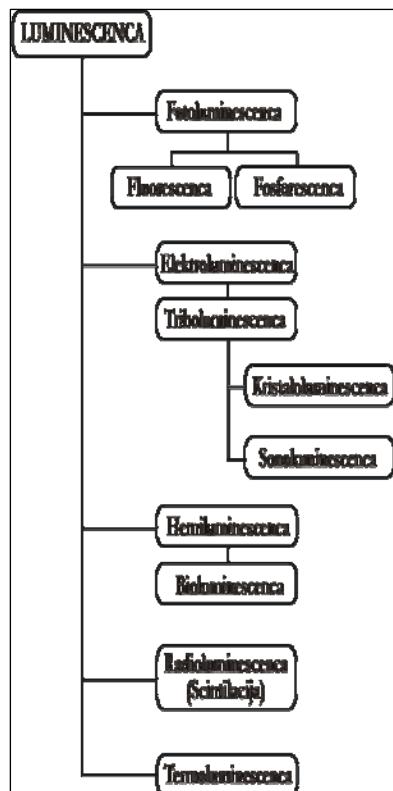
SLIKA 1.29 Određivanje veličine i tipa energetskog procepa biomaterijala iz položaja minimalnih energija (a) direktnog prelaza i (b) indirektnog prelaza: $E_g = \min \{ E_{\min}^{\text{dir}}, E_{\min}^{\text{ind}} \}$.

Luminiscencija se pokazuje kao informativna spektroskopija biopolimera, ne toliko po talasnoj dužini maksimuma traka, koliko po intenzivnosti, polarizaciji i vremenu luminisciranja (naknadnog svetlenja eksitiranog biopolimera, $\sim 10^{-9}\text{--}10^{-3}$ s). Luminiscentno zračenje je polarizovano, čak i pri nepolarisanoj pobudnoj svetlosti. Naime, pri deeksitaciji makromolekula deo energije pobuđenja može relaksirati i neradijativno (pobuđivanjem fonona, odnosno zagrevanjem kristala), dok su u daljoj luminiscentnoj deeksitaciji biopolimera – apsorbovana energija izračuje preko drugog elektronskog prelaza, koji u opštem slučaju ima neku drugu polarizaciju (odnosno pravac dipola elektronskog prelaza); takođe, deo energije može migrirati i zbog rezonantne interakcije biopolimera, koja se povećava sa smanjenjem rastojanja između makromolekula (v. Sl. 1.30). Rezonantna preraspodela energije dovodi do promene strukture biopolimera, i do depolarizacije spektra luminiscencije; isto važi i za fazne strukturne prelaze biopolimera. Zato je luminiscencija značajna za ispitivanje konformacione strukture i dinamike biopolimera sa luminoforima (luminiscirajućim delovima biopolimera)!



SLIKA 1.30 Uprošćena šema mogućih tipova prelaza pri luminescenci

U osnovi, sve luminescentne tehnike se zasnivaju na detekciji i analizi emitovanog elektromagnetskog zračenja iz materijala, indukovanih spoljašnjom energetskom perturbacijom. U zavisnosti od načina na koji je izvršena energetska perturbacija luminescencija se može podeliti u više kategorija, od kojih su najznačajnije prikazane na Sl. 1.31.



SLIKA 1.31 Klasifikacija najznačajnijih luminescentnih metoda

Među njima prema značaju i obimu korišćenja u karakterizaciji biomaterijala ističe se *fotoluminescencija*, koja se deli na *fluorescenciju* (prelaz elektrona sa očuvanjem spina) i *fosforenciju* (prelaz sa promenom spina). Pošto je za realizaciju fosforecentnih prelaza neophodna spin-orbitna interakcija za sprezanje elektronskih nivoa različitog spina, to je radijativno vreme za deeksitaciju fosforecentnim kanalom znatno duže ($\sim 10^{-3}$ s) u poređenju sa fluorescentnim kanalom ($\sim 10^{-9}$ s). Spektri fotoluminescence se koriste za karakterizaciju uzoraka i u kondenzovanom stanju, gde se uočava i elektronska i vibraciona struktura spektralnih traka. Posebno značajna je tzv. *fluorescencija X-zraka* (XRF) jer omogućava kvalitativno i kvantitativno određivanje sastava biomaterijala (identifikaciju svih elemenata i njihovog odnosa, osim H, He i Li), na bazi prethodnog pobuđivanja elektrona unutrašnjih luski primarnim X-zračenjem i potonjoj detekciji i analizi karakterističnih sekundarnih fluorescentnih X-zraka, emitovanih preraspodelom elektrona spoljašnjih luski (pošto kvadratni koren karakterističnih linija sekundarnih X-zraka zavisi linearno od atomskog broja elementa koji ih emitiše, tzv. Mozlijev zakon, 1913). Takođe značajan oblik luminiscence je *hemiluminescencija*, koja počiva na hemijskoj reakciji u kojoj se gradi novo jedinjenje uz emisiju svetlosti. Mnoge hemijske reakcije proizvode i svetlost i toplotu – ali znatno je manji broj hemijskih reakcija u kojima se kao proizvod javlja emisija tzv. *hladne svetlosti* bez oslobađanja toplote, poznate kao tzv. *hemiluminescentne reakcije* (odnosno *bioluminescentne reakcije* u živim organizmima).

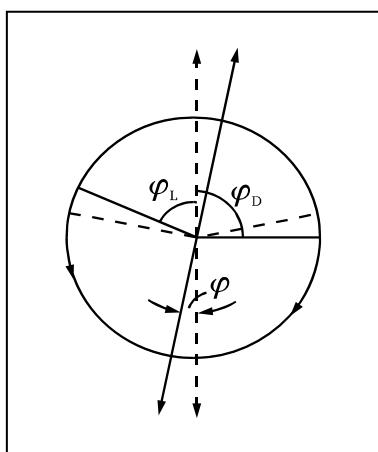
γ -rezonantna spektroskopija (Mesbauerov efekat) sastoji se u rezonantnoj apsorpciji monohromatskih γ -zraka radioaktivnog atoma (najčešće izotop gvožđa, ^{57}Fe), odgovarajućim Fe-atomima u porfirinskim prstenovima biološki aktivnih centara proteina (*hemoglobin*, *mioglobin*, *citohrom*, ...), pri čemu se radioaktivni izvor γ -zraka kreće malom brzinom u odnosu na apsorber γ -zraka (čime se frekvencija γ -zraka malo menja zbog Doplerovog efekta). Pri nekoj frekvenciji dolazi do rezonantne apsorpcije γ -zraka, a ta je frekvencija za ^{57}Fe (koje čini $\sim 2,2\%$ od ukupnog gvožđa u biopolimeru) veoma osetljiva na atomsko okruženje – čime se i određuje elektronska struktura pomenutih *aktivnih proteinskih grupa!*

Prelamanje i apsorpcija polarisane svetlosti posebno su značajni za istraživanje biopolimera, jer oni poseduju *hiralnu strukturu* (nemaju ni centar ni ravn simetrije, odnosno njihov lik u ogledalu se ne poklapa sa njima samima). Pri prolasku *linijski polarisane svetlosti* (talasne dužine λ) kroz sloj biopolimernog rastvora (debljine l), ravan polarizacije rotira za kompleksni ugao

$$\bar{\varphi} = \frac{\pi}{\lambda} (n_L - n_D)l - i \frac{\pi}{\lambda} (\kappa_L - \kappa_D)l,$$

gde je $\varphi = \frac{\pi}{\lambda} (n_L - n_D)l$ - ugao rotacije ravni polarizacije (n_L i n_D - su indeksi prelamanja za levo- i desno-cirkularno polarisanu svetlost), prikazan na Sl. 1.32, a

$\theta = \frac{\pi}{\lambda} (\kappa_L - \kappa_D)$ - kružni dihroizam (κ_L i κ_D - su koeficijenti apsorpcije za levo- i desno-cirkularno polarisanu svetlost), koji ukazuje na stepen eliptične polarizacije (prethodno linearno polarisane svetlosti) u oblastima sopstvene apsorpcije biopolimera. Biopolimeri imaju dvojaku hiralnost (monomera i spiralnog lanca), i pri izmeni konformacije može doći do znatne promene u φ i θ , na šta je ovaj metod posebno osetljiv: na ovaj način određen je stepen spiralnosti mnogih proteina, DNK, RNK i njihovih kompleksa, poređenjem eksperimentalnih krivih $\varphi(\lambda)$ i $\theta(\lambda)$ sa teorijskim kvantnomehaničkim proračunima! Jedna varijanta prelamanja i apsorpcije polarisane svetlosti je Faradejev efekat u magnetnom polju (tzv. magnetna optička rotacija (φ_m) i magnetni kružni dihroizam (θ_m)), koji se pojavljuje i kod nehiralnih i kod hiralnih biopolimera; ovaj metod je posebno osetljiv u jakim magnetnim poljima, i njime se određuje konformaciona struktura biopolimera i njihovih kompleksa!



SLIKA 1.32 Šematski prikaz rotacije ravni polarizacije svetlosti, kao rezultat prolaska linijski polarisane svetlosti kroz sloj rastvora hiralnog biomolekula

Vibraciona spektroskopija bazirana je na uporednom proračunu i merenju karakteristika vibracionih prelaza (energije, intenzivnosti, polarizacije) u međusobno komplementarnim spektrima rasejanja i apsorpcije infravlene svetlosti od strane biomolekula u slobodnom ili kondenzovanom (čvrstom ili tečnom) stanju; primenljiva je na biomolekularne strukture, ali i na nadmolekularno kondenzovano stanje u celini, kako kristalno tako i nekristalno (gde su difrakcione metode ograničenog značaja).

Ramanovo rasejanje ima visoku rezoluciju, i omogućava određivanje prostorne strukture, raspodele elektronske gustine, i elektronsko-vibracionih (elektron-fonon) interakcija kako kod biomolekula (posebno onih sa hromoforima, kod kojih se primenjuje tzv. rezonantno Ramanovo rasejanje, sa laserskom pobudom u domenu apsorpcije hromofora), tako i u nadmolekularnom kondenzovanom stanju.

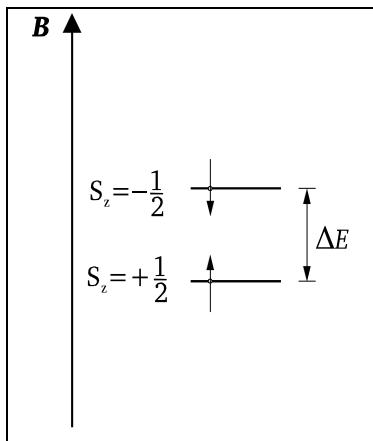
Apsorpcioni spektri zbog prisustva karakterističnih infracrvenih apsorpcionih traka atomskih grupa, omogućavaju brzu identifikaciju karakterističnih delova molekularne primarne (i sekundarne) strukture biomolekula. U nadmolekularnom kondenzovanom stanju omogućavaju i određivanje veličine i vrste energetskog procepa biomaterijala malog energetskog procepa, a takođe i određivanje strukture vibracionih nivoa (i time prostorne strukture, raspodele elektronske gustine i elektron-fonon interakcija).

Rotaciona spektroskopija je od manjeg praktičnog značaja, zbog nedovoljne monohromatičnosti današnjih optičkih uredaja ($\sim 1 \text{ cm}^{-1}$), što po redu veličine daleko prevazilazi finu rotacionu strukturu spektralnih linija.

Magnetna spektroskopija bazirana je na merenju rezonantnih apsorpcionih linija magnetnih dipola, i zbog velike osetljivosti magnetnih dipola na lokalno magnetno okruženje odgovarajuće metode *nuklearne magnetne rezonance* (NMR) i *elektronske paramagnetične rezonance* (EPR) imaju veliki značaj u karakterizaciji biomolekula.

Nuklearna magnetna rezonanca (NMR) ima ogromnu primenu u biofizici. Ona se primenjuje na biopolimerima koji sadrže atome elemenata sa *neiščezavajućim totalnim momentom jezgra* J (na primer, ^{31}P i ^{13}C , čime je proučena *dinamika izmene ATF* pri kontrakciji mišića, što može biti od značaja i u *kardiologiji*, gde pri insuficijenciji O_2 i promeni $p\text{H}$ -sredine dolazi do promene koncentracije ATF, odnosno ^{31}P ; osim toga, izučena je i *konformacija biopolimera, interakcija ferment-supstrat, antigen-antitelo*, itd.). Princip NMR-spektroskopije je jednostavan: u stalnom magnetnom polju indukcije B dolazi do uklanjanja $(2J+1)$ -tostrukture degeneracije spinskih nivoa jezgra, pri čemu je cepanje spinskih energetskih nivoa jednak $\Delta E = g_n \mu_n B$, gde je g_n - *nuklearni Landeov faktor*, a $\mu_n = e\hbar/2m_n$ - *nuklearni magneton* (m_n - je masa neutrona, e - nanelektrisanje elektrona, a $\hbar = h/2\pi$, gde je h - Plankova konstanta). Ovo cepanje je moguće registrovati pomoću rezonantne apsorpcije fotona učestanosti $\omega = g_n \mu_n B/h \sim 10^8 \text{ Hz}$ (za $B \sim 10 \text{ T}$). Magnetna indukcija B ne mora biti samo spoljašnja, već može biti uslovljena i dipolnim magnetnim momentom susednih jona u biopolimeru – što daje kvantitativnu informaciju o *rasporedu i interakcijama atomskih jezgara* biopolimera.

Elektronska paramagnetična rezonanca (EPR) ima, takođe, ogromnu primenu u biofizici. Ona se koristi kod biopolimera sa *slobodnim radikalima* ili sa *neparnim brojem elektrona*, tako da je rezultujući spin atoma ili atomske grupe $S=1/2$. U polju magnetne indukcije B ovaj spinski nivo se cepta na 2 energetska nivoa (v. Sl. 1.33), sa energijom cepanja $\Delta E = g_e \mu_B B$, gde je g_e - *elektronski Landeov faktor*, a $\mu_B = e\hbar/2m_e$ - *Borov magneton*. To cepanje se registruje rezonantnom apsorpcijom fotona učestanosti $\omega = g_e \mu_B B/h \sim 10^{11} \text{ Hz}$. I u ovom slučaju magnetna polja susednih jezgara utiču na cepanje linija i pojavu hiperfine strukture u EPR-spektru. EPR-spektroskopija primenjuje se za izučavanje *fermentativnih procesa* sa učešćem *slobodnih radikala*, strukture *proteina sa metaloorganskim aktivnim centrima* (hemoproteina), kao i uopšte *biopolimera* u koje se veštački ubacuju slobodni radikali (tzv. *spinske mete*)!



SLIKA 1.33 Šematski prikaz cepanja spinskih nivoa kod EPR-spektroskopije.

1.10 ZADACI

- 1.1 Razmotriti analogiju između svojstava polimera podložnih velikim mehaničkim izduženjima (termoplasti, elastomeri) i idealnog gasa. Kakve su posledice toga na prostornu strukturu polimera?

Rešenje:

Visokoelastičnost polimera (relativnog izduženja i do $\sim 1000\%$) iz klase termoplasta (npr. polietilen) ili elastomera (npr. kaučuk) je jedno od najvažnijih specifičnih svojstava polimera za biofiziku. Polimeri se, kao i ostala elastična tela, pri malim deformacijama potčinjavaju Hukovom zakonu,

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l_0} \equiv E \varepsilon, \quad (1)$$

gde je σ - mehanički napon ($\sigma = f/S_0$, gde je f - sila istezanja polimera, a S_0 - poprečni presek polimernog uzorka), E - Jungov modul (modul elastičnosti) polimera, l_0 - dužina nerastegnutog polimernog uzorka, Δl - promena dužine rastegnutog polimernog uzorka ($l = l_0 + \Delta l$), $\varepsilon \equiv \Delta l/l_0$ - relativno izduženje polimera ($\varepsilon[\%] \equiv (\Delta l/l_0) \cdot 100$ - procentualno relativno izduženje). Za čelik je $E \sim 200.000$ MPa, dok je za gumu $E \sim 0,2$ - 8 MPa (u zavisnosti od stepena vulkanizacije kaučuka). U tom smislu, visokoelastični polimeri podsećaju na idealni gas!

Za idealni gas važi Klapejronov zakon

$$pV=RT, \quad (2)$$

gde su p , V i T - pritisak, zapremina i (apsolutna) temperatura gasa, respektivno, a R - gasna konstanta. Pri izotermnoj ($T = \text{const}$) kompresiji gasa u cilindru, pritisak gasa se poveća za dp , a zapremina smanji za dV . Iz (2) diferenciranjem sledi

$$dp = -p \frac{dV}{V} = -p \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (3)$$

gde je l - visina gasnog stuba u cilindru pre dodatne kompresije, a Δl - promena visine gasnog stuba posle kompresije. Izraz (3) je analogan izrazu (1), s tim što ulogu modula elastičnosti E igra pritisak p . Dodajmo da atmosferskom pritisku odgovara $E \sim 0,1 \text{ MPa}$ - veličina istog reda veličine kao modul elastičnosti gume!

Idealni gas se zagreva pri adijabatskoj kompresiji, i analogno se visokoelastični polimer zagreva pri adijabatskom istezanju polimera. To znači da u oba slučaja pri deformaciji dolazi do umanjenja entropije. Naime, rad pri istezanju polimera za dužinu dl silom f jednak je

$$fdl = dF = dU - TdS, \quad (4)$$

gde je dF - promena (Helmholcove) slobodne energije, dU - promena unutrašnje energije, a dS - promena entropije u tom procesu. Elastična sila pri izoternom istezanju polimera jednaka je

$$f = \left(\frac{\partial F}{\partial l} \right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial l} \right)_T - T \left(\frac{\partial S}{\partial l} \right)_T. \quad (5)$$

Eksperiment kod gume pokazuje da je sila f proporcionalna sa T , pri čemu prava $f(T)$ prolazi u blizini koordinatnog početka. Drugim rečima,

$$\left(\frac{\partial U}{\partial l} \right)_T \approx 0, \quad (6)$$

slično tome kao što unutrašnja energija idealnog gasa ne zavisi od zapremeine pri konstantnoj temperaturi:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0. \quad (7)$$

Elastična sila u oba slučaja određuje se ne promenom unutrašnje energije – već promenom entropije! Za visokoelastične polimere je

$$f = -T \left(\frac{\partial S}{\partial l} \right)_T. \quad (8)$$

(U tome se i ogleda principijelna razlika između visokoelastičnog polimera i čelične opruge, čija je elastičnost određena promenom unutrašnje energije!)

Zašto visokoelastični polimer podseća na idealan gas? Kod gasa se entropija pri izotermnoj kompresiji smanjuje, jer gas prelazi iz verovatnijeg razređenog stanja u manje verovatno – komprimovano. Idealni gas se sastoji od neinteragujućih molekula gasa. Znači, i visokoelastični polimer se, uprošćeno govoreći, sastoji od velikog broja nezavisnih elemenata – karika u lancu polimera – podvrgnutih topotnom kretanju, ali pri istezanju polimer prelazi u manje verovatno, rastegnuto stanje.

Dakle, ulogu nezavisnih elemenata u visokoelastičnom polimeru igraju delovi lanca (*karike*), koje mogu da obavljaju *nezavisne rotacije* oko kovalentnih σ -veza, što omogućava *konformacionu gipkost* polimera!

- 1.2 Za slučaj da konformacija jedne karike u lancu polimera zavisi od konformacije susednih karika u lancu (slučaj realnog visokoelastičnog polimera), takav polimer se naziva kooperativni. Izvesti Kramers-Vanijeov izraz za statističku sumu Z jednodimenzionog kooperativnog sistema (polimera), čija svaka karika ima r mogućih konformacija u odnosu na susedne.

Rešenje:

Prema uslovu formulisanog problema, potencijalna energija polimera zavisiće od konformacije dve susedne karike u lancu:

$$U(\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_N) = \sum_{i=1}^N U(\Omega_{i-1}, \Omega_i), \quad (1)$$

gde je Ω_i - konformacija i -te karike polimera određena odgovarajućim uglovima rotacije, a N - broj karika u polimeru.

Konformaciona statistička suma⁶ polimera u odsustvu spoljašnjih sila ima oblik

$$Z = \sum_{\Omega_1} \sum_{\Omega_2} \cdots \sum_{\Omega_N} e^{-\frac{U(\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_N)}{kT}}; \quad (2)$$

sumiranje se vrši po r konformerama svake karike. Zamenom (1) u (2) dobija se

⁶ Statistička suma Z veoma je značajna veličina u Statističkoj fizici (v. Dod. D.2), jer olakšava izračunavanje mnogih fizičkih veličina u Statističkoj fizici i Termodinamici.

$$Z = \sum_{\Omega_1} \sum_{\Omega_2} \cdots \sum_{\Omega_N} \prod_{i=1}^N e^{-\frac{U(\Omega_{i-1}, \Omega_i)}{kT}} \equiv \sum_{\Omega_1} \sum_{\Omega_2} \cdots \sum_{\Omega_N} \prod_{i=1}^N g(\Omega_{i-1}, \Omega_i). \quad (3)$$

Smatrajući da se polimer sastoji od ponavljajućih jednakih karika, veličine $g(\Omega_{i-1}, \Omega_i)$ mogu se tretirati kao elementi matrice

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} g(\Omega^{(1)}, \Omega^{(1)}) & \cdots & g(\Omega^{(1)}, \Omega^{(r)}) \\ \vdots & & \vdots \\ g(\Omega^{(r)}, \Omega^{(1)}) & \cdots & g(\Omega^{(r)}, \Omega^{(r)}) \end{pmatrix}; \quad (4)$$

označimo, dalje,

$$g(\Omega_{i-1}^{(m)}, \Omega_i^{(n)}) = G_{\Omega_{i-1}^{(m)}, \Omega_i^{(n)}}.$$

Statistička suma (3) može se prepisati u obliku

$$Z = \sum_{\Omega_1} \sum_{\Omega_2} \cdots \sum_{\Omega_N} G_{\Omega_0 \Omega_1} G_{\Omega_1 \Omega_2} \cdots G_{\Omega_{N-1} \Omega_N}, \quad (5)$$

i po pravilu množenja matrica ($\Omega_1^{(m)}, \dots, \Omega_{N-1}^{(m)}$ - su "nemi indeksi", po kojima je obavljeno sumiranje) nalazimo

$$Z = \sum_{\Omega_N} G_{\Omega_0 \Omega_N} \Bigg|_{\Omega_N = \Omega_0} = \lambda_1^N + \lambda_2^N + \cdots + \lambda_r^N, \quad (6)$$

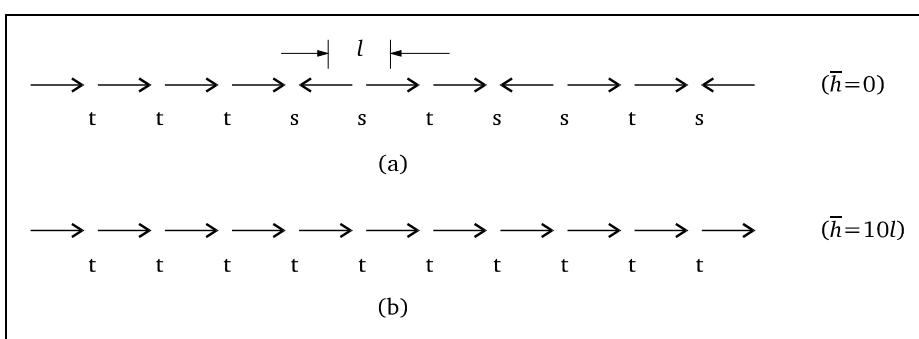
gde je korišćen uslov cikličnosti ($\Omega_N = \Omega_0$) dugog polimernog lanca ($N \gg 1$), dok su $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ - dijagonalni članovi matrice \mathbf{G} , koji se za dijagonalizovanu formu matrice \mathbf{G} svode na njene svojstvene vrednosti! Svi elementi matrice \mathbf{G} su pozitivni, odakle sledi da ona ima maksimalnu svojstvenu vrednost Ω_1 , koja je realna, pozitivna i nedegenerisana (teorema Frobenijusa). Pri $N \gg 1$, tada se (6) svodi na

$$Z \approx \lambda_1^N. \quad (7)$$

Na taj način, izračunavanje *konformacione statističke sume* svodi se na nalaženje maksimalnog korena matrice, λ_1 ! Dalje, znajući Z mogu se naći sve *termodinamičke karakteristike polimera*!

1.3 Primeniti Kramers-Vanijeov izraz za statističku sumu Z polimera (v. Zad. 1.2), na slučaj istezanja jednodimenzionog (1D) kooperativnog Izingovog modela silom f (prelaz lanca iz stanja (a) u stanje (b) na donjoj slici). Smatratи da postoje 2 tipa konformera: t -tip (sa dve susedne paralelne karike ($\rightarrow\rightarrow$), energije $-E$), i s -tip (sa dve susedne antiparalelne karike ($\rightarrow\leftarrow$), energije E).

Rešenje:



SLIKA 1 Šematski prikaz Izingovog 1D-lanca u (a) neuređenom i (b) uređenom stanju.

Razlika energija konformera s i t jednaka je $\Delta E = 2E$. Ovaj uslov može se zapisati u obliku

$$E_{ij} = \begin{cases} -E\sigma_i\sigma_j & , \quad i = j + 1, \\ 0 & , \quad i \neq j + 1. \end{cases} \quad (1)$$

Tu je $\sigma_i = 1$ ako je karika (strelica) okrenuta nadesno, a $\sigma_i = -1$ ako je okrenuta nalevo. Korelacija, saglasno uslovu (1) postoji samo između susednih strelica. Ako deluje spoljašnja sila f koja orijentiše strelice udesno (Sl. 1b), to svaka karika dužine l dobija dopunsку energiju

$$E_f = -lf \cos \varphi = -lf\sigma_i, \quad (2)$$

gde je φ - ugao između smera strelice i spoljašnje sile f . Pošto se svaka strelica (karika) može nalaziti samo u dva položaja, to će matrica \mathbf{G} (izraz (4) u Zad. 1.2) biti reda $r = 2$. Saglasno izrazu (3) iz Zad. 1.2, može se napisati $(U(\Omega_j, \Omega_{j+1}) = -E\sigma_j\sigma_{j+1} - lf\sigma_j)$

$$g(\sigma_j, \sigma_{j+1}) = e^{\frac{E}{kT}\sigma_j\sigma_{j+1} + \frac{lf}{kT}\sigma_j}, \quad (3)$$

pa se matrica \mathbf{G} dobija zamenom vrednosti σ_j i σ_{j+1} , jednakih +1 i -1:

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} g(1,1) & g(1,-1) \\ g(-1,1) & g(-1,-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{a+b} & e^{-a+b} \\ e^{-a-b} & e^{a-b} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

gde smo uveli označke $a \equiv E/kT$ i $b \equiv lf/kT$. Svojstvene vrednosti matrice \mathbf{G} dobijaju se iz jednačine $|\mathbf{G} - \lambda\mathbf{I}| = 0$:

$$\begin{vmatrix} e^{a+b} - \lambda & e^{-a+b} \\ e^{-a-b} & e^{a-b} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (5)$$

One su jednake

$$\lambda_{1,2} = e^a \operatorname{ch} b \pm \sqrt{e^{2a} \operatorname{sh}^2 b + e^{-2a}}.$$

Pošto je $\lambda_1 > \lambda_2$, to je (prema izrazu (7) u Zad. 1.2) statistička suma Z jednaka

$$Z \approx \lambda_1^N = \left(e^a \operatorname{ch} b + \sqrt{e^{2a} \operatorname{sh}^2 b + e^{-2a}} \right)^N. \quad (6)$$

Korišćenjem dobijenog izraza (6) može se izračunati *srednja dužina lanca*:

$$\bar{h} = kT \frac{\partial \ln Z}{\partial f} = NkT \frac{\partial \ln \lambda_1}{\partial f} = Nl \frac{\operatorname{sh} b}{\sqrt{\operatorname{sh}^2 b + e^{-4a}}}, \quad (7)$$

gde je primjenjen izraz za statističku sumu, $Z \sim e^{\bar{h}/kT}$, u kojem je zamenjena potencijalna energija izduženog lanca, $U \sim -f\bar{h}$. Mera kooperativnosti je ovde veličina $a \equiv E/kT = \Delta E/2kT$.

U odsustvu kooperativnosti ($a = 0$) je

$$\bar{h}' = Nl \operatorname{th} b = Nl \operatorname{th} \frac{lf}{kT}, \quad (8)$$

odnosno, pri slobodnoj orientaciji strelica dužina lanca je utoliko veća ukoliko je veća sila f i niža temperatura T .

Za slučaj velike kooperativnosti ($a \gg 1$) je

$$\bar{h}'' = Nl, \quad (9)$$

nezavisno od veličine sile. Lanac je krut i sasvim istegnut. Taj isti rezultat se dobija i pri velikim silama, tj. pri $fl \gg kT$.

Vidi se da korelacija, određena pogodnošću paralelnog rasporeda strelica, izdužuje lanac ($\bar{h}'' \gg \bar{h}'$). S druge strane, u odsustvu sile f ili pri visokoj temperaturi T , vidi se da je $\bar{h}' = 0$, što je 1D analogon 3D-faznog prelaza *lanac-klupko*!

- 1.4 Koristeći Kramers-Vanijeov matrični pristup (v. Zad. 1.2), pokazati da je prelaz α -spirala–globula kod proteina – kooperativan.

Rešenje:

Svaka karika proteina može se nalaziti u stanju nevezanom vodoničnim vezama (oznaka $\mu_i = 0$) i stanju vezanom vodoničnim vezama ($\mu_i = 1$). Slobodna energija lanca zavisi od skupa vrednosti μ_i , pri čemu su međusobno povezane konformacije četiri uzastopne karike (jer su u α -spirali proteina obrazovane vodonične veze između C=O grupe date karike i NH grupe četvrte prethodne karike). Zato je (Gibsova) slobodna energija lanca jednaka

$$G\{\mu_i\} \equiv G(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N) = \sum_{i=1}^N G(\mu_{i-3}, \mu_{i-2}, \mu_{i-1}, \mu_i). \quad (1)$$

Kao i ranije, smatra se da je lanac polimera veoma dug ($N \gg 1$) i zanemaruju se efekti krajeva lanca (uslov cikličnosti). Dalje, očigledno je da je slobodna energija potrebna za oslobođenje jedne ili dve karike smeštene među vezanim karikama u proteinu veoma velika, pošto ustvari u tom slučaju i nema oslobođenja jer karike ostaju u spirali; zato je moguće uzeti da

$$G(\mu_{i-3}, 1, 0, 1) \rightarrow \infty, \quad G(1, 0, 0, 1) \rightarrow \infty, \quad (2)$$

pa ta stanja praktično i ne daju doprinos u statističkoj sumi

$$Z = \sum_{\{\mu_i\}} e^{-\frac{G\{\mu_i\}}{kT}}. \quad (3)$$

Doprinos u statističkoj sumi (3) daće samo stanja tipa $G(1,1,0,0)$, $G(1,0,0,0)$, $G(0,1,0,0)$ i $G(0,0,0,0)$, pa se možemo ograničiti samo na susedne karike i uprostiti izraz (1):

$$G\{\mu_i\} \equiv G(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N) = \sum_{i=1}^N G(\mu_{i-1}, \mu_i). \quad (4)$$

Pri tome, imaćemo posla samo sa četiri tipa doprinosa: $G(1,1)$, $G(1,0)$, $G(0,1)$ i $G(0,0)$. Dalje, smatraćemo da spiralizacija α -spirale ide kooperativno od kraja 1 do

kraja N , kao i da je slobodna energija karike u slobodnom stanju ($\mu_i = 0$) jednaka nuli – karika se nije "uplela" u lanac:

$$G_{\text{slob}} = G(0,0) = G(1,0) = 0 . \quad (5)$$

Za kariku u vezanom stanju ($\mu_i = 1$) je

$$G_{\text{vez}} = G(1,1) = \Delta G . \quad (6)$$

I, na kraju, stanje $\mu_{i-1} = 0$ i $\mu_i = 1$ može se tretirati kao sukcesija vezivanja $\mu_{i-1} = 1$, $\mu_i = 1$ i raskidanja $\mu_{i-1} = 0$ i $\mu_i = 1$, pa je slobodna energija tog stanja

$$G(0,1) = G_{\text{vez}} + G_{\text{rask}} . \quad (7)$$

Veličine (5)–(7), koje ulaze u vidu eksponenata u statističku sumu (3), daju sledeće doprinose toj sumi: G_{slob} - daje doprinos 1, G_{vez} - množitelj

$$s = e^{-\frac{\Delta G}{kT}} , \quad (8)$$

(koji ima smisao konstante ravnoteže za obrazovanje vodonične veze u karici), a G_{rask} - množitelj

$$\sigma = e^{-\frac{G_{\text{rask}}}{kT}} . \quad (9)$$

(koji karakteriše stepen kooperativnosti proteina: maksimalna kooperativnost za $G_{\text{rask}} \rightarrow \infty$, kada je $\sigma = 0$; odsustvo kooperativnosti za $G_{\text{rask}} = 0$, kada je $\sigma = 1$). Kramers-Vanijeova matrica (v. izraz (4) u Zad. 1.2) biće reda $r = 2$, i imaće oblik

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} g(0,0) & g(0,1) \\ g(1,0) & g(1,1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & s\sigma \\ 1 & s \end{pmatrix} . \quad (10)$$

Svojstvene vrednosti matrice \mathbf{G} dobijaju se iz jednačine $|\mathbf{G} - \lambda \mathbf{I}| = 0$, koja se svodi na karakterističnu jednačinu

$$(1 - \lambda)(s - \lambda) - s\sigma = 0 \quad (11)$$

sa svojstvenim vrednostima

$$\lambda_{1,2} = \frac{1+s}{2} \pm \sqrt{\frac{(1-s)^2}{4} + s\sigma} . \quad (12)$$

Tako je statistička suma Z jednaka (izraz (6) u Zad. 1.2)

$$Z = \lambda_1^N + \lambda_2^N \approx \lambda_1^N , \quad (13)$$

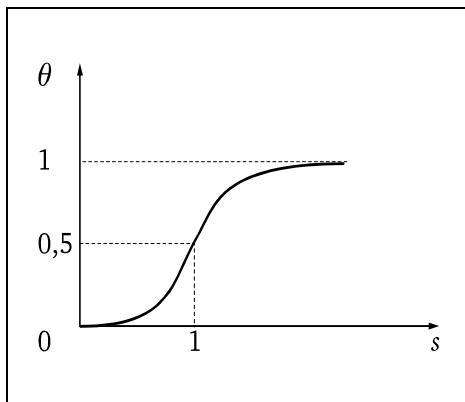
gde su λ_1 i λ_2 dati izrazom (12).

Korišćenjem dobijenih izraza (12) i (13), *stepen spiralizovanosti lanca* (θ) dobija se u obliku

$$\theta = \frac{1}{N} \frac{\partial nZ}{\partial ns} \approx \frac{s^n}{1+s^n}, \quad (14)$$

gde je primenjen izraz za statističku sumu, $Z \sim e^{-N\theta\Delta G/kT}$, u kojem je zamenjena potencijalna energija spiralizovanog lanca, $U \sim N\theta\Delta G$, sa stepenom spiralizovanosti u granicama $0 < \theta < 1$; u izrazu (14) je $0 < n < N$.

Izraz (14) opisuje *kooperativno rastvaranje α -spirale* pri $s < 1$ (kada je, saglasno (8), $\Delta G \equiv G_{vez} > 0$, odnosno vezivanje tj. spiralizacija nije energetski pogodno!) ako je $n \gg 1$ (što doprinosi daljem sklupčavanju proteina u globulu, odnosno faznom prelazu *spiral-a-globula*)! Obrnuto, pri $s > 1$ (tj. $\Delta G < 0$) i $n \gg 1$ dobija se $\theta \approx 1$, odnosno dolazi do *spiralizacije* proteina! Pri $s \approx 1$ (tj. $\Delta G \approx 0$) je $\theta \approx 0,5$, što odgovara tački *faznog prelaza* na krivoj $\theta(s)$ (v. Sl. 1).



SLIKA 1 Zavisnost stepena spiralizovanosti (θ) proteinskog lanca od konstante ravnoteže (s) za obrazovanje vodonične veze u proteinskoj karici.

- 1.5. U eksperimentima sa mutacijama (bakterija *E. coli*) tipa delecija (-) ili umetanja (+) nukleotida, pokazano je da neke kombinacije mutacija (+, -, +, ++, --, ali ne i ++, --, ++++, ----) dovode do reverzije, odnosno povratka na početnu genetsku strukturu oстатка DNK. Pokazati da se ovo može protumačiti tripletnim kodom, bez prekrivanja kodona, bez "blankova", počev od nekog fiksnog nukleotida.

Rešenje:

Predstavimo lanac DNK uzastopnošću slova ABCABC... (Sl. 1(a)). Na mestu svakog slova može se naći bilo koji od četiri nukleotida A,T,G,C. Ako jedno od slova ispadne (-) ili se, naprotiv, doda (+), to će sva uzastopnost znakova, počev od mesta mutacije, biti deformisana tj. normalni protein ne može se sintetisati (Sl. 1(b,c)).

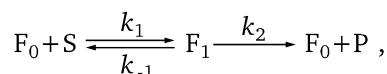
(a)	C	ABC	ABC	ABC	ABC	ABC	ABC	ABC	ABC	A
(b)	C	ABC	A-CA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	B
(c)	C	ABC	ABC	ABC	A+B	CAB	CAB	CAB	CAB	C
(d)	C	ABC	A-CA	BCA	BCA	+BC	ABC	ABC	ABC	A
(e)	C	ABC	ABC	A+B	CAB	CAB	C-BC	ABC	ABC	A
(f)	C	ABC	A-CA	BCA	B-AB	CAB	C-BC	ABC	ABC	A
(g)	C	ABC	AB+	CAB	CA+	BCA	BC+	ABC	ABC	A

SLIKA 1 Tekstovi DNK: (a) lanac bez mutacija; (b) mutant (delecija, -); (c) mutant (umetanje, +); (d) i (e) dvojni supresorni mutanti tipa -+, odnosno +-; (f) trojni mutant ---; (g) trojni mutant tipa +++. Šrafigrani su deformisani delovi teksta DNK

Ako se pojavila supresorna mutacija (-+ ili +-), to je uzastopnost slova deformisana samo u oblasti između dveju mutacija (Sl. 1(d,e)); ako deformisana oblast nije suviše duga, sintetisani protein može očuvati svoju funkciju i biće uočena reverzija. Na Sl. 1(f,g) ilustrovane su reverzije pri trostrukim jednotipnim mutacijama: --- i +++. Sličnom analizom, lako se može uveriti zašto dvostrukе i čevorostrukе jednotipne mutacije ne daju reverzije.

Iz gornjeg razmatranja sledi da je *kodon celobrojni umnožak tripleta*. Prirodno je prepostaviti da je baš *tripletan*, što je kasnije potvrđeno direktnim proučavanjem primarne strukture sintetisanih proteina.

1.6 Za prostu nekooperativnu fermentativnu (katalitičku) reakciju



(F_0 - slobodni ferment; S - supstrat; F_1 - kompleks ferment-supstrat; P - produkt; k_1 , k_{-1} , k_2 - konstante brzina odgovarajućih gore naznačenih reakcija), odrediti brzinu obrazovanja produkta P .

Rešenje:

Kinetičke jednačine za gornju fermentativnu reakciju imaju oblik:

$$\begin{aligned}\frac{dC_S}{dt} &= -k_1 C_{F_0} C_S + k_{-1} C_{F_1}, \\ \frac{dC_{F_1}}{dt} &= k_1 C_{F_0} C_S - (k_{-1} + k_2) C_{F_1}, \\ \frac{dC_P}{dt} &= k_2 C_{F_1} \left(= -\frac{dC_S}{dt} \right)\end{aligned}\quad (1)$$

Ukupna koncentracija fermenta je konstantna:

$$C_{F_0} + C_{F_1} = C_F = \text{const.} \quad (2)$$

Kombinovanjem druge jednačine iz (2) sa izrazom (3), dobija se

$$\frac{dC_{F_1}}{dt} = k_1 C_F C_S - (k_{-1} + k_2 + k_1 C_S) C_{F_1}. \quad (3)$$

U stacionarnom stanju je $dC_{F_1}/dt = 0$ (kao i $dC_{F_0}/dt = 0$) – što se praktično ostvaruje ako ima mnogo više supstrata nego fermenta ($C_S \gg C_F$). Stavljujući u (3) da je $dC_{F_1}/dt = 0$, dobija se

$$C_{F_1} = \frac{k_1 C_F C_S}{k_{-1} + k_2 + k_1 C_S}. \quad (4)$$

Brzina obrazovanja produkta je

$$v = \frac{dC_P}{dt} = k_2 C_{F_1} = \frac{k_2 C_S C_F}{K_M + C_S}, \quad (5)$$

gde je

$$K_M = \frac{k_{-1} + k_2}{k_1}, \quad (6)$$

Mihaelisova konstanta.

- 1.7 Za kooperativnu fermentativnu reakciju, sa molekulom fermenta koji se sastoji od 2 identične podjedinice (kvaternarna struktura) od kojih svaka ima aktivni centar, prikazanu šematski na Sl. 1.18 u tekstu, odrediti brzinu obrazovanja produkta.

Rešenje:

Kinetičke jednačine za kooperativnu fermentativnu reakciju, prikazanu šematski na Sl. 1.18, imaju oblik:

$$\begin{aligned}\frac{dC_{F_{00}}}{dt} &= -2k_1 C_S C_{F_{00}} + 2(k_{-1} + k_2) C_{F_{10}} = 0, \\ 2 \frac{dC_{F_{10}}}{dt} &= 2k_1 C_S C_{F_{00}} - 2(k_{-1} + k_2 + k_3 C_S) C_{F_{10}} + 2(k_{-3} + k_4) C_{F_{11}} = 0, \quad (1) \\ \frac{dC_{F_{11}}}{dt} &= 2k_3 C_S C_{F_{10}} - 2(k_{-3} + k_4) C_{F_{11}} = 0,\end{aligned}$$

pri čemu je ukupna koncentracija fermenta konstantna:

$$C_F = C_{F_{00}} + 2C_{F_{10}} + C_{F_{11}} = const. \quad (2)$$

Brzina obrazovanja produkta je, saglasno Sl. 1.18,

$$v = \frac{dC_P}{dt} = 2k_2 C_{F_{10}} + 2k_4 C_{F_{11}}. \quad (3)$$

Kombinovanjem (1) i (2) dobijaju se izrazi za $C_{F_{10}}$ i $C_{F_{11}}$, čijom zamenom u (3) se dobija

$$v = 2k_2 C_F C_S \frac{\alpha C_S + \beta K}{C_S^2 + 2\beta K C_S + \beta K^2}, \quad (4)$$

gde je $\alpha = k_4/k_2$, $\beta = K'/K$, $K = (k_{-1} + k_2)/k_1$, $K' = (k_{-3} + k_4)/k_3$.

Za $\alpha = \beta = 1$, izraz (4) se svodi na Mihaelis-Mentenovu relaciju

$$v = \frac{v_m C_S}{K_M + C_S}, \quad (5)$$

što znači da je $\alpha \neq 1$ i/ili $\beta \neq 1$ uslov kooperativnosti, kada kriva $v(C_S)$ dobija S-formu, sa prevojnom tačkom (v. Sl. 1.17).

- 1.8 Razmotriti dvo-izomerne strukturne prelaze polimera u okviru teorije neradijativnih rezonantnih struktturnih prelaza.

Rešenje:

Različite strukturne transformacije Q1D-molekularnih lanaca karakterisane su lokalnim pregrupisavanjem atoma između susednih jediničnih celija, sa pretpostavljenom značajnom ulogom niskofrekventnih skeletalnih vibracija i njihovih viših harmonika. U tom kontekstu, ovde će biti razmotreni neradijativni strukturni polimerni prelazi u okviru teorije neradijativnih rezonantnih strukturnih prelaza (posredstvom degenerisanih pobuđenih elektronsko-vibracionih stanja bliskih izomernih formi), koji jasno ističe značajnu ulogu kvantnog pristupa u objašnjenju ovakvih prelaza (Gribov, 2001).

Uprošćeno govoreći, pobuđivanjem polimera (toplotno, elektromagnetnim zračenjem...) pojavljuje se značajno preklapanje elektronsko-vibracionih talasnih funkcija dva degenerisana elektronsko-vibraciona stanja (1) and (2) koja pripadaju bliskim izomernim formama dva polimera, što dovodi do periodičnog oscilovanja između ta dva bliska strukturna polimerna stanja. U takvom prilazu, (semi)klasični problem više-elektronske hiperpovrši $E_e(\phi_e^{(k)})$, adijabatski loše-definisane pri prelasku između dva bliska lokalna minimuma (1) i (2) – zamenuje se bolje definisanim problemom dve (virtuelno presecajuće) izomerne više-elektronske hiperpovrši (hiperparaboloida) koji služe kao potencijalne hiperpovrši za dva vibraciona (izomerna) problema (v. Sl. 1.21). Onda, *spoljašnjom perturbacijom* izomera, na samom preseku ovih hiperpovrši ispunjeni su uslovi za elektronsko-vibracione neradijativne rezonantne prelaze između dva izomera (1) i (2): ova rezonantna elektronsko-vibraciona stanja dva izomera su transformisana iz odgovarajućih (neperturbovanih) proizvoda elektronskih i vibracionih stacionarnih talasnih funkcija $(\phi_e^{(1)}(r, x)\phi_v^{(1)}(x), \phi_e^{(2)}(r, x)\phi_v^{(2)}(x))$ u (perturbovane) simetrizovane stacionarne superpozicije $(\phi_e^{(1)}(r, x)\phi_v^{(1)}(x)/\sqrt{2} \pm \phi_e^{(2)}(r, x)\phi_v^{(2)}(x))/\sqrt{2}$ a njihove (neperturbovane) energije iz rezonantnih (jednakih) superpozicija osnovnih elektronskih energija odgovarajućih minimuma više-elektronske energetsko-konfiguracione hiperpovrši i vibracionih energija viših pobuđenih stanja ($E_e^{(1)}+E_v^{(1)}=E_e^{(2)}+E_v^{(2)}$) u (perturbovani) blago rascepljeni energetski dublet ($E_e^{(1)}+E_v^{(1)}+\frac{1}{2}\Delta E, E_e^{(2)}+E_v^{(2)}-\frac{1}{2}\Delta E$), sa $\Delta E = 2(E_e^{(1)}+E_v^{(1)})S_{ev}^{(1,2)}$ (gde je elektronsko-vibracioni integral prekrivanja između dva rezonantna izomerna stanja (1,2) jednak $S_{ev}^{(1,2)}=\iint \phi_e^{(2)}(r, x)\phi_v^{(2)}(x)\phi_e^{(1)*}(r, x)\phi_v^{(1)*}(x)drdx \approx S_v^{(1,2)}S_e^{(1,2)}$, dok su $S_v^{(1,2)}$ i $S_e^{(1,2)}$ odgovarajući integrali prekrivanja vibracionih i elektronskih komponenti).

Za korekstan opis vremenskog aspekta ove kvantno-mehaničke rezonance, polazi se od nestacionarne Šredingerove jednačine,

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{ev}(r, x, t)}{\partial t} = (\hat{H}_0 + \Delta H)\Psi_{ev}(r, x, t), \quad (1)$$

gde je ΔH nediferencijalni perturbacioni operator u obliku step-funkcije, i traži se rešenje u jednačine (1) u obliku

$$\Psi_{ev}(r, x, t) = a(t)\Psi_{ev}^{(1)}(r, x, t) + b(t)\Psi_{ev}^{(2)}(r, x, t), \quad (2)$$

gde talasne funkcije

$$\begin{aligned} \Psi_{ev}^{(1)}(r, x, t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_e^{(1)}(r, x)\phi_v^{(1)}(x) + \phi_e^{(2)}(r, x)\phi_v^{(2)}(x))\exp(-i\omega t) \\ \Psi_{ev}^{(2)}(r, x, t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_e^{(1)}(r, x)\phi_v^{(1)}(x) - \phi_e^{(2)}(r, x)\phi_v^{(2)}(x))\exp(-i\omega t)(\cos\Delta\omega t - i\sin\Delta\omega t) \end{aligned} \quad (3)$$

predstavljaju rešenja nestacionarne Šredingerove jednačine bez perturbacije,

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{ev}(r, x, t)}{\partial t} = \hat{H}_0 \Psi_{ev}(r, x, t), \quad (4)$$

sa $\omega = (E_e^{(1)} + E_v^{(1)})/\hbar \sim 10^{15}$ Hz i $\Delta\omega = \Delta E/\hbar = 2(E_e^{(1)} + E_v^{(1)})S_{ev}^{(1,2)}/\hbar \sim 10^9$ Hz, dok su $a(t)$ i $b(t)$ vremenski zavisne funkcije, koje se mogu odrediti zamenom (2) u (1) (imajući na umu da su elektronsko-vibracione talasne funkcije (3) rešenja jednačine (4), tako da se dobijaju dve diferencijalne jednačine, $i\hbar\partial a/\partial t = a\Delta H$ i $i\hbar\partial b/\partial t = b\Delta H$, sa rešenjima $a(t) = b(t) = \exp(-i\Delta H t/\hbar)/\sqrt{2}$ (koja važe za početne uslove $|\Psi_{ev}(r, x, 0)|^2 = |\phi_e^{(1)}(r, x)\phi_v^{(1)}(x)|^2$, kada je $a(0) = b(0) = 1/\sqrt{2}$). Zamenom talasnih funkcija (3) i rešenja $a(t)$, $b(t)$ u jednačinu (2), uz neke algebarske manipulacije dobija se vremenski zavisna gustina verovatnoće za elektronsko-vibracionu talasnu funkciju ovakvog dvo-izomernog sistema:

$$|\Psi_{ev}(r, x, t)|^2 = |\phi_e^{(1)}(r, x)|^2 |\phi_v^{(1)}(x)|^2 \cos^2 \frac{\Delta\omega}{2} t + |\phi_e^{(2)}(r, x)|^2 |\phi_v^{(2)}(x)|^2 \sin^2 \frac{\Delta\omega}{2} t. \quad (5)$$

Na bazi (5), može se zaključiti da ovakav dvo-izomerni sistem naizmenično pobuđuje dva izomerno-konformaciona stanja sa periodičnošću $\tau = 1/\Delta\omega \sim 10^{-9}$ s, što se makroskopski manifestuje kao vremenska promena koncentracije dva izomera u dvo-izomernom polimernom rastvoru. Ovako dobijena verovatnoća nalaženja vremenske evolucije rezonirajućeg dubletnog stanja takvog dvo-izomernog sistema, može se iskoristiti i kao osnova za ispitivanje *kinetičkih jednačina* za proračun zauzetosti polimernih elektronsko-vibracionih nivoa u *fotohemiskim reakcijama izomernih prelaza* (Gribov, 2001; Gribov et al, 2004; Keković et al, 2007).

Kao primer, razmotrićemo model fotohemiske reakcije izomernih prelaza za dvo-izomerni polimerni sistem sa četiri energetska nivoa, gde se sistem inicijalno

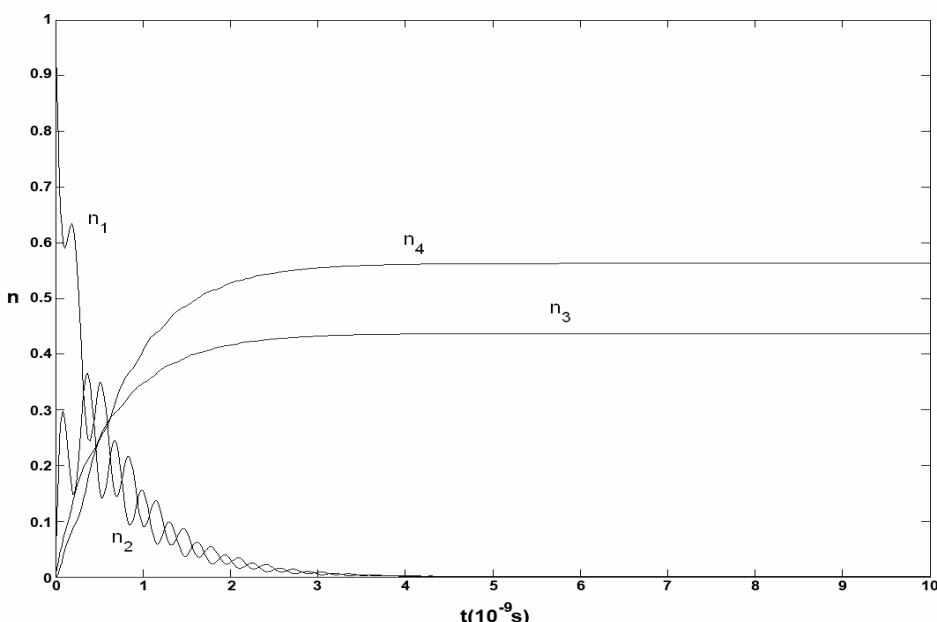
eksitira spoljašnjom optičkom perturbacijom ΔH , iz osnovnog stanja (3) prvog izomera u njegovo pobuđeno stanje (1). To daje intenzivno prekrivanje talasnih funkcija dve pobuđene izomerne forme (1) i (2), što omogućava rezonantno fluktuirajuće fotohemijsko-izomerne prelaze (1) \leftrightarrow (2) (definisane odgovarajućim vremenski-zavisnim verovatnoćama $w_{12} = w \cos^2 \Delta\omega t$ i $w_{21} = w \sin^2 \Delta\omega t$, v. izraz (5)), takođe praćene spontanim izomernim deeksitacijama (1) \rightarrow (3) i (2) \rightarrow (4) u odgovarajuća izomerna osnovna stanja (definisana odgovarajućim vremenski-nezavisnim verovatnoćama w_{13} i w_{24}). Saglasno tome, lako se može zapisati sistem kinetičkih jednačina koji opisuje ove procese:

$$\begin{aligned}\frac{dn_1}{dt} &= -w_{13}n_1 - wn_1 \cos^2 \Delta\omega t + wn_2 \sin^2 \Delta\omega t , \\ \frac{dn_2}{dt} &= -w_{24}n_2 + wn_1 \cos^2 \Delta\omega t - wn_2 \sin^2 \Delta\omega t \\ \frac{dn_3}{dt} &= w_{13}n_1 \\ \frac{dn_4}{dt} &= w_{24}n_2\end{aligned}$$

sa polimernim koncentracijama n_j ($j = 1, \dots, 4$) koje se odnose na zauzetosti ta četiri elektronsko-vibraciona nivoa. Numeričkim rešavanjem gornjeg sistema jednačina (sa modelno-usvojenim verovatnoćama $w = 0,7$, $w_{13} = 0,1$, $w_{24} = 0,2$ i rezonantnom frekvencijom fluktuirajućih fotohemijskih-izomernih prelaza $\Delta\omega = 10^9$ Hz, sa vremenskom skalom u nanosekundama i polimernim izomernim koncentracijama u relativnim jedinicama $n_j \in (0,1)$), dobija se grafička vremenska zavisnost četiri relativne polimerne koncentracije prikazana na Sl. 1.

Sa Sl. 1 vidi se da efekat kvantomehaničke rezonance između pobuđenog stanja (1) prvog izomera i pobuđenog stanja (2) drugog izomera (jednako verovatnih zbog kvantomehaničke rezonance), i potonja spontana deeksitacija pobuđenog stanja (2) drugog izomera u njegovo osnovno stanje (4), povećava saturacionu koncentraciju n_4 u odnosu na n_3 . [Pri tome je prečutno pretpostavljeno da je dno energetsko-konfiguracione hiperpovrši $E_e(x)$ osnovnog stanja (4) drugog izomera niže od osnovnog stanja (3) prvog izomera, tj. $E_{ev}^{(4)} < E_{ev}^{(3)}$, i otuda je $E_v^{(2)} > E_v^{(1)}$ mereno u odnosu na odgovarajuće minimume vibracionih potencijalnih jama. U kombinaciji sa Maksvel-Bolcmanovom raspodelom primjenjenom na saturacioni limit za jednakouzete vibracione nivoe $E_v^{(2)}$ i $E_v^{(1)}$, $n_4 \exp(-E_v^{(2)} / kT) = n_3 \exp(-E_v^{(1)} / kT)$, to zaista daje $n_4 > n_3$.]

Vidi se da razmotreni strukturalni polimerni prelazi u okviru *teorije neradijativnih rezonantnih strukturalnih prelaza*, omogućavaju bolje razumevanje *kinetike fotohemiskih reakcija* izomernih polimernih prelaza, jasno demonstrirajući da kvantna svojstva moraju biti uzeta u obzir u takvim i njima sličnim procesima, poput *kaskadnih rezonantnih prelaza* između *bliskih intermedijarnih* participirajućih izomernih stanja, koji se mogu povezati sa *bezdisipativnim polaronsko-solitonskim transportom*, opisanim u Zad. 1.9-10.



SLIKA 1 Kinetika vremenski zavisnih polimernih koncentracija n_j (u relativnim jedinicama) u modelnoj fotohemiskoj reakciji izomernih prelaza, za dvo-izomerni polimerni sistem sa svakim izomerom u mogućem osnovnom i pobuđenom elektronsko-vibracionom stanju (v. jednačine (6) i tekst za detalje).

1.9 Razmotriti strukturne kaskadne prelaze polimera u okviru modela nelinearnih koherentnih solitonskih eksitacija.

Rešenje:

Tokom lokalnih pregrupisavanja atoma između susednih jediničnih celija u strukturalnim transformacijama Q1D-molekularnih lanaca, sa prepostavljenom značajnom ulogom niskofrekventnih skeletalnih vibracija i njihovih viših harmonika,

susedni atomi se približavaju jedni drugima tako povećavajući gustinu verovatnoće za nalaženje nanelektrisanih čestica (elektrona i protona) unutar hemijskih veza, što može rezultirati u migracijama konjugovanih hemijskih veza duž molekularnog lanca. U tom kontekstu, pošto dvostruka CC veza postepeno migrira duž konjugovanog Q1D-molekularnog lanca, koji kaskadno prolazi kroz odgovarajuće izomerne forme, to podseća na solitonski usmereni transport nanelektrisanih čestica duž lanca (Davidov, 1984).

Imajući to na umu, kao i da je međuatomsko rastojanje dominantni parameter, polazna tačka u ovom teorijskom pristupu je *jednačina za longitudinalne oscilacije Q1D-atomskog lanca* u polju više-elektronske energetsko-konfiguracione hiperpovrši:

$$M \frac{d^2 u_n}{dt^2} = k(u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}) + F_{pot}, \quad (1)$$

gde je M masa atoma, u_n pomeraj n -tog atoma iz ravnotežnog položaja, a $F_{pot} = -dE_e(x)/dx$ je potencijalna sila sprezanja lanca sa više-elektronskom energetsko-konfiguracionom hiperpovrši $E_e(x)$.

Takođe, pošto minimumi više-elektronske energetsko-konfiguracione hiperpovrši $E_e(x)$ odgovaraju maksimumima gustine verovatnoće elektronskog podsistema $|\Psi_e(r, x, t)|^2$, to se može formulisati kroz *varijacionu jednačinu* sa nepoznatim Lagranžovim množiteljem (λ):

$$\frac{dE_e(x)}{dx} + \lambda \frac{d|\Psi_e(r, x, t)|^2}{dx} = 0. \quad (2)$$

Dinamika Q1D lanca, opisana izrazima (1) i (2), može se redukovati u poznati zatvoreni sistem Davidovljevih jednačina (v. dalje (10)), implicirajući da je klasični prilaz grubo govoreći samo 'deo priče', i da se kvantna svojstva makromolekula moraju uzeti u obzir!

Zaista, kombinovanje (1) i (2) sa razvojem:

$$u_{n\pm 1} = u_n \pm \frac{du_n}{dx} R_0 + \frac{1}{2} \frac{d^2 u_n}{dx^2} R_0^2 + \dots \quad (3)$$

daje

$$\frac{d^2 u_n}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 u_n}{dx^2} + \frac{\lambda}{M} \frac{d|\Psi_e(r, x, t)|^2}{dx} \quad (4)$$

gde je $c = R_0 \sqrt{k/M}$ brzina zvuka u sredini, dok je R_0 međuatomsko rastojanje. U gornjoj jednačini postoje dve nepoznate varijable, pa je neophodno uključiti u analizu

i Šredingerovu jednačinu za elektronski podsistem, koja u Born-Openhajmerovoj adijabatskoj aproksimaciji ima sledeći izgled:

$$i \frac{\partial \Psi_e(r, x, t)}{\partial t} = (\hat{T}_e + V_{ej} + V_{ee} + V_{jj} + V_{rez}) \Psi_e(r, x, t) \quad (5)$$

(u sistemu jedinica $m_e = \hbar = 1$), sa uključenim operatorima kinetičke energije elektronskog podsistema (\hat{T}_e) i svih kulanovskih interakcija elektrona i jezgara (elektroni-jezgra (V_{ej}), elektroni-elektroni (V_{ee}), i jezgra-jezgra (V_{jj})), dok fenomenološki uvedeni član (V_{rez}) predstavlja rezonantnu interakciju sa najverovatnijim izomernim formama.

Poznato je da egzaktno rešenje jednačine (5) ne postoji, a pošto nas interesuju transportni fenomeni uvode se sledeće aproksimacije: (i) elektron(vibron)-fonon interakcija je najznačajnija; (ii) elektron-elektron interakcija se zanemaruje; (iii) eksitacija se pojavljuje samo na n -tom čvoru Q1D-kristalne rešetke; (iv) verovatnoća eksitacije je povećana samo između najbližih suseda.

Sprezanje ovih eksitacija i kolektivnih oscilacija molekularnog lanca može rezultirati u migraciji dvogube CC veze duž konjugovanog lanca nezasićenih ugljovodonika, koji tako prolazi kroz odgovarajuće izomerne forme, tako da se lokalna deformacija manifestuje u promeni talasnih funkcija elektronskog podsistema.

Otuda je potpuno legitimno razdvojiti *hamiltonian elektron-jon kulanovskih interakcija* koji se odnosi na n -ti član i preostale:

$$V_{ej} \Psi_e(r, x, t) = \left(-\sum_{\substack{i\alpha \\ \alpha \neq n}} \frac{Ze^2}{r_{i\alpha}} - \sum_{in} \frac{Ze^2}{r_{in}} \right) \Psi_e(r, x, t) = (V_{ej}^{i\alpha} + V_{ej}^{in}) \Psi_e(r, x, t). \quad (6)$$

U skladu sa prethodnim pretpostavkama, pomeraj n -og čvora Q1D-atomske rešetke menjaće kulanovsku potencijalnu energiju elektrona lokalizovanih na tom čvoru, što se može predstaviti razvojem: $V_{ej}^{in} \cong V_{ej}^0 - \chi(u_{n+1} - u_{n-1}) = V_{ej}^0 - 2\chi R_0 du_n / dx$, gde je V_{ej}^0 konstantno a χ je elektron-fonon konstanta sprezanja; osim toga, ostatak kulanovske potencijalne energije ($V_{ej}^{i\alpha}$, V_{jj} , V_{ee}) ostaje približno konstantan, što je razumna aproksimacija ako je eksitacija lokalizovana samo na n -tom čvoru kristalne rešetke.

Takođe, ako su poznati najverovatniji izomerni prelazi nezasićenih ugljovodonika uz uslov $\Delta x = \pm R_0$, delovanje operatora rezonantne interakcije može se definisati u formi:

$$\hat{V}_{rez} \Psi_e(r, x, t) = -J(\Psi_e(r, x + R_0, t) + \Psi_e(r, x - R_0, t)) \quad (7)$$

gde je J energija rezonantne interakcije sa jednako verovatnim stanjima $\Psi_e(r, x \pm R_0)$, a negativni predznak se pojavljuje zbog energetskog balansa.

Kombinujući izraze (5–7) dobija se:

$$i \frac{\partial \Psi_e(r, x, t)}{\partial t} = (\varepsilon_0 + V - 2\chi R_0 \frac{du}{dx}) \Psi_e(r, x, t) - J(\Psi_e(r, x + R_0, t) + \Psi_e(r, x - R_0, t)) \quad (8)$$

gde je $\varepsilon_0 = -\sum_j \Delta_j / 2$ suma kinetičkih energija elektrona, a $V = (V_{ej}^0 + V_{ej}^{i\alpha}) + V_{jj} + V_{ee}$.

Dobijena jednačina (8) može se transformisati primenom *aproksimacije kontinuuma*:

$$\Psi_e(r, x \pm R_0, t) = \Psi_e(r, x, t) \pm R_0 \frac{d\Psi_e(r, x, t)}{dx} + \frac{R_0^2}{2} \frac{d^2\Psi_e(r, x, t)}{dx^2} + \dots \quad (9)$$

Konačno, izrazi (8), (9) i (4), zajedno sa formalno usvojenim Lagranžovim množiteljem u obliku $\lambda = 2\chi R_0$, rezultira u poznotiom zatvorenom sistemu Davidovljevih jednačina:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \Psi_e(r, x, t)}{\partial t} &= (\varepsilon_0 + V - 2J - JR_0^2 \frac{d^2}{dx^2} - 2\chi R_0 \frac{du}{dx}) \Psi_e(r, x, t), \\ \frac{d^2u}{dt^2} &= c^2 \frac{d^2u}{dx^2} + \frac{2\chi R_0}{M} \frac{d|\Psi_e(r, x, t)|^2}{dx}, \end{aligned} \quad (10)$$

koje opisuju *solitonske* nelinearne eksitacije.

U narednom zadatku biće razmotrena svojstva rešenja *Davidovljevih jednačina* (10) na primeru nezasićenih ugljovodoničnih polimera, bazirana na generalnoj klasifikaciji nelinearnih naelektrisanih autolokalizovanih eksitacija u Q1D-molekularnim sistemima (Ivić et al, 1989-99).

- 1.10 Razmotriti relevantnost i uslove polaronsko/solitonskih mehanizama transporta energije i nanelektrisanja u kaskadnim rezonantnim prelazima između bliskih intermedijarnih izomernih stanja u Q1D-polimernim lancima.

Rešenje:

Autolokalizovane eksitacije (*polaroni/solitoni*) pomenute u prethodnom zadatku, mogu biti teorijski mehanizam za direktivni transport energije i nanelektrisanja duž Q1D-molekularnog lanca, od potencijalnog značaja za kvantu biofiziku i kvantu bioinformatiku, nanobiologiju i nanotehnologiju. Polazna osnova teorijskog opisa ovih pojedinačnih eksitacija jeste *hamiltonijan eksitona* (generalno elektrona, vibrona, šupljine...) u molekularnom lancu u *reprezentaciji druge kvantizacije*:

$$H_e = \sum_n (\varepsilon_0 + V) \hat{a}_n^+ \hat{a}_n + \sum_{mn} J_{mn} \hat{a}_m^+ \hat{a}_n \quad (1)$$

gde su \hat{a}_n^+ i \hat{a}_n odgovarajući operatori kreacije i anihilacije eksitona na n -tom čvoru, J_{mn} je energija dipol-dipol sprezanja, ε_0 je energija eksitona, a V energija interakcije eksitona na n -tom čvoru sa susednim čvorovima. U cilju kompletног opisa sistema mora se u obzir uzeti i *hamiltonijan kinetičke i potencijalne energije lanca*:

$$H_r = \sum_n \left(\frac{\hat{p}_n^2}{2M} + \frac{k}{2} (\hat{u}_n - \hat{u}_{n-1})^2 \right). \quad (2)$$

U gornjem izrazu operatori impulsa \hat{p}_n i pomeraja \hat{u}_n molekula zadovoljavaju komutacionu relaciju $[\hat{u}_n, \hat{p}_n] = i\hbar\delta_{n,m}$, k je konstanta elastičnosti lanca, dok je M masa molekula. Ukoliko se iskoristi razvoj $V \cong V_0 + \chi(u_{n+1} - u_n)$, aproksimacija najbližih suseda $m = n \pm 1$, i poznate *formule za pomeraj i impuls u reprezentaciji druge kvantizacije*:

$$\begin{aligned} \hat{u}_n &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k \left(\frac{\hbar}{2M\omega_k} \right)^{\frac{1}{2}} (\hat{b}_q + \hat{b}_{-q}^+) e^{iqnR_0} \\ \hat{p}_n &= \frac{i}{\sqrt{N}} \sum_k \left(\frac{M\hbar\omega_k}{2} \right)^{\frac{1}{2}} (\hat{b}_{-q}^+ - \hat{b}_q) e^{iqnR_0} \end{aligned} \quad (3)$$

gde su \hat{b}_q^+ i \hat{b}_q odgovarajući operatori kreacije i anihilacije fonona frekvencije ω_q – to se *ukupni hamiltonijan* sistema $H = H_r + H_e$ svodi na poznati *Frelighov hamiltonijan* (1968):

$$\begin{aligned} H &= \Delta \sum_n \hat{a}_n^+ \hat{a}_n - J \sum_n \hat{a}_n^+ (\hat{a}_{n+1} + \hat{a}_{n-1}) + \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n,q} F_q e^{iqnR_0} \hat{a}_n^+ \hat{a}_n (\hat{b}_q + \hat{b}_{-q}^+) + \sum_q \hbar\omega_q \hat{b}_q^+ \hat{b}_q, \end{aligned} \quad (4)$$

U ovom izrazu veličina Δ opisuje energiju *eksitona*, J je energija dipol-dipol sprezanja najbližih suseda, $F_q = 2i\chi(\hbar/2M\omega_q)^{1/2} q R_0$ su parametri eksiton-fonon sprezanja, dok je R_0 konstanta Q1D-molekularne rešetke.

Matematička analiza gornjeg hamiltonijana u adijabatskoj aproksimaciji primenom *varijacionog metoda* (Davidov & Kisluka, 1973) daje *talasnu funkciju eksitonskog podsistema*:

$$\phi(x, t) = \sqrt{\mu/2} \exp[i(k_s(x - x_0) - \omega_s t)] / \cosh[\mu(x - x_0 - vt)/R_0] \quad (5)$$

gde je μ inverzna širina solitona, $k_s = \hbar v / 2JR_0^2$ je solitonski kvazi-impuls, a ω_s je irrelevantni fazni faktor. *Soliton*, kao nelinearna eksitacija propagira kroz polimerni lanac u formi entiteta kreiranog autolokalizovanim eksitonom i *deformacijom lanca* opisanom izrazom:

$$u(x, t) = u_0 \tanh[\mu(x - x_0 - vt) / R_0], \quad (6)$$

gde u_0 predstavlja solitonsku amplitudu (širinu), koja zavisi od jačine eksiton-fonon sprege χ , konstante elastičnosti lanca k , i solitonske brzine v . Autolokalizovani eksiton ‘vuče’ deformaciju lanca, dovodeći do povećane solitonske *efektivne mase* u poređenju sa eksitonskom: $m_s^* = m_{ex}^*(1 + 3\pi^2 S^2 / 2)$ (ovaj izraz važi za slučaj sprege eksitona sa longitudinalnim akustičnim fononima). Uslovi za stvaranje solitona su onda ispunjeni ako je njegovo energetsko stanje:

$$E_s = \Delta - E_B^2 / 3J + m_s^* v^2 / 2, \quad (7)$$

niže od energije slobodnog eksitona (Δ).

Pozitivno definitna *konstanta sprezanja*:

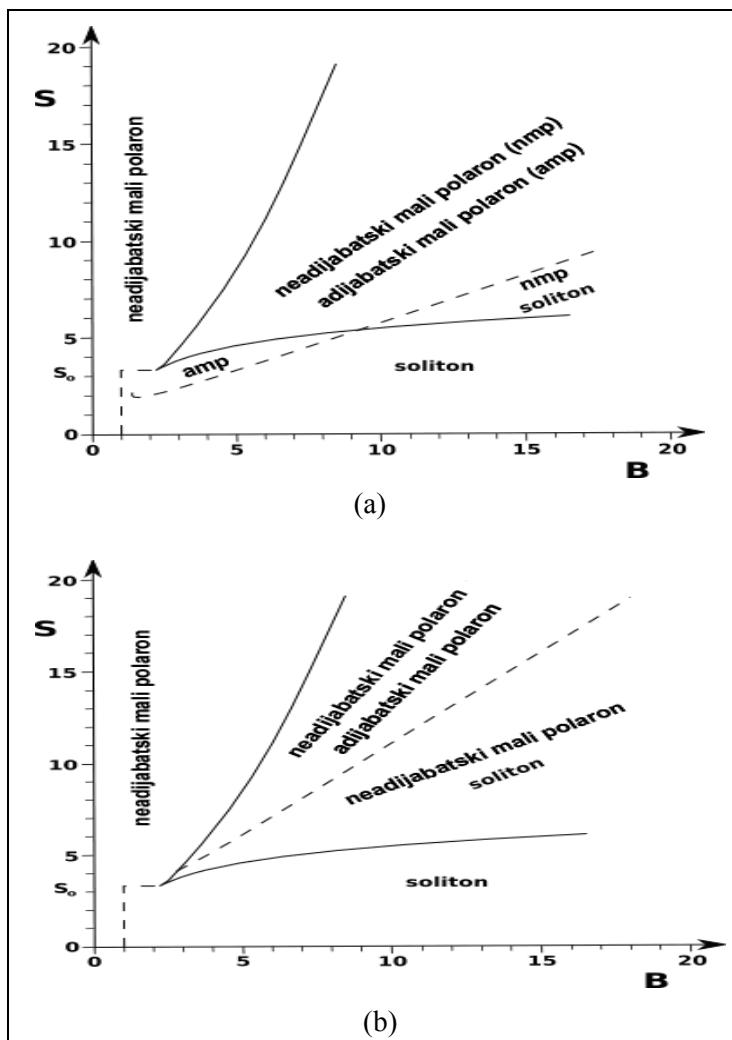
$$S \sim E_B / \hbar \omega_B \quad (8)$$

(sa vrednošću $S \gg 1$ za *adijabatski mali polaron* koncentrisan na samo jednom čvoru, ili sa $S < 1$ za *adijabatski veliki polaron – soliton* raširen na velikom broju čvorova rešetke; gde je $E_B = \sum_q |F_q|^2 / N\hbar\omega_q$ energija veze malog polarona) i *parametar adijabatičnosti*:

$$B \sim E_{ex} / \hbar \omega_B \quad (9)$$

(sa vrednošću $B \gg 1$ u *adijabatskom limitu*, kada energija eksitona $E_{ex} \sim 2J$ daleko prevazilazi maksimalnu energiju fonona $\hbar\omega_B$, ili drugim vrednostima u *neadijabatskom režimu*) definišu *parametarski prostor autolokalizovanih stanja* koji može voditi, ali ne u svim slučajevima, do stvaranja solitona. Zadovoljavajući opis *klasifikacije i egzistencije* autolokalizovanih stanja u parametarskom prostoru Q1D-molekularnih lanaca uspešno je rešen u radovima *Ivića i sar.* (1989-99), i prikazan grafički *faznim*

dijagramima na Sl. 1, za slučajeve sprezanja eksitona sa longitudinalnim akustičnim fononima (ADP-model, Sl. 1a) i sprezanja eksitona sa optičkim fononima (MCM-model, Sl. 1b). Na bazi ovih rezultata, moguće je ispitati relevantnost polaronsko/solitonskih mehanizama u fenomenima transporta energije i nanelektrisanja u raznim Q1D-materijalima: potrebno je samo izračunati njihove S i B parametre, i potom naći njihove tačke u parametarskom prostoru na Sl. 1.



SLIKA 1 Fazni dijagrami konstanta sprezanja (S) - parametar adijabatičnosti (B), Q1D eksiton-fonon sistema za spregu eksitona sa: (a) longitudinalnim akustičnim fononima (ADP-model), i (b) optičkim fononima (MCM-model).

Kao primer, razmotrićemo odgovarajuće vrednosti u parametarskom prostoru autolokalizovanih stanja za *lineарне конјуговане угљоводонике* (Keković et al, 2007a), čiji viši overtonovi skeletalnih vibracija u rezonantnim izomer-izomer prelazima unutar konjugovanih ugljovodoničnih lanaca su $\sim 1500 \text{ cm}^{-1}$, tj. Maksimalna energija fonona je $\hbar\omega_B \sim 0,15 \text{ eV}$. Onda, uzimajući u obzir da je energija interakcije za rezonantni transfer proporcionalna elektronskoj širini zone u dvogubim CC vezama, $J \sim E_e \geq (1,5 - 2) \text{ eV}$, dobija se za parameter adijabatičnosti $B \gg 1$. Takođe, razmotrićemo slučaj sporih polarona/solitona, tj. zanemarićemo njihovu zavisnost od brzine, što omogućava sledeće aproksimacije: $u_0 = \chi/k$, $E_B = \chi^2/k$ za slučaj sprege elektrona sa akustičkim fononima, tj. $u_0 = \mu\chi/k$, $E_B = \chi^2/2M\omega_B^2$, $\mu = E_B/2J$ za slučaj sprege elektrona sa optičkim fononima (χ je jačina elektron-fonon sprezanja, M je molekularna masa CH veze, ω_B je karakteristična frekvencija skeletalnih vibracija, E_B je energija veze malih polarona, a k je konstanta elastičnosti polimernog lanca). Konstanta sprezanja $S \sim E_B / \hbar\omega_B$ za izabrane vrednosti parametara ($\chi = 4,1 \text{ eV}/\text{\AA}$, $k = 21 \text{ eV}/\text{\AA}^2$) je $S \approx 5,33$ za slučaj sprezanja eksitona sa akustičkim fononima, tj. $S \gg 1$ za slučaj sprezanja eksitona sa optičkim fononima. S druge strane, širina polarona na bazi gornjih izraza je $u_0 = 0,19 \text{ \AA}$ za ADP-model, tj. $u_0 \approx (1,98 - 49) \text{ \AA}$ za MCM-model.

Onda, na bazi dijagrama u parametarskom prostoru autolokalizovanih stanja (v. Sl. 1), može se zaključiti da autolokalizovana stanja u linearnim konjugovanim ugljovodonicima imaju svojstva *adijabatskih velikih polarona – solitona*; dodatno, pošto je dužina CC veze približno $R_0 \sim 1,5 \text{ \AA}$, širina velikog polarona je nerealistična u slučaju sprezanja eksitona sa akustičkim fononima (ADP) – tako da je razumno pretpostaviti *sprezanje eksitona sa optičkim fononima* (MCM) tokom izomernih prelaza u ugljovodoničnim konjugovanim lancima, tj. *optički fononi* mogu imati glavnu ulogu u skeletalnim deformacijama lanca.

Ove procene u saglasnosti su sa teorijskim predviđanjima *solitona u trans-poliacetilenu*, i prisustva anomalne linije u njegovom infracrvenom spektru (Skot et al, 1981-1983; Raković et al, 1983; Gusoni et al, 1984) kao jedna od najubedljivijih činjenica o njihovoј egzistenciji. Naime, na bazi objašnjenja Skota i saradnika, nedostajuća intenzivnost ove infracrvene linije potiče od rasejavanja na solitonima, kroz sprezanje intramolekularne eksitatacije sa ravanskim C-H deformacionim vinilenskim fononskim modom. Pošto je u trans-poliacetilenu širina elektronske zone $0,64 \text{ eV}$ a maksimalna fononska energija je $0,06 \text{ eV}$ (odnosno $2,5 \text{ eV}$ i $1,6 \text{ eV}$ u polidiacetilenu) – za te vrednosti se dobija $B \geq 1$, što zadovoljava dva osnovna uslova (adijabatsku i kontinuum aproksimaciju) da *elektronska autolokalizacija* može dovesti do stvaranja *adijabatskih velikih polarona/solitona* u ovim dugačkim ugljovodoničnim konjugovanim polimerima.

Konačno, na bazi gornjih parametara takođe je moguće proceniti *solutonski radius* u opsegu 5–10 jediničnih dužina (dok efektivna *masa polarona* varira od ~ m_0 (elektronska masa) za trans-poliacetilen do ~ 100 m_0 za polidiacetilen).

Treba dodati i da *vibronska autolokalizacija* u dugačkom ugljovodoničnom konjugovanom trans-poliacetilenu može voditi do stvaranja *neadijabatskih malih polarona* (Aleksander, 1985).

1.11 Razmotriti model kvantne dekoherencije za konformacione prelaze (makro) molekula i biomolekularno prepoznavanje.

Rešenje:

Konformacija je jedna od najvažnijih karakteristika polimernih lanaca, a zbog konformaciono-zavisnih svojstava veoma važna i u razmatranju polimernih materijala (Plavšić, 1996). Metode izračunavanja konformaciono-zavisnih svojstava lanaca (Flori, 1953, 1969; Voljenkestein, 1959) opisuju konformaciona stanja polimera bazirana na mogućim rotacionim stanjima kovalentnih veza u lancu, ali ne opisuju prelaze iz jedne konformacije polimera u drugu. Prvi je *termodynamički* (stacionarni) a drugi *kinetički* (nestacionarni) aspekt problema.

Konformacione promene dugog savitljivog lanca, slučajnim rotacijama oko kovalentnih veza u lancu usled topotnih vibracija pod uticajem okruženja, smatrane su evidentno razumljivim, ali dovode do tzv. *Levintalovog paradoksa* (Levintal, 1968), koji semi-klasično predviđa nerazumno dugo vreme za realizaciju svih mogućih konformacija lanca (znatno duže od samog trajanja Kosmosa), dok neki eksperimenti jasno demonstriraju da se proteini sklupčavaju u svoju nativnu konformaciju za manje od nekoliko sekundi (Anfinsen, 1973) – što je jedno od najkrupnijih pitanja u biološkim naukama. Kasnije je pretpostavljeno da se konformacione promene proteina, zbog kompozicionih/hemijskih, topotnih, optičkih i drugih uticaja okruženja, ne odigravaju stohastički (npr. poput kretanja čestica gasa) – već se sklupčavanje u njihovu nativnu konformaciju, dubokog globalnog energetskog minimuma, odigrava kroz nekakav semi-klasični kanal niskoenergetske konformacije koje dovode do nje (Dil, 1985-1997). Na istoj liniji je potom pokazano da protein može da se obuči prepoznavanju nekoliko konformacija (sa gornjom granicom zavisnom od veličine 20-slovnog aminokiselinskog alfabeta kao $\ln 20 < 5$, nezavisno od dužine proteina) analogno asocijativnoj memoriji (Fink & Bol, 2001) – dopuštajući mogućnost da se neki proteini, poput priona, sklupčavaju u nezavisne stabilne konformacije (Prusiner, 1998), kao i nove mogućnosti za dizajniranje proteina i heteropolimera.

Problem uređenog niza putanja neki autori prevode u problem procene nekih dugo-dometnih interakcija odgovornih za usmeravanje procesa u datom trenutku (De Žen, 1979), ali i dalje ostaje pitanje o samoj fizičkoj prirodi dugo-dometne usmerenosti biomolekularnih procesa prepoznavanja, kao i o prirodi selektivnosti interakcija između prepoznavajućih biomolekula. Osim toga, *semi-klasična* kinetička (nestacionarna) predviđanja impliciraju neprekidnu mapirajuću/konformacionu promenu ($k_i \rightarrow k_f$) koja *zahteva* niz od n lokalnih *ne-komutirajućih* sukcesivnih elementarnih transformacija (lokalnih rotacija karakterističnog srednjeg vremena τ_o), sa vremenom neophodnim za neto-transformaciju mnogo dužim od srednjeg vremena potrebnog za lokalnu rotaciju ($\tau_n \sim n \cdot \tau_o \gg \tau_o$) i frekvencijom odgovarajućeg globalnog prelaza mnogo nižom od srednje frekvencije lokalne rotacije ($f_n \sim 1/n \cdot \tau_o \sim f_o/n \ll f_o$) – veoma zavisnom od stepena polimerizacije n (u jasnoj *protivurečnosti* sa eksperimentalno *opserviranim* slabo dimenziono zavisnim disperzionim zakonima unutrašnjih više ili manje delokalizovanih kvazičestičnih eksitacija bilo kog kondenzovanog kvantnog sistema: elektrona, optičkih fonona, konformona itd. (v. Raković, 1995/2000).

Nedavno je predložen *model kvantne dekoherencije* (Raković, Dugić *et al.*, 2004-6), za reprodukovanje i egzistencije i stabilnosti (stacionarnih) biomolekularnih protein/supstrat ključ-brava uklapajućih i neuklapajućih konformacija i kratka vremena kvantno-mehaničkih procesa koji rezultiraju efektivno u (nestacionarnim) konformacionim prelazima protein/supstrat pri biomolekularnom ključ-brava prepoznavanju, nagoveštavajući njihovu *makroskopsku kvantu nelokalnost* na nivou biološke *ćelije*. Treba istaći da predloženi model kvantne dekoherencije implicira karakteristična vremena i frekvencije slabo zavisne od dimenzija polimera, kao i *fazi-granicu* između kvantno-koherentnih (nestacionarnih) i semi-klasičnih (stacionarnih) manifestacija bilo kog makroskopskog sistema u kondenzovanom stanju.

Ispunjavanje uslova *egzistencije i stabilnosti konformacija u stacionarnom stanju* prvi je cilj, i direktna primena *teorije dekoherencije* dovoljna je u tom pogledu (v. Dod. D.1.20)! Međutim, naš problem se odnosi na *nestacionarne situacije* kada spoljašnje delovanje na sistem S (npr. kompoziciono, toplotno, optičko itd.) rezultuje u *izmeni konformacija*, što je predmet *modela kvantne dekoherencije polimernih konformacionih prelaza* (Raković, Dugić *et al.*, 2004-6). Specijalna karakteristika procesa dekoherencije jeste njegova tendencija da zamrzne dinamiku otvorenog kvantnog sistema, pošto se sistem jedanput nađe u preferencijalnom stanju; zato je naš dalji zadatak sledeći: da modeliramo spoljašnji uticaj na kompozitni sistem $S+E$ tako da prvo narušimo a potom ponovo uspostavimo efekat dekoherencije zbog interakcije \hat{H}_{int} . Otuda uvodimo sledeće *fizički i fenomenološki plauzibilne* pretpostavke: (i) spoljašnji uticaj je mnogo jači od interakcije \hat{H}_{int} , i (ii) posle spoljašnjeg delovanja, kompozitni sistem relaksira u stanje ravnoteže (stacionarno stanje) određeno modelnom interakcijom \hat{H}_{int} .

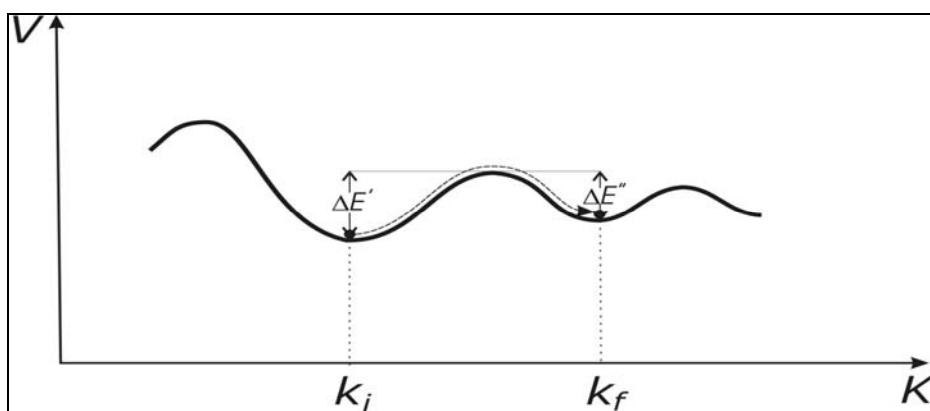
Onda je, *pre spoljašnjeg delovanja*, stacionarno stanje sistema S oblika statističkog operatora gustine $\hat{\rho}_K = \sum_i |c_i|^2 |k_i\rangle_K \langle k_i|$; *potonje jako spoljašnje delovanje* na kompozitni sistem $S+E$ tokom vremena T_{ext} (dovodeći, na primer, spoljašnju energiju $\Delta E'$ da se savlada barijera za izmenu konformacije makromolekula iz k_i u k_f u dvo-konformacionom primeru, Sl. 1) dovodi do sledeće nestacionarne transformacije stanja sistema S : $\hat{\rho}_K \rightarrow \hat{\rho}_K'$, tako da je *generalno* $[\hat{\rho}_K, \hat{\rho}_K'] \neq 0$; *posle spoljašnjeg delovanja*, kompozitni sistem $S+E'$ podvrgnut je nestacionarnom *relaksacionom procesu* trajanja T_{rel} (dovodeći, na primer, višak spoljašnje energije $\Delta E''$ radi ispunjenja zakona održanja energije u dvo-konformacionom makromolekularnom prelazu $k_i \rightarrow k_f$, Sl. 1) koji generalno dovodi do druge promene stanja sistema S : $\hat{\rho}_K' \rightarrow \hat{\rho}_K''$; završeni relaksacioni proces *ponovo uspostavlja* stacionarno stanje definisano interakcijom \hat{H}_{int} , koja – i to je poenta koju treba posebno istaći – garantuje egzistenciju i stabilnost konformacija; odnosno, konačno stanje sistema S je oblika $\hat{\rho}_K''' = \sum_i |c_i'''|^2 |k_i\rangle_K \langle k_i|$ – gde se prelaz $\hat{\rho}_K'' \rightarrow \hat{\rho}_K'''$ odnosi na efekat dekoherencije trajanja τ_D .

Poenta je razlika početnog $\hat{\rho}_K$ i konačnog $\hat{\rho}_K'''$: oba stanja odnose se na konformacije $|k_i\rangle_K$ garantujući njihovu egzistenciju i stabilnost, ali relativni broj (koncentracija) različitih konformacija – tj. “statističke težine” – jesu različite, $|c_i'''|^2 \neq |c_i|^2$; kao efekat, odigrala se *izmena konformacija*, bar na primeru makromolekula u rastvoru – što je upravo efekat za kojim smo tragali! Ukupno trajanje *nestacionarnog efekta* je $T = T_{ext} + T_{rel} + \tau_D$, ali pošto je očekivano $T_{ext} + T_{rel} \gg \tau_D$, vreme konformacionih izmena u našem modelu je reda $T \approx T_{ext} + T_{rel}$ – u očvidnoj suprotnosti sa semi-klasičnom procenom.

Konačno, primenimo našu interpretaciju biomolekularnih konformacionih prelaza na bazi kvantne teorije dekoherencije – na procese *biomolekularnog prepoznavanja*. U kontekstu potrebnih uslova za proces dekoherencije, treba istaći da je definisanje otvorenog kvantnog sistema i njegovog (komplementarnog) okruženja simultani proces – dajući takođe uslove za proces dekoherencije u kontekstu egzistencije *relativne granice* (Dugić, 1997): $|\text{otvoreni kvantni sistem}\rangle_S |\text{(komplementarno) okruženje}\rangle_E$.

Tako možemo redefinisati otvoreni kvantni sistem S da uključi ne samo biomolekularne proteine (enzime) već takođe i njihove biomolekularne supstrate, i njihovo novo (komplementarno) citoplazmatsko okruženje E – što onda može reprodukovati i

egzistenciju i stabilnost (stacionarnih) biomolekularnih enzim/supstrat(i) ključ-brava uklapajućih i neuklapajućih konformacija čelijskog enzim/supstrat(i) biomolekularnog otvorenog kvantnog sistema), i kratke vremenske skale za kvantnomehaničke procese koji efektivno rezultuju u odgovarajućim (nestacionarno) indukovanim konformacionim ključ-brava uklapajućim prelazima biomolekularnog prepoznavanja pod promenljivim spoljašnjim uticajem (kompozicionim/hemijskim, topotnim, optičkim ...) na čelijsko citoplazmatsko okruženje, nagoveštavajući njihovu makroskopsku kvantnu nelokalnost na nivou biološke *ćelije*.



SLIKA 1 Molekularna više-elektronska energija kao potencijalna energija za adijabatski raspregnut (vibracioni i) 1D-konformacioni izomerni sistem K . Lokalni minimumi su semi-klasične stabilne "pozicije" u K -prostoru. Međutim, veoma brzi konformacioni prelazi iz "inicijalne" u "finalnu" konformaciju ($k_i \rightarrow k_f$) ne mogu biti tretirani semi-klasično (niti Levintalovim "preferencijalnim putanjama" niti Dilovim energetskim preferentnim "kanalnim formama" konformacionog multidimenzionog K -prostora), već nužno u okvirima kvantne teorije dekoherenčije – što je čini se opšta karakteristika bilo kojih (kvantnih) eksitacija delokalizovanih kvazičestica kondenzovanog sistema (sa karakterističnim vremenima i frekvencijama, kao posledica, samo slabo zavisnim od dimenzija sistema u kondenzovanom stanju). Isto važi za veoma brze i dugo-dometno usmerene prelaze u konformacionom ključ-brava biomolekularnom prepoznavanju – verovatno kroz (visoko)energetski aktivirano enzim/supstrat (MRP) elektron-elektron kvantno-rezonantno sprezanje, posredovano i procesima (nisko)energetske k_i -anihilacije i k_f -kreacije konformonskih kvanata u dvo-konformacionim prelazima $k_i \rightarrow k_f$ (koji dovode do energetski-favorizovanog više-elektronskog enzim/supstrat energetskog-produbljivanja konačnog stanja ϕ_{kf} i energetskog upličavanja početnog stanja ϕ_{ki} na makroskopskom kvantnom nivou ćelije, tj. do dinamičke modifikacije više-elektronske hiperpovrši $E_e(\phi_k)$ čelijskog ansambalskog enzim/supstrat biomolekularnog makroskopskog kvantnog sistema, u punoj analogiji sa situacijom obučavanja Hopfieldovih asocijativnih neuronskih mreža (Raković et al, 2004-6).

Da generalizujemo, dinamička modifikacija (više-elektronske) hiperpovrši energija-stanje, $E_e(\phi_e)$, *ćelijskog kvantno-ansambalskog* enzimskog biomolekularnog makroskopskog otvorenog kvantnog sistema (preko promene operatora gustine stanja $\hat{\rho}_e(t)$), prirodna je posledica ovih elektronsko-konformacionih spregnutih procesa – što ukazuje na potencijalnu mogućnost razmatranja ćelijskog biomolekularnog prepoznavanja kao *Hopfieldove kvantno-holografske asocijativne neuronske mreže* (v. Sl. 5.22 u Od. 5.4.2 i Dod. D.1.22). Ovakav pristup podrazumeva *standardni ćelijski lokalni tretman kvantnog ansambla ne-interagujućih dinamički ne-s pregnutih N različivih biomolekularnih enzima* iste vrste (i njihovih korespondentnih biomolekularnih klasa supstrata).

Međutim, postoji i alternativna mogućnost *holističkog ćelijskog ne-lokalnog tretmana kvantnog sistema ne-interagujućih dinamički spregnutih N ne-različivih kvantnih biomolekularnih enzima* iste vrste (i njihovih korespondentnih biomolekularnih klasa supstrata). Tada se dinamička modifikacija više-elektronske hiperpovrši energija-stanje ćelijskog biomolekularnog enzimskog makroskopskog otvorenog kvantnog sistema (i analogno njihovih korespondentnih biomolekularnih klasa supstrata), može najbolje predstaviti u formalizmu *druge kvantizacije* (v. Dod. D.1.17), koji tretira sve *biomolekule iste atomske konfiguracije* kao *identične kvantne čestice* koje *zauzimaju različita izomerno-konformaciona stanja* (što automatski dovodi do *plauzibline kvantno-holističke* slike ćelije, a posebno do *fenomenološki opravdane kvantno-holografske sprege* hijerarhijskih nivoa ćelije, akupunktornog sistema/svesti i kolektivne svesti – sa značajnim psihosomatskim i kognitivnim bioinformacionim implikacijama, v. fusnotu 5 u Od. 1.7 kao i Od. 5.4, 6.3 i 7.3).

U formalizmu druge kvantizacije posmatra se ćelijsko N -čestično enzimsko kvantno stanje u kvantno-mehaničkom *okupacionom bazisu*, koji opisuje broj enzima koji zauzima svako od mogućih stanja (najčešće više njih što je karakteristika svih bozona, odnosno enzima celobrojnog spina sa parnim brojem kovalentno vezanih elektrona!), u kompletном skupu jednočestičnih-izomerno/konformacionih enzimskih stanja: $|n_0 n_1 n_2 \dots\rangle_e$, uz uslove $N = n_0 + n_1 + n_2 + \dots$ i $E_{S_e} = n_0 E_e^{(0)} + n_1 E_e^{(1)} + n_2 E_e^{(2)} + \dots$, gde je E_{S_e} više-elektronska energija ukupnog ćelijskog N -čestičnog-enzimskog kvantnog stanja, dok su $E_e^{(0)}$, $E_e^{(1)}$, $E_e^{(2)}$... više-elektronske energije odgovarajućih jednočestičnih-enzimskih kvantnih izomerno/konformacionih stanja 0, 1, 2, ... Energetska hiperpovrš takvog N -čestičnog izomerno/konformacionog kvantnog stanja ima šematski prikaz kao na Sl. 5.22, gde je unutrašnja površina svakog minimuma srazmerna parcijalnoj energiji ($n_i E_e^{(i)}$) i -tog jednočestičnog-biomolekularnog izomerno/konformacionog stanja kojeg zauzimaju n_i enzima iste konformacije ($i = 0, 1, 2, \dots$), tako da je ukupna energija (E_{S_e}) posmatranog ćelijskog N -čestičnog-enzimskog kvantnog stanja srazmerna sumi unutrašnjih površina svih minimuma na posmatranoj potencijalnoj hiperpovrši.

Treba dodati da uključivanje u razmatranje i vibracionih stepeni slobode (fonona) svakog od izomerno/konformacionih stanja, zahteva njihovo posmatranje u kvantno-mehaničkom bazisu koji opisuje broj fonona koji zauzima svako stanje u kompletном skupu jednočestičnih fononskih stanja svih enzimskih izomera/konformacija: $|n_1^{(0)} n_2^{(0)} \dots n_{3N_i-6}^{(0)} n_1^{(1)} n_2^{(1)} \dots n_{3N_i-6}^{(1)} n_1^{(2)} n_2^{(2)} \dots n_{3N_i-6}^{(2)} \rangle_v$, gde svaki enzim sastavljen od

N_i atoma ima u opštem slučaju $3N_i-6$ vibracionih stepeni slobode (tipova fonona), od kojih svako fononsko stanje može zauzimati neograničen broj fonona (što je karakteristika svih bozona, odnosno čestica celobrojnog spina). Istaknimo da energetska hiperpovrš takvog multi-dimenzionog fononskog kvantnog stanja ima takođe šematski prikaz kao na Sl. 5.22, sa potencijalno neograničenim brojem fonona u svakom od jednočestičnih fononskih stanja. Ova energetska hiperpovrš više-fononskog kvantnog stanja može takođe uključiti nisko-energetske dugo-dometne mikrotalasne Frelihove eksitacije (stvorene kao rezultat interakcije elektronskih i fononskih izomernih podsistema (Frelih, 1968) – od posebnog značaja u mikrotalasnoj rezonantnoj terapiji (MRT) dinamičke modifikacije EM multi-fononskog (i povezanog više-elektronskog) akupunktturnog makroskopskog kvantnog podsistema!).

Tako, na primer, pri posmatranim dvo-konformacionim prelazima $\phi_e^{(i)} \rightarrow \phi_e^{(f)}$ dolazi do *dinamičke modifikacije i više-elektronske hiperpovrši $E_e(\phi_e)$ i EM više-fononske hiperpovrši $E_v(\phi_v)$ čelijskog N -čestičnog enzimskog makroskopskog kvantnog sistema* – obe u punoj analogiji sa situacijom obučavanja u Hopfieldovom asocijativnim neuronskim mrežama.

Dakle, u kvantno-holografskoj slici bi na čelijskom nivou N -čestičnog *enzimskog makroskopskog kvantnog sistema* praktično postojala *dva (interagujuća) čelijska enzimska makroskopska kvantna podsistema – jedan sa modifikacijom više-elektronske enzimske hiperpovrši $E_e(\phi_e)$ i drugi sa modifikacijom EM više-fononske enzimske hiperpovrši $E_v(\phi_v)$* – opisana hamiltonijanom

$$\hat{H} = \hat{H}_{is}^{(0)} + \hat{H}_{ph}^{(0)} + \hat{H}_{int}^{is-E} + \hat{H}_{int}^{ph-E} + \hat{H}_{int}^{is-ph} = \sum_i E_{is}^{(i)} a_i^+ a_i + \sum_i \sum_{j=1}^{3N-6} E_{ph}^{(i,j)} b_{i,j}^+ b_{i,j} \\ + H_{int}^{is-E} + H_{int}^{ph-E} + \hat{H}_{int}^{is-ph},$$

u kojem su a_i^+, a_i operatori kreacije i anihilacije različitih izomerno/konformacionih enzimskih stanja, $b_{i,j}^+, b_{i,j}$ operatori kreacije i anihilacije različitih fononskih stanja u odgovarajućim izomerno/konformacionim enzimskim stanjima, \hat{H}_{int}^{is-E} je modelni interakcioni hamiltonijan različitih izomerno/konformacionih enzimskih stanja sa okruženjem, \hat{H}_{int}^{ph-E} je modelni interakcioni hamiltonijan fonona različitih

izomerno/konformacionih enzimskih stanja sa okruženjem, a $\hat{H}_{\text{int}}^{\text{is-ph}}$ je modelni interakcioni hamiltonijan različitih izomerno/konformacionih enzimskih stanja sa fonomima.

1.12 Koje Milerove ravni (hkl) prostornocentrirane kubične kristalne rešetke ne daju refleksije na rentgenogramu?

Rešenje:

Prostornocentrirana kubična kristalna rešetka može se posmatrati kao složena kubična rešetka sa monoatomskim bazisom od 2 atoma sa koordinatama $(0,0,0)$ i $(1/2,1/2,1/2)$, mereno u parametrima kristalne rešetke a . Predstavljajući vektore položaja bazisnih atoma u obliku

$$\mathbf{d}_i = u_i \mathbf{a}_1 + v_i \mathbf{a}_2 + w_i \mathbf{a}_3, \quad (i = 1, 2), \quad (1)$$

a vektor translacije u recipročnom prostoru kao

$$\mathbf{K} = h \mathbf{A}_1 + k \mathbf{A}_2 + l \mathbf{A}_3, \quad (2)$$

izraz za tzv. strukturnu amplitudu dobija oblik

$$S_{K_{hkl}} = f_0 \sum_{i=1}^2 e^{i K d_i} = f_0 \sum_{i=1}^2 e^{i 2\pi (h u_i + k v_i + l w_i)}, \quad (3)$$

gde je korišćena relacija ortogonalnosti između primitivnih vektora direktne (Braveove) i recipročne rešetke (imajući u vidu izraz (9) u Zad. 1.13):

$$\mathbf{A}_i \mathbf{a}_j = 2\pi \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (4)$$

Zamenom koordinata dvaju atoma u bazisu, dobija se

$$S_{K_{hkl}} = f_0 [1 + e^{i\pi(h+k+l)}] = f_0 \{1 + \cos \pi(h+k+l) + i \sin \pi(h+k+l)\} \quad (5)$$

Pošto je $h+k+l$ uvek ceo broj, to je $\sin[\pi(h+k+l)] = 0$, pa će strukturna amplituda biti nula kada je

$$\cos[\pi(h+k+l)] = -1, \quad (6)$$

a to važi pri

$$h+k+l = 2n+1, \quad (n - \text{ceo broj}). \quad (7)$$

1.13 Izvesti izraz za primitivne vektore recipročne rešetke, ako su poznati odgovarajući vektori direktne (Braveove) rešetke.

Rešenje:

Ako se svaki čvor Braveove rešetke može dosegnuti pomoću vektora translacije

$$\mathbf{R} = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 + n_3 \mathbf{a}_3 = \sum_{i=1}^3 n_i \mathbf{a}_i \quad (n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1)$$

onda se $\mathbf{a}_i (i = 1, 2, 3)$ nazivaju *primitivnim* vektorima direktne rešetke. Ovi vektori definišu *primitivnu čeliju* kristalne rešetke (direktnog prostora), pridruženu samo *jednom* čvoru rešetke. Ceo prostor ispunjen rešetkom može se reproducovati beskonačnim ponavljanjem primitivnih čelija, čija je zapremina $V_0 = \mathbf{a}_1 (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3) = [\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3]$.

Translaciona simetrija rešetke nameće *periodičan* vid mnogim fizičkim veličinama koje opisuju kristalnu strukturu. Jedna od takvih veličina je potencijalna energija kristalne rešetke:

$$V(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r} + \mathbf{R}) \quad (\text{za } \forall \mathbf{R}), \quad (2)$$

gde je \mathbf{R} dato izrazom (1). Razvojem u Furijeov red:

$$V(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = \sum_K V_K e^{i\mathbf{K}(\mathbf{r} + \mathbf{R})} \quad (\text{za } \forall \mathbf{R}), \quad (3)$$

uz korišćenje uslova (2), dobija se da vektori \mathbf{K} moraju zadovoljiti jednačinu (za $\forall \mathbf{K}$) $e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} = 1$, odnosno

$$\mathbf{K}\mathbf{R} = \sum_{i=1}^3 n_i \mathbf{K}\mathbf{a}_i = 2\pi m \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

za sve celobrojne vrednosti n_1, n_2 i n_3 . Ovo je jedino moguće samo kada je

$$\mathbf{K}\mathbf{a}_i = 2\pi m_i \quad (i = 1, 2, 3; m_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (4)$$

Jednačina (4), koja se svodi na tri skalarne jednačine, potpuno određuje vektore \mathbf{K} .

Predstavimo vektor \mathbf{K} razlaganjem po tri nekomplanarna vektora $\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2$, normalna na odgovarajuće primitivne vektore $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$:

$$\mathbf{K} = \alpha_1 (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3) + \alpha_2 (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1) + \alpha_3 (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2) \quad (5)$$

Skalarno množenje jednačine (5) primitivnim vektorima \mathbf{a}_i ($i = 1, 2, 3$) daje

$$\mathbf{K}\mathbf{a}_i = \alpha_i [\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3] = 2\pi m_i \quad (6)$$

gde je korišćena osobina mešovitog proizvoda:

$$\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3) = \mathbf{a}_2 \cdot (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1) = \mathbf{a}_3 \cdot (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2) \equiv [\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3],$$

kao i jednačina (4). Iz jednačine (6) dobijaju se koeficijenti α_i :

$$\alpha_i = \frac{2\pi}{[\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3]} m_i \quad (i = 1, 2, 3), \quad (7)$$

pa izraz za vektor \mathbf{K} postaje

$$\mathbf{K} = m_1 \mathbf{A}_1 + m_2 \mathbf{A}_2 + m_3 \mathbf{A}_3 = \sum_{i=1}^3 m_i \mathbf{A}_i \quad (m_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (8)$$

gde su uvedeni novi vektori \mathbf{A}_i ($i = 1, 2, 3$):

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{[\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3]} = \frac{2\pi}{V_0} \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{A}_2 &= 2\pi \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{[\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3]} = \frac{2\pi}{V_0} \mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{A}_3 &= 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{[\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3]} = \frac{2\pi}{V_0} \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2 . \end{aligned} \quad (9)$$

Vektori \mathbf{A} i \mathbf{K} predstavljaju recipročnu dužinu [I^1] pa se vektori \mathbf{A}_i ($i = 1, 2, 3$) definišu kao primitivni vektori u novom, *recipročnom* prostoru, u kome vektor \mathbf{K} predstavlja *vektor translacije* (v. izraz (8)), koji doseže svaki čvor recipročne rešetke. Paralelepiped formiran na vektorima \mathbf{A}_i ($i = 1, 2, 3$) naziva se *primitivnom celijom recipročne rešetke*.

1.14 Pokazati da primitivna celija u recipročnom prostoru određuje tzv. prvu Briluenovu zonu.

Rešenje:

Talasna funkcija elektrona u kristalnoj rešetki ima oblik Blohovih funkcija,

$$\Psi_k(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} u_k(\mathbf{r}), \quad (1)$$

gde je $u_k(\mathbf{r})$ periodična funkcija s periodom rešetke:

$$u_k(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r} + \mathbf{R}), \quad (2)$$

odakle sledi da je elektronska gustina $|\Psi_k(\mathbf{r})|^2 = |\Psi_k(\mathbf{r} + \mathbf{R})|^2$ periodična funkcija u kristalu. Jednačina (1) pokazuje da je talasna funkcija elektrona koji se kreće u periodičnom električnom polju kristala *modulisani ravanski talas*. Vektor \mathbf{k} naziva se *kvazitalasnim vektorom*, jer je *nejednoznačno* određen. Naime, kombinujući jednačine (1) i (2) dobija se:

$$\Psi_k(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}} \Psi_k(\mathbf{r}), \quad (3)$$

pa ako se izvrši smena $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k} + \mathbf{K}$, gde je \mathbf{K} vektor translacije recipročne rešetke (jednačina (8) u prethodnom zadatku), vidi se da talasna funkcija elektrona (jednačina (3)) ostaje neizmenjena (pošto je $e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} = 1$, iz uslova periodičnosti kristala). To znači da su *fizički neekvivalentne vrednosti kvazitalasnog vektora* određene *unutrašnjošću primitivne čelije recipročne rešetke*:

$$\mathbf{k} = q_1 \mathbf{A}_1 + q_2 \mathbf{A}_2 + q_3 \mathbf{A}_3 \quad (0 \leq q_i \leq 1, \quad i = 1, 2, 3), \quad (4)$$

dok su sve ostale tačke $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k} + \mathbf{K}$ recipročnog prostora fizički ekvivalentne. Pošto *prva Briulenova zona obuhvata samo vrhove fizički neekvivalentnih vrednosti talasnog vektora \mathbf{k}* , vidi se da je ona određena primitivnom čelijom u recipročnom prostoru.

U *jednodimenzionom* slučaju primitivni vektor recipročne rešetke je intenziteta $|\mathbf{A}| = 2\pi/a$ (a - period jednodimenzione rešetke), pa su stanja elektrona sa vrednostima talasnog broja k i $k' = k + n \cdot (2\pi/a)$ ($n=0,\pm 1,\pm 2,\dots$), fizički nerazličiva. To omogućava da se sve Briulenove zone (različitog $|n|$) svedu na prvu zonu: $-\pi/a \leq k \leq \pi/a$.

1.11 DOPUNSKA LITERATURA

1. M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika, Tom I Molekularnaya biofizika* (Nauka, Moskva, 1975); M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika* (Nauka, Moskva, 1981), Gl. 1-8; M. V. Vol'kenshtein, *Configurational Statistics of Polymer Chains* (Interscience-Wiley, New York, 1963), transl. from Russian ed. (1959); P. J. Flory, *Principles of Polymer Chemistry*, Cornell University Press, New York (1953); P. J. Flory, *Statistical Mechanics of Chain Molecules* (Interscience-Wiley, New York, 1969); P. de Gennes, *Scaling Concepts in Polymer Physics* (Cornel Univ. Press, Ithaca, 1979); M. Plavšić, *Polimerni materijali - nauka i inženjerstvo* (Naučna knjiga, Beograd, 1996); osnovna literatura iz nauke (bio)polimera.
2. D. Raković, *Osnovi biofizike* (Grosknjiga, Beograd, 1994; 1995), Gl. 1; D. Raković, D. Uskoković (eds.), *Biomaterijali* (Institut tehničkih nauka SANU & MRS Srbije, Beograd, 2008), Gl. 2, 10, 11, 19; D. Raković, *Fizičke osnove i karakteristike elektrotehničkih materijala* (Elektrotehnički fakultet/Akadembska misao, Beograd, 1995/1997; 2000), Gl. 5; D. Raković, S. Krstić, Lj. Turković, *Savremeni materijali i tehnologije* (Grosknjiga, Beograd, 1997); D. Raković, Pregled osnovnih metoda i tehnika karakterizacije fizičkih svojstava fulerena, *Fullerenes & Nanotubes Rev.* 1(2-3) (1997) 53-69; D. Raković, R. Kostić, M. Grujić, Novi kvazi-jednodimenzionalni elektronski materijali: provodni polimeri i ugljenične nanotube, *Zbornik Yu-Polimeri* 2002, Čačak; (ko)autorske knjige i pregledni radovi iz fizičkih osnova i karakteristika (bio)materijala na srpskom jeziku.
3. J. D. Watson, *Molecular Biology of the Gene* (Benjamin, New York, 1970); prevedeno i kod nas; F. H. Crick, The genetic code yesterday, today and tomorrow, *Cold Spring Harbor Symposia on Quantitative Biology* Vol. 31 (1966) 3-9; osnovna literatura iz genetskog koda.
4. M. M. Rakočević, The genetic code as a Golden mean determined system, *Biosystems* 46 (1998) 283-291; M.M. Rakočević, A harmonic structure of the genetic code, *J. Theor. Biol.* 229 (2004) 221-234; M. M. Rakočević, *Logic of the Genetic Code* (Naučna knjiga, Beograd, 1994); M. M. Rakočević, *Genetic Code as a Unique System* (Studentski kulturni centar, Niš, 1997); M. M. Rakočević, *Njegošev iskonski logos*, I & II tom (Interpres, Beograd, 2000 & 2003); Đ. Koruga, Informaciona fizika: u potrazi za naučnim osnovama svesti, u knjizi: D. Raković, Đ. Koruga (eds.), *Svest: naučni izazov 21. veka* (ECPD & Čigoja, Beograd, 1996); Đ. Koruga, Informaciona fizika i svest, u knjizi: V. Jerotić, Dj. Koruga, D. Raković (eds.), *Nauka – Religija - Društvo* (Bogoslovski fakultet SPC & Ministarstvo vera Vlade Republike Srbije, Beograd, 2002); literatura iz genetskog koda razmotrenog kao deo fraktalnog koda Prirode.

5. *European Technology Platform on NanoMedicine – Nanotechnology for Health*, European Commission, Luxembourg, 2005, <http://www.cordis.lu/nanotechnology/nanomedicine.htm>; prikaz evropske platforme razvoja nanomedicine do 2020. godine.
6. C. R. Cantor, P. R. Schimmel, *Biophysical Chemistry* (Freeman, San Francisco, 1980), Parts 1-3; R. Jenkins, *An Introduction to X-Ray Spectrometry* (Heyden, London, 1974); R. McWeeny, B. T. Pickup, Quantum theory of molecular structure, *Rep. Prog. Phys.* 43 (1980) 1065-1144; U. Kozmidis-Luburić, B. Tošić, *Optička pobuđenja u materijalnim sredinama* (Univerzitet u Novom Sadu, 2000); T. Dramićanin, *Komparativna analiza optičkih svojstava zdravog i malignog tkiva luminescentnim spektroskopskim tehnikama*, Doktorska disertacija (Biološki fakultet, Beograd, 2006); C. Slichter, *Principles of Magnetic Resonance* (Harper & Row, New York, 1963); J. Simić-Krstić, *Nanoskopija u biologiji* (Teos, Beograd, 2005); Dj. Koruga, S. Hameroff, J. Withers, R. Loutfy, M. Sundaresan, *Fullerene C₆₀: History, Physics, Nanobiology, Nanotechnology* (North-Holland, Amsterdam, 1993); literatura iz karakterizacije molekularnih i nadmolekularnih (bio)struktura.
7. L. A. Gribov, *Ot teorii spektrov k teorii himicheskikh prevrashchenii* (URSS, Moskva, 2001); L. A. Gribov, S. P. Mushtakova, *Kvantovaya himiya* (Gardariki, Moskva, 1999); L. A. Gribov, *Teoriya infrakrasnih spektrov polimerov* (Nauka, Moskva, 1977); L. A. Gribov, *Vvedenie v molekulyarnyyu spektroskopiyu* (Nauka, Moskva, 1976); M. V. Vol'kenshtein, L. A. Gribov, M. A. El'yashevich, B. I. Stepanov, *Kolebaniya molekul* (Nauka, Moskva, 1972); L. A. Gribov, W. J. Orville-Thomas, *Theory and Method of Calculation of Molecular Spectra* (Wiley, New York, 1988); literatura iz kvantne hemije i spektroskopije makromolekula, kao i teorije neradijativnih kvantno-rezonantnih strukturnih prelaza (bio)polimera.
8. I. Cosic, *The Resonant Recognition Model of Macromolecular Bioactivity: Theory and Applications* (Birkhauser Verlag, Basel, 1997); V. Veljkovic, *A Theoretical Approach to Preselection of Carcenogens and Chemical Carcenogenesis* (Gordon & Breach, New York, 1980); I. Cosic, Macromolecular bioactivity: Is it resonant interaction between macromolecules? – Theory and applications, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 41(12) (1994) 1101-1114; E. Pirogova, M. Akay, I. Cosic, Investigation of the structural and functional relationships of oncogene proteins, *Proc. IEEE* 90(12) (2002) 1859-1867; I. Veljkovic, M. Slavic, General model of pseudopotentials, *Phys. Rev. Lett.* 29 (1972) 105-108; literatura iz RRM modela rezonantnog molekularnog prepoznavanja.
9. B.-B. Levinthal, Are there pathways for protein folding? *J. Chem. Phys.* 65 (1968) 44-45; C. B. Anfinsen, Principles that govern the folding of protein chains, *Science* 181 (1973) 223-230; K. A. Dill, Polymer principles and protein folding, *Protein Sci.* 8 (1999) 1166-1180; S. B. Prusiner, Prions, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 95 (1998) 13363-13383; T.-M. Fink, R.-C. Ball, How many

- conformations can a protein remember?, *Phys. Rev. Lett.* 87(19) (2001) 198103; odabrana literatura vezana za probleme strukturnih (bio)polimernih prelaza.
10. D. Raković, M. Dugić, M. Plavšić, The polymer conformational transitions: A quantum decoherence approach, *Mater. Sci. Forum* 453-454 (2004) 521-528; M. Dugić, D. Raković, M. Plavšić, The polymer conformational stability and transitions: A quantum decoherence theory approach, in A. Spasić, J-P. Hsu (eds.), *Finely Dispersed Particles: Micro-, Nano-, and Atto-Engineering*, (CRC Press, New York, 2005), Ch. 9; D. Raković, M. Dugić, M. Plavšić, Biopolymer chain folding and biomolecular recognition: A quantum decoherence theory approach, *Mater. Sci. Forum* 494 (2005) 513-518; D. Raković, M. Dugić, M. Plavšić, G. Keković, I. Čosić, D. Davidović, Quantum decoherence and quantum-holographic information processes: From biomolecules to biosystems, *Mater. Sci. Forum* 518 (2006) 485-490; D. Raković, D. Djordjević, Ionic channels, in M. Akay (ed-in-chief), *Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering* (John Wiley & Sons, New York, 2006); (ko)autorski radovi iz kvantne teorije konformacionih prelaza (bio)molekula i (bio)molekularnog prepoznavanja, tretiranoj kao lokalni i nelokalni ćelijski fenomen.
 11. M. Dugić, *Doprinos zasnivanju teorije dekoherencije u nerelativističkoj kvantnoj mehanici*, Doktorska disertacija (Prirodnomatematicki fakultet, Kragujevac, 1997); M. Dugić, *Dekoherencija u klasičnom limitu kvantne mehanike*, SFIN XVII(2) (Institut za fiziku, Beograd, 2004); D. Giulini, E. Joos, C. Kiefer, J. Kupsch, I.-O. Stamatescu, H. D. Zeh, *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory* (Springer, Berlin, 1996); odabrana literatura iz kvantne teorije dekoherencije, prelaza iz kvantne u klasičnu realnost.
 12. M. Peruš, *All in One, One in All (Brain and Mind in Analysis and Synthesis)* (DZS, Ljubljana, 1995), na slovenačkom; M. Peruš, Neuro-quantum parallelism in mind-brain and computers, *Informatica* 20 (1996) 173-183; M. Peruš, S. K. Dey, Quantum systems can realize content-addressable associative memory, *Appl. Math. Lett.* 13 (2000) 31-36; M. Peruš, Multilevel synergetic computation in brain, *Nonlinear Phenomena in Complex Systems* 4 (2001) 157-193; prikaz (kvantno)holografskih neuronskih mreža za modeliranje biološkog hijerarhijskog procesiranja informacija.
 13. G. Keković, D. Raković, M. Satarić, Dj. Koruga, A kink-soliton model of charge transport through microtubular cytoskeleton, *Mater. Sci. Forum* 494 (2005) 507-512; G. Keković, D. Raković, D. Davidović, Relevance of polaron/soliton-like transport mechanisms in cascade resonant isomeric transitions of Q1D-molecular chains, *Mater. Sci. Forum* 555 (2007) 119-124; G. Keković, D. Raković, D. Davidović, A new look at the structural polymer transitions: ‘Bridging the quantum gap’ through non-radiative processes, *YUCOMAT'07*, Herceg Novi, Montenegro, 2007; G. Keković, *Nelinearne eksitacije strukturnih prelaza polimera*, Doktorska disertacija

(Elektrotehnički fakultet, Beograd, 2008); (ko)autorski radovi iz kaskadnih strukturnih prelaza (bio) polimera kroz solitonsko/polaronski transport energije i nanelektrisanja.

14. H. Frohlich, Long-range coherence and energy storage in biological system, *Int. J. Quantum Chem.* 2 (1968) 641; H. Frohlich, Theoretical physics and biology, in H. Frohlich (ed.), *Biological Coherence and Response to External Stimuli* (Springer, New York, 1991); prikaz Frelihovog modela dugodometne kvantno-rezonantne koherencije u biomolekularnim i ćelijskim strukturama.
15. W. P. Su, J. R. Schrieffer, A. J. Heeger, Soliton excitations in polyacetylene, *Phys. Rev. B* 22 (1980) 2099-2111; A. C. Scott, The laser Raman spectrum of a Davydov soliton, *Phys. Lett. A* 86 (1981) 60-62; A. C. Scott, The vibrational structure of Davydov solitons, *Phys. Scripta* 25 (1982) 651-658; A. C. Scott, Dynamics of Davydov solitons, *Phys. Rev. A* 26 (1982) 578-596; G. Careri, U. Buonotempo, F. Carta, E. Gratton, A. C. Scott, Infrared absorption in acetanilide by solitons, *Phys. Rev. Lett.* 51 (1983) 304-307; D. Raković, I. Božović, S. A. Stepanyan, L. A. Gribov, A theoretical study of the infrared absorption in trans-(CH)_x and trans-(CD)_x, *Phys. Rev. B* 28 (1983) 1997-2000; M. Gussoni, C. Castiglioni, G. Zerbi, Physical meaning of electrooptical parameters derived from infrared intensities, *J. Phys. Chem.* 88 (1984) 600-604; D. M. Alexander, Analog of small Holstein polaron in hydrogen-bonded amide systems, *Phys. Rev. Lett.* 54 (1985) 138-141; odabrani radovi iz solitonskih eksitacija u (bio)polimerima.
16. V. Voeikov, Fundamental role of water in bioenergetics, in I. Kononenko (ed), *Proc. Measur. Energy Fields*, Kamnik, Tunjice, 2007, i tamošnje reference; M. Chaplin, Water structure and science (2007), <http://www.lsbu.ac.uk/water/index2.html>; B. Hall, A. P. Minton, Macromolecular crowding, qualitative and semiquantitative successes, quantitative challenges, *BBA-Proteins Proteomics* 1649 (2003) 127-139; G. N. Ling, A new theoretical foundation for the polarized-oriented multilayer theory of cell water and for inanimate systems demonstrating long-range dynamic structuring of water molecules, *Physiol. Chem. Phys. & Med. NMR* 35 (2003) 91-130; J- M. Zheng, G. H. Pollack, Long-range forces extending from polymer-gel surfaces, *Phys. Rev. E* 68 (2003), 31408-31411; G. H. Pollack, *Cells, Gels and The Engines of Life: A New, Unifying Approach to Cell Function* (Ebner & Sons, Seattle, 2001); odabrana literatura na temu fizičko-hemijskih svojstava hipotetičke ćelijske i tkivne 'interfacijalne vode'.

Glava 2 NERAVNOTEŽNA TERMODINAMIKA BIOLOŠKIH SISTEMA

Organizam predstavlja svojevrsnu biohemiju mašinu, koja funkcioniše zahvaljujući direktnim i povratnim molekularnim vezama: *molekularna signalizacija* služi za predaju *informacija*. Otuda je *Biofizika* neizbežno povezana sa *Teorijom informacija*, sa kojom je, opet, nerazdvojno povezana *Termodinamika!* Kako se pokazuje, (v. Dod. D.2.1) informacija (I) i entropija (S) mere se na istom nivou recepcije, zbog čega važi *Zakon održanja*

$$I + S = \text{const},$$

što znači da je *entropija mera nedostatka informacije* u sistemu! To je i logično, s obzirom da se sa povećanjem entropije povećava degradacija sistema, odnosno smanjuje organizacija sistema i informacija koju ta organizacija nosi.

U *ravnotežnoj termodinamici* zatvorenih sistema entropija teži maksimumu ($S \rightarrow S_{\max}$, saglasno *Drugom zakonu termodinamike*), čime informacija teži minimumu ($I \rightarrow I_{\min}$). U otvorenim **biološkim sistemima**, koji sa okolinom neprekidno razmenjuju masu i energiju, tendencija je *suprotna* – što znači da su oni **neravnotežni**, pa je potrebno razmotriti *neravnotežnu termodinamiku* bioloških sistema i procesa!

Otuda, *generalni biofizički tretman* bioloških sistema mora biti zasnovan na **neravnotežnoj termodinamici**, koja omogućava definisanje *kriterijuma stabilnosti* biofizičkih sistema! Ipak, treba dodati da je za kompletan *specifični biofizički tretman* bioloških sistema neophodno *dodatno* formiranje *dinamičkih modela* (v. Gl. 3–7).

2.1 NERAVNOTEŽNI PROCESI

U **neravnotežnom sistemu** sve njegove *karakteristike*, uključujući entropiju, zavise od vremena:

$$S = -k \sum_j p_j(t) \ln p_j(t), \quad (2.1)$$

gde su p_j - verovatnoće nalaženja sistema u stanjima sa energijom E_j , a k - Boltzmanova konstanta (v. Dod. D.2.1).

Pri kontaktu *dva podsistema*, koji recimo imaju *različite temperature* T' i T'' , među njima dolazi do prenosa energije iz jednog podsistema ($E' = \sum_j p'_j E'_j$) u drugi ($E'' = \sum_j p''_j E''_j$), pri čemu je ukupna energija konstantna ($E = E' + E''$). Pri tome je $\sum_j p'_j = 1$ i $\sum_j p''_j = 1$, i entropija je (kao i energija) aditivna

$$S' + S'' = S. \quad (2.2)$$

Promena entropije sistema, pri prenosu energije iz jednog podsistema u drugi i preraspodeli verovatnoća $p_j(t)$ i $p'_j(t)$, jednaka je

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial E'} \frac{dE'}{dt} = \left(\frac{\partial S}{\partial E'} + \frac{\partial S}{\partial (E - E'')} \right) \frac{dE'}{dt} = \left(\frac{\partial S}{\partial E'} - \frac{\partial S}{\partial E''} \right) \frac{dE'}{dt} = \left(\frac{1}{T'} - \frac{1}{T''} \right) \frac{dE'}{dt} \quad (2.3)$$

gde je u poslednjem koraku korišćena relacija (D.2.11 iz Dodatka D.2). *Izmena entropije u vremenu* izražava se proizvodom **generalisanog fluksa energije**

$$J = \frac{dE'}{dt} \quad (2.4)$$

i *generalisane sile*

$$X = \frac{1}{T'} - \frac{1}{T''}, \quad (2.5)$$

odnosno,

$$\frac{dS}{dt} = XJ. \quad (2.6)$$

U *opštem slučaju* sistema karakterisanog mnogim ekstenzivnim promenljivim (koje, kao i energija i entropija, zavise od mase sistema i imaju aditivna svojstva), izmena entropije u vremenu predstavlja sumu proizvoda **generalisanih sila** (X_j) i **generalisanih fluksova** (J_j):

$$\frac{dS}{dt} = \sum_j X_j J_j. \quad (2.7)$$

Izmena entropije u *otvorenom sistemu* predstavlja sumu produkциje entropije unutar sistema ($d_i S$) i fluksa entropije ($d_e S$) usled razmene entropije sa okolinom:

$$dS = d_i S + d_e S. \quad (2.8)$$

Saglasno II zakonu termodynamike je $d_i S \geq 0$, dok je znak $d_e S$ neodređen! Na primer, u *stacionarnom stanju* (ali ne i ravnotežnom) je $dS = 0$, odakle je $d_e S = d_i S < 0$. S druge strane, u prethodno razmotrenom primeru dva podsistema na različitim temperaturama (ali je ceo sistem zatvoren) je $d_e S = 0$.

U opštem slučaju, izraz (2.7) predstavlja tzv. funkciju disipacije (σ) – brzinu producije entropije po jedinici zapremine! U zatvorenom sistemu ($d_e S = 0$) je

$$\frac{d_i S}{dt} = \int \sigma dV \geq 0, \quad (2.9)$$

gde je, prema (2.7), **funkcija disipacije**

$$\sigma = \sum_j X_j J_j, \quad (2.10)$$

pri čemu su u (2.9–10) produkcija entropije, generalisane sile i generalisani fluksevi dati po jedinici zapremine (za razliku od onih u (2.7))!

U slučaju **bioloških** otvorenih sistema (ćelije i organizma), ovi sistemi se mogu tretirati kao **hemski sistemi**, koji se nalaze na konstantnoj temperaturi (T). U njima protiču *hemiske reakcije* i odigrava se *transport mase*.

Generalisani fluks za hemsku reakciju je **brzina reakcije** (v), tj. izvod *koordinate reakcije* (ξ) po vremenu:

$$J_{hem} = v = \frac{d\xi}{dt}, \quad (2.11)$$

gde koordinata ξ izražava *stepen proticanja reakcije*:

$$\xi(t) = \xi(0) + \int_0^t v dt = \xi(0) + \int_0^t \frac{dn_\gamma}{V_\gamma}, \quad (2.12)$$

tu je n_γ - broj molova reagenta γ , a V_γ - stehiometrijski koeficijent reagenta γ u reakciji. Tok hemiske reakcije određuje se razlikom hemijskih potencijala reagenata i produkata, slično tome kako je fluks toplotne energije određen razlikom temperatura! Tako je **generalisana sila za hemsku reakciju**

$$X_{hem} = -\frac{1}{T} \sum_\gamma V_\gamma \mu_\gamma \equiv \frac{\mathcal{A}}{T}, \quad (2.13)$$

gde je μ_γ - hemski potencijal reagenta γ , a T - temperatura sistema. U sumi (Σ_γ) doprinosi reagenata i produkata reakcije uzimaju se sa suprotnim znakom (v. npr. Zad. 2.1). Veličina

$$\mathcal{A} = -\sum_\gamma V_\gamma \mu_\gamma \quad (2.14)$$

naziva se **srodstvo**. Hemski potencijal (μ_γ) jednak je

$$\mu_\gamma = \left(\frac{\partial G}{\partial n_\gamma} \right)_{n'_\gamma, p, T} = \mu_\gamma^\circ(p, T) + RT \ln C_\gamma, \quad (2.15)$$

gde je G - Gibsova slobodna energija, C_γ - koncentracija reagenta γ , a μ_γ° - hemijski potencijal komponente γ za molarnu koncentraciju reagenta γ ; temperatura (T) i pritisak (p) sistema su konstantni, dok je R - gasna konstanta (8,314 J/mol·K).

2.2 KONJUGOVANI LINEARNI PROCESI U BLIZINI RAVNOTEŽE

Generalisani fluksevi J_i zavise od generalisanih sila, i obrnuto (na primer, brzina hemijske reakcije zavisi od srodstva, a fluks toplotne energije od razlike temperatura). U **linearnoj aproksimaciji** za konjugovane reakcije ($L_{ij} \neq 0, i \neq j$) važi

$$J_i = \sum_{j=1}^n L_{ij} X_j, \quad (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (2.16)$$

gde su L_{ij} - **fenomenološki koeficijenti**.

Prosti primeri linearnih reakcija (2.16) su zakon toplotne provodnosti (toplinski fluks – razlika recipročnih temperatura), Omov zakon (električna struja – razlika potencijala), I Fikov zakon difuzije (fluks supstance – gradijent koncentracije supstance) itd. U blizini ravnoteže koeficijenti L_{ij} obrazuju *simetričnu matricu* ($L_{ij} = L_{ji}$; *Onzagerova teorema*), sa pozitivnim dijagonalnim koeficijentima ($L_{ii} > 0$), pri čemu važi i uslov $L_{ii} L_{jj} > L_{ij}^2$ (što je posledica pozitivne definitnosti funkcije dispacije u blizini ravnoteže, $\sigma = \sum_j X_j J_j \geq 0$).

Uslov $\sigma = \sum_j X_j J_j \geq 0$ važi za sumu u celini! Tako je moguće da je $X_i J_i < 0$, ako je ispunjen uslov $\sum_{j \neq i} X_j J_j > |X_i J_i|$, odnosno u *otvorenom sistemu sa konjugovanim fluksevima* moguć je fluks neostvariv u zatvorenom sistemu! Pri tome, **uslov konjugacije** je $L_{ij} \neq 0, i \neq j$. Znači, pod određenim uslovom ($\sum_{j \neq i} X_j J_j > |X_i J_i|$) *producija entropije u otvorenom sistemu* (tj. njen deo $\sum_{j \neq i} X_j J_j > 0$) omogućuje proticanje *procesa nemogućih u izolovanim sistemima* ($X_i J_i < 0$) – što je izuzetno značajno za **biološke sisteme!**

Fluksevi J_j i sile X_j mogu biti kako *skalarni*, tako i *vektorski*. Međutim, u *izotropnim sistemima* nemoguća je konjugacija između skalarnih i vektorskih procesa ($\mathbf{L}_{sv} = \mathbf{L}_{vs} = 0$). Ipak, u *anizotropnim sistemima* ovakva interakcija je moguća ($\mathbf{L}_{sv} \neq 0$): *konjugacija hemijskih* (skalarnih) i *difuzionih* (vektorskih) procesa u *membrani*!

Za **biologiju** su posebno značajne **konjugacije hemijskih reakcija međusobno**, kao i sa procesom *difuzije*!

Najprostija **konjugovana hemijska reakcija** je $A \rightleftharpoons B$, a nešto složenija je *ciklična reakcija* u blizini ravnoteže, analizirana u Zad. 2.1. *Konjugacija hemijskih reakcija u otvorenom sistemu* omogućava proticanje **endogenih reakcija** (zabranjenih u zatvorenim sistemima – pošto pri tim reakcijama raste slobodna energija)! Takvi procesi postoje u biologiji, npr. *pri sintezi proteina*, kada se obrazuju peptidne veze – sa izdvajanjem molekula vode (pošto vode ima u višku unutar ćelije, trebalo bi da se odigrava obrnuta reakcija – hidroliza peptidnih veza)! No, istovremeno teče i **egzogeni proces hidrolize adenzintrifosfata** (ATF), pa je ukupna **funkcija disipacije pozitivna**! Uopšte, *konjugacija endogenih procesa sa hidrolizom ATF* ima *univerzalni značaj za biologiju* – pošto se posredstvom konjugacije hemijskih procesa realizuje univerzalna uloga ATF kao donora slobodne energije, neophodne za proticanje endogenih procesa: ako bi ćelije i organizmi bili izolovani sistemi, ATF ne bi mogao da igra opisanu ulogu!

Tako, **neravnotežna termodinamika otvorenih sistema** već u **linearnoj aproksimaciji** dokazuje mogućnost proticanja *procesa zabranjenih u zatvorenim sistemima!!!* Ovo je od **fundamentalnog značaja za biologiju!**

Ćelija i organizam su *hemijske mašine*, koje funkcionišu kao posledica hemijskih reakcija i prenosa supstanci između ćelije (organizma) i okolne sredine, a takođe unutar ćelije (organizma)! *Fluks supstance* je *vektor*, dok je *brzina hemijske reakcije – skalar*. **Konjugacija hemijskih procesa i difuzionog prenosa supstance** može biti *direktna* samo u *anizotropnim* ćelijskim strukturama bez ravni i centra simetrije (ćelijske *membrane*, koje sadrže *hiralne* biopolimere). Međutim, značajnija je **indirektna konjugacija hemijskih procesa i difuzije**, kao posledica uslova *stacionarnih stanja linearnih sistema* (v. Zad. 2.2)! *Indirektna konjugacija* igra važnu ulogu u teoriji *aktivnog membranskog transporta* jona natrijuma i kalijuma u pravcu porasta njihovih koncentracija (v. Od. 3.1)!

2.3 STACIONARNA STANJA KONJUGOVANIH LINEARNIH SISTEMA

Kako je već prethodno rečeno, *otvoreni sistem* može se naći u **stacionarnom neravnotežnom stanju!** U tom slučaju se produkcija entropije unuter sistema tačno kompenzira oticanjem entropije u okolnu sredinu:

$$dS = d_i S + d_e S = 0 \quad (2.17)$$

Takvo stanje se ponekad naziva stanjem **protočne ravnoteže**, koje se veoma razlikuje od stvarnog ravnotežnog stanja!

Stacionarno stanje otvorenog sistema ostvaruje se ako su na sistem *nametnuta ograničenja*, koja fiksiraju konstantne vrednosti nekog skupa generalisanih sila (koje održavaju odgovarajuće generalisane flukse u sistemu), pri čemu se ostale generalisane sile mogu menjati (dovodeći sistem, konačno, u stacionarno stanje – u kome iščezavaju odgovarajući generalisani fluksevi):

$$\begin{aligned} \{X_1, X_2, \dots, X_j\} &= \text{const} \Rightarrow J_i \neq 0 \quad (i \leq j), \\ \{X_{j+1}, X_{j+2}, \dots, X_n\} &\neq \text{const} \Rightarrow J_i = 0 \quad (i > j). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Entropija takvog sistema *ne dostiže maksimum*, jer je funkcija disipacije (2.10) različita od nule!

Kao primer, uzmimo da sistem razmenjuje sa okolinom supstancu i energiju, ali je njegova masa konstantna: postoji topotni fluks ($J_T \neq 0$), ali nema masenog fluksa ($J_M = 0$). Funkcija disipacije je

$$\sigma = J_T X_T + J_M X_M, \quad (2.19)$$

a linearne relacije su

$$\begin{aligned} J_T &= L_{11} X_T + L_{12} X_M \neq 0, \\ J_M &= L_{21} X_T + L_{22} X_M = 0. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Smatrajući da je $X_T = \text{const}$ (fiksirana je temperaturska razlika između sistema i okoline), kombinovanjem (2.19-20) dobija se

$$\sigma = L_{11} X_T^2 + (L_{12} + L_{21}) X_T X_M + L_{22} X_M^2. \quad (2.21)$$

Diferenciranjem (2.21) po X_M (pri $X_T = \text{const}$), dobija se

$$\frac{\partial \sigma}{\partial X_M} = 2L_{22} X_M + (L_{12} + L_{21}) X_T = 2(L_{21} X_T + L_{22} X_M) = 2J_M = 0, \quad (2.22)$$

gde je za sistem blizu ravnoteže primenjena Onzagerova teorema ($L_{12} = L_{21}$). Nalazeći i drugi izvod

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial X_M^2} = 2L_{22} > 0, \quad (2.23)$$

vidi se da je u *stacionarnom stanju*, u blizini ravnoteže, produkcija entropije ($\sigma \equiv dS/dt$) minimalna (**Prigožinova teorema**)!

Ako je u prethodnom primeru i $X_T \neq \text{const}$, to je i $J_T = 0$ (uz $J_M = 0$) – pa je $\sigma = 0$, odnosno sistem dostiže *pravo ravnotežno stanje* (sa maksimumom entropije)!

Primer stacionarnog stanja *otvorenog sistema sa razmenom supstance* dat je u Zad. 2.2, odakle se vidi da se *u stacionarnom stanju* brzine svih hemijskih reakcija izjednačavaju ($v_1 = v_2 = \dots = v_r = v$), kao i da uslov stacionarnosti u ovakovom sistemu omogućava *indirektnu konjugaciju* hemijskih reakcija i prenosa inertne supstance!

Pošto je u stacionarnom stanju produkcija entropije minimalna (σ_{\min}), to je varijacioni uslov stabilnosti stacionarnog stanja:

$$\delta\sigma = \delta_X\sigma + \delta_J\sigma = 2\delta_X\sigma > 0 \quad (2.24)$$

(zbog Onzagerove teoreme je $\delta_X\sigma = \delta_J\sigma = \delta\sigma/2$)¹ – odnosno, *fluktuacija može izazvati samo višak produkcije entropije!*

U prethodno razmotrenom primeru *sistema koji razmenjuje sa okolinom supstancu i energiju ali ne i masu*, bilo je $J_M = 0$, pa pri fluktuaciji δX_M imamo $J_M = L_{22}\delta X_M$ (gde je $L_{22} > 0$), odakle je

$$\delta_X\sigma = J_M\delta X_M = L_{22}(\delta X_M)^2 > 0, \quad (2.25)$$

odnosno ispunjen je uslov (2.24) stabilnosti stacionarnog stanja!

Za *hemijske reakcije*, uslov stabilnosti (2.24) ima oblik

$$\delta\sigma = 2\delta_X\sigma = 2\sum_i v_i \frac{\delta A_i}{T} > 0. \quad (2.26)$$

Uzimajući da su u stacionarnom stanju, pri fluktuacijama δA_i , brzine reakcija $v_i = \sum_j L_{ij} \delta A_j / T \equiv \delta v_i$ posledica tih fluktuacija – to se iz (2.26) dobija *uslov stabilnosti stacionarnog stanja* za hemijske reakcije

$$T\delta_X\sigma = \sum_i \delta v_i \delta A_i > 0. \quad (2.27)$$

U Zad. 2.3 dati su primjeri primene uslova stabilnosti stacionarnog stanja (2.27) za *hemijsku reakciju*

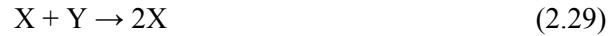
¹ Naime, korišćenjem (2.10) dobijaju se varijacije funkcije disipacije po generalisanim fluksevima ($\delta_J\sigma$, pri $X_i = \text{const}$) i po generalisanim silama ($\delta_X\sigma$, pri $J_i = \text{const}$):

$$\begin{aligned} \delta_J\sigma &= \sum_i X_i \delta J_i = \sum_i \sum_j L_{ij} X_i \delta X_j, \\ \delta_X\sigma &= \sum_i J_i \delta X_i = \sum_i \sum_j L_{ij} X_j \delta X_i = \sum_j \sum_i L_{ji} X_i \delta X_j, \end{aligned}$$

odakle je $\delta_X\sigma = \delta_J\sigma$, pošto je $L_{ij} = L_{ji}$.



(za koju je uslov stabilnosti ispunjen!), i *autokatalitičku hemijsku reakciju*, koja dovodi do povećanja koncentracije polazne supstance

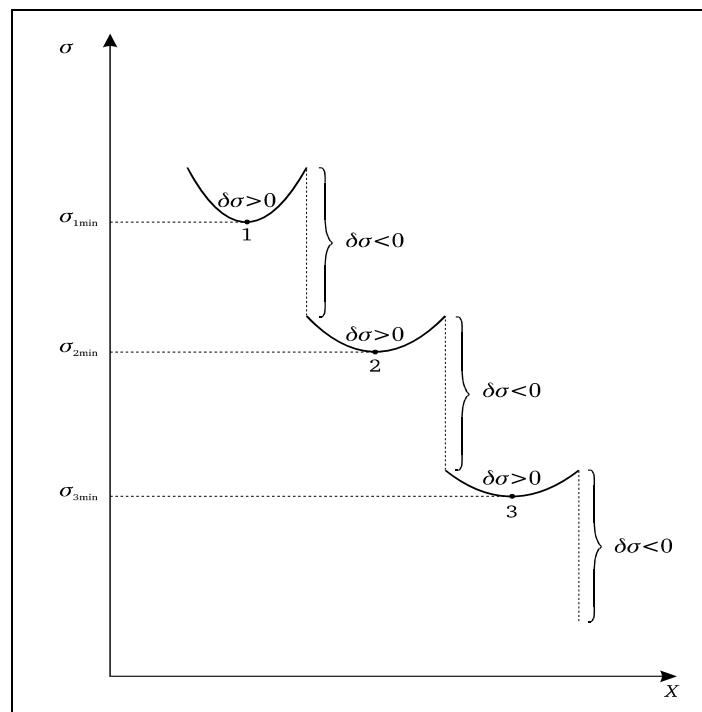


(za koju uslov stabilnosti nije ispunjen; međutim, u blizini ravnoteže, $X+Y \rightleftharpoons 2X$, uslov je ispunjen!).

Na taj način, na primeru autokatalitičke reakcije, vidimo da **daleko od ravnoteže** mogu nastati **nestabilnosti disipativnog** (otvorenog) sistema, kada je

$$\delta\sigma = 2\delta_X\sigma < 0. \quad (2.30)$$

Tada može doći do **faznog prelaza** usled **pojačanja fluktuacije (δX) do makroskopskog nivoa**, kada može nastati **novo stabilno stanje**, odnosno **nova struktura** (v. Sl. 2.1).



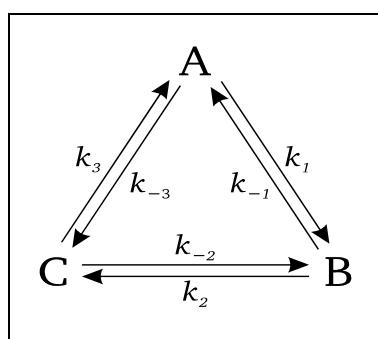
SLIKA 2.1 Šematski prikaz stacionarnih stanja (1,2,3,...) u blizini ravnoteže, gde je produkcija entropije σ minimalna (u pitanju su lokalni minimumi u blizini kojih je $\delta\sigma > 0$). Daleko od ravnoteže nastaju nestabilnosti disipativnog sistema ($\delta\sigma < 0$), kada dolazi do pojačanja fluktuacije (δX) do makroskopskog nivoa i faznog prelaza u novo stacionarno stanje (oblasti faznih prelaza prikazane su isprekidanim linijama, kada je $\delta\sigma < 0$). Evolucijski razvoj dovodi do sve veće organizacije, čime se smanjuje produkcija entropije ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow \dots$).

Oblast fizike koja izučava disipativne sisteme i njihovo uređenje naziva se **sinergetika!** U toj oblasti se izlazi *izvan granica (neravnotežne) termodinamike*, i neophodno je analizirati *konkretnе dinamičke modele!* Ti modeli se pokazuju efikasnim i pri izučavanju *biološkog razvoja*: filogeneze i ontogeneze. Proučavanje disipativnih sistema dovelo je i do *proširenja teorije informacija*: pokazalo se da je neophodno proučavati ne samo količinu informacije, njen prenos i kodiranje, već i *prijem informacije*, moguć samo *pri postojanju nestabilnosti*. U tom smislu treba i shvatiti pojam "antientropičnosti" života!

2.4 ZADACI

- 2.1 Razmotriti konjugovanu cikličnu hemijsku reakciju, prikazanu šematski na Sl. 1, u blizini ravnoteže.

Rešenje:



SLIKA 1 Šematski prikaz konjugovane ciklične hemijske reakcije

Fluksevi su u ovom slučaju jednaki

$$\begin{aligned} J_1 &= k_1 C_A - k_{-1} C_B, \\ J_2 &= k_2 C_B - k_{-2} C_C, \\ J_3 &= k_3 C_C - k_{-3} C_A, \end{aligned} \quad (1)$$

dok su srodstva

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_1 &= \mu_A - \mu_B, \\ \mathcal{A}_2 &= \mu_B - \mu_C, \\ \mathcal{A}_3 &= \mu_C - \mu_A, \\ \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Funkcija disipacije za ovaj slučaj jednaka je

$$\sigma = J_1 \frac{\mathcal{A}_1}{T} + J_2 \frac{\mathcal{A}_2}{T} + J_3 \frac{\mathcal{A}_3}{T} = (J_1 - J_3) \frac{\mathcal{A}_1}{T} + (J_2 - J_3) \frac{\mathcal{A}_2}{T}. \quad (3)$$

Vidi se da su fluksevi $J_1 - J_3$ i $J_2 - J_3$ nezavisni, pa u linearnoj aproksimaciji važi

$$\begin{aligned} J_1 - J_3 &= L_{11} \mathcal{A}_1/T + L_{12} \mathcal{A}_2/T, \\ J_2 - J_3 &= L_{21} \mathcal{A}_1/T + L_{22} \mathcal{A}_2/T. \end{aligned} \quad (4)$$

U ravnotežnom stanju je $\mu_A^{eq} = \mu_B^{eq} = \mu_C^{eq}$ i $J_1 = J_2 = J_3 = 0$. Za neravnotežni sistem, ali u blizini ravnoteže, je

$$\begin{aligned} C_A &= C_A^{eq} + \alpha_A, \\ C_B &= C_B^{eq} + \alpha_B, \\ C_C &= C_C^{eq} + \alpha_C, \end{aligned} \quad (5)$$

kada se izrazi (1) svode na

$$\begin{aligned} J_1 &= k_1 \alpha_A - k_{-1} \alpha_B, \\ J_2 &= k_2 \alpha_B - k_{-2} \alpha_C, \\ J_3 &= k_3 \alpha_C - k_{-3} \alpha_A. \end{aligned} \quad (1')$$

Takođe, izrazi (2) svode se na

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_1 &= \mu_A^o + RT \ln C_A^{eq} + RT \ln \left(1 + \frac{\alpha_A}{C_A^{eq}} \right) - \mu_B^o - RT \ln C_B^{eq} - RT \ln \left(1 + \frac{\alpha_B}{C_B^{eq}} \right) = \\ &= RT \left[\ln \left(1 + \frac{\alpha_A}{C_A^{eq}} \right) - \ln \left(1 + \frac{\alpha_B}{C_B^{eq}} \right) \right] \approx \\ &\approx RT \left[\frac{\alpha_A}{C_A^{eq}} - \frac{\alpha_B}{C_B^{eq}} \right] = \frac{RT}{k_1 C_A^{eq}} (k_1 \alpha_A - k_{-1} \alpha_B), \\ \mathcal{A}_2 &\approx RT \left[\frac{\alpha_B}{C_B^{eq}} - \frac{\alpha_C}{C_C^{eq}} \right] = \frac{RT}{k_2 C_B^{eq}} (k_2 \alpha_B - k_{-2} \alpha_C), \\ \mathcal{A}_3 &\approx RT \left[\frac{\alpha_C}{C_C^{eq}} - \frac{\alpha_A}{C_A^{eq}} \right] = \frac{RT}{k_3 C_C^{eq}} (k_3 \alpha_C - k_{-3} \alpha_A). \end{aligned} \quad (2')$$

Kombinovanjem izraza (1') i (2') dobija se

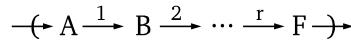
$$\begin{aligned} J_1 - J_3 &= \frac{k_1 C_A^{eq} + k_3 C_C^{eq}}{R} \cdot \frac{\mathcal{A}_1}{T} + \frac{k_3 C_C^{eq}}{R} \cdot \frac{\mathcal{A}_2}{T}, \\ J_2 - J_3 &= \frac{k_3 C_C^{eq}}{R} \cdot \frac{\mathcal{A}_1}{T} + \frac{k_2 C_B^{eq} + k_3 C_C^{eq}}{R} \cdot \frac{\mathcal{A}_2}{T}. \end{aligned} \quad (4')$$

Upoređivanjem (4) i (4') dobijaju se linearni koeficijenti

$$\begin{aligned} L_{11} &= \frac{k_1 C_A^{eq} + k_3 C_C^{eq}}{R}, \\ L_{22} &= \frac{k_2 C_B^{eq} + k_3 C_C^{eq}}{R}, \\ L_{12} = L_{21} &= \frac{k_3 C_C^{eq}}{R}. \end{aligned} \quad (6)$$

Kao što se vidi, teorema Onzagera ($L_{ij} = L_{ji}$) automatski je ispunjena u blizini ravnoteže!

2.2 Razmotriti indirektnu konjugaciju hemijske reakcije sa prenosom supstance, u stacionarnom stanju, na primeru otvorenog hemijskog sistema



u kome supstanca A ulazi u sistem spolja, trpi niz od r hemijskih transformacija unutar sistema, i konačni produkt F napušta sistem. Istovremeno, u sistem ulazi i inertna supstanca Q, koja ne učestvuje u reakciji, mada je njen transport konjugovan sa transportom supstance A.

Rešenje:

Kinetičke jednačine imaju oblik:

$$\begin{aligned} \frac{dC_A}{dt} &= \frac{d_{ex}C_A}{dt} - v_1, \\ \frac{dC_B}{dt} &= v_1 - v_2, \\ &\vdots \\ \frac{dC_F}{dt} &= \frac{d_{ex}C_F}{dt} + v_r, \\ \frac{dC_Q}{dt} &= \frac{d_{ex}C_Q}{dt}, \end{aligned}$$

gde se izvodi sa indeksom ex odnose na razmenu sa spoljašnjom sredinom. U *stacionarnom stanju* sadržaj svih reagenata u protočnom sistemu je konstantan:

$$\frac{dC_i}{dt} = 0, (i = A, B, \dots, F, Q).$$

Otuda je

$$\begin{aligned} \frac{d_{ex} C_A}{dt} &= v_1 = v_2 = \dots = v_r = -\frac{d_{ex} C_F}{dt} = v, \\ \frac{d_{ex} C_Q}{dt} &= \frac{dC_Q}{dt} = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

U linearnoj aproksimaciji, za posmatranu hemijsku reakciju, sa spregnutim transportom supstanci A i Q, imaćemo (v. izraz (2.16))

$$\begin{aligned} \frac{d_{ex} C_A}{dt} &= L_{11} \frac{\mathcal{A}_A}{T} + L_{12} \frac{\mathcal{A}_Q}{T}, \\ \frac{d_{ex} C_Q}{dt} &= L_{12} \frac{\mathcal{A}_A}{T} + L_{22} \frac{\mathcal{A}_Q}{T}, \\ \frac{d_{ex} C_F}{dt} &= L_F \frac{\mathcal{A}_F}{T}, \\ v &= L_{hem} \frac{\mathcal{A}_{hem}}{T}. \end{aligned} \quad (2)$$

Poslednja relacija odnosi se na sumarnu hemijsku reakciju $\mathcal{A} \rightarrow F$ ($\mathcal{A}_{hem} = \sum_i \mathcal{A}_i$).

Kombinovanjem uslova stacionarnosti (1) sa sistemom (2) dobija se

$$\begin{aligned} v &= L_{11} \frac{\mathcal{A}_A}{T} + L_{12} \frac{\mathcal{A}_Q}{T}, \\ 0 &= L_{12} \frac{\mathcal{A}_A}{T} + L_{22} \frac{\mathcal{A}_Q}{T}, \\ -v &= L_F \frac{\mathcal{A}_F}{T}, \\ v &= L_{hem} \frac{\mathcal{A}_{hem}}{T}. \end{aligned} \quad (2')$$

Rešavanjem sistema (2') dobijaju se srodstva, izražena preko linearnih koeficijenata,

$$\mathcal{A}_A = \frac{Tv}{L_{11} - \frac{L_{12}^2}{L_{22}}}, \mathcal{A}_F = -\frac{Tv}{L_F}, \mathcal{A}_Q = -\frac{Tv \frac{L_{12}}{L_{22}}}{L_{11} - \frac{L_{12}^2}{L_{22}}}, \mathcal{A}_{hem} = \frac{vT}{L_{hem}}. \quad (3)$$

Vidi se da je srodstvo \mathcal{A}_Q inertne komponente različito od nule i proporcionalno brzini hemijske reakcije u kojoj supstanca Q ne učestvuje! Usled te reakcije pojavljuje se razlika koncentracije supstance Q unutar i izvan sistema (v. izraze (2.14) i (2.15)):

$$\frac{C_Q^{in}}{C_Q^{ex}} = e^{-\frac{\mathcal{A}_Q}{RT}}. \quad (4)$$

Tim samim ostvarena je *indirektna konjugacija prenosa inertne supstance i hemijske reakcije*.

2.3 Primenom uslova stabilnosti (2.26) stacionarnog stanja hemijskog sistema, ispitati stabilnost reakcija



Rešenje:

Razmotrimo najpre hemijsku reakciju (1):



Označavajući koncentracije reagenata na uobičajen način, imamo da je brzina reakcije

$$v \sim C_X C_Y, \quad (3)$$

a srodstvo reakcije

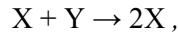
$$\mathcal{A} = -\sum_{\gamma} v_{\gamma} \mu_{\gamma} = -\sum_{\gamma} v_{\gamma} [\mu_{\gamma}^o + RT \ln C_{\gamma}] \sim \ln \frac{C_X C_Y}{C_C C_D}. \quad (4)$$

Fluktuacija koncentracije C_X u blizini stacionarnog stanja dovodi do viška u produciji entropije (v. izraz (2.26)):

$$\delta\sigma = 2\delta_X \sigma \sim \delta_X v \cdot \delta_X \mathcal{A} \sim \frac{C_Y}{C_X} (\delta C_X)^2 > 0, \quad (5)$$

što odgovara *uslovu stabilnosti* stacionarnog stanja!

Za autokatalitičku reakciju (2),



imaćemo

$$v \sim C_X C_Y \quad (3)$$

i

$$\mathcal{A} \sim \ln \frac{C_X C_Y}{C_X^2} = \ln \frac{C_Y}{C_X}, \quad (6)$$

odnosno

$$\delta\sigma = 2\delta_X\sigma \sim \delta_X v \cdot \delta_X \mathcal{A} \sim -\frac{C_Y}{C_X} (\delta C_X)^2 < 0, \quad (7)$$

što odgovara *uslovu nestabilnosti* stacionarnog stanja! Međutim, u blizini ravnoteže uslov stabilnosti je, ipak, ispunjen. Da bi se našao uslov ravnoteže, neophodno je uzeti u obzir i inverznu reakciju



Tada je

$$v = k_1 C_X C_Y - k_{-1} C_X^2,$$

odnosno

$$\delta_X v = k_1 C_Y \delta C_X - 2k_1 C_X \delta C_X.$$

U ravnoteži ($v = 0$) je $k_1 C_Y = k_{-1} C_X$, pa se dobija $\delta_X v = -k_{-1} C_X \delta C_X$, odnosno

$$\delta\sigma = 2\delta_X\sigma \sim \delta_X v \delta_X \mathcal{A} \sim (\delta C_X)^2 > 0, \quad (8)$$

što znači da je i za autokatalitičku reakciju u blizini ravnoteže uslov stabilnosti stacionarnog stanja ispunjen! Samo daleko od ravnoteže može nastati nestabilnost, koja može dovesti do faznog prelaza i nastanka novog stabilnog stanja (v. Sl. 2.1)!!!

2.4 DOPUNSKA LITERATURA

1. M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika, Tom II Obschaya biofizika* (Nauka, Moskva, 1975); M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika* (Nauka, Moskva, 1981), Gl. 9; D. Raković, *Osnovi biofizike* (Grosknjiga, Beograd, 1994; 1995), Gl. 2; I. Prigogine, *Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes* (Wiley, New York, 1967); G. Nicolis, I. Prigogine, *Selforganization in Nonequilibrium Systems. From Dissipative Structures to Order through Fluctuations* (Wiley, New York, 1977); H. Haken (ed.), *Synergetics* (Springer-Verlag, Heidelberg, 1982); osnovna literatura iz termodinamike neravnotežnih (bio)procesa.

Glava 3 FIZIKA MEMBRANE I NERVNOG IMPULSA

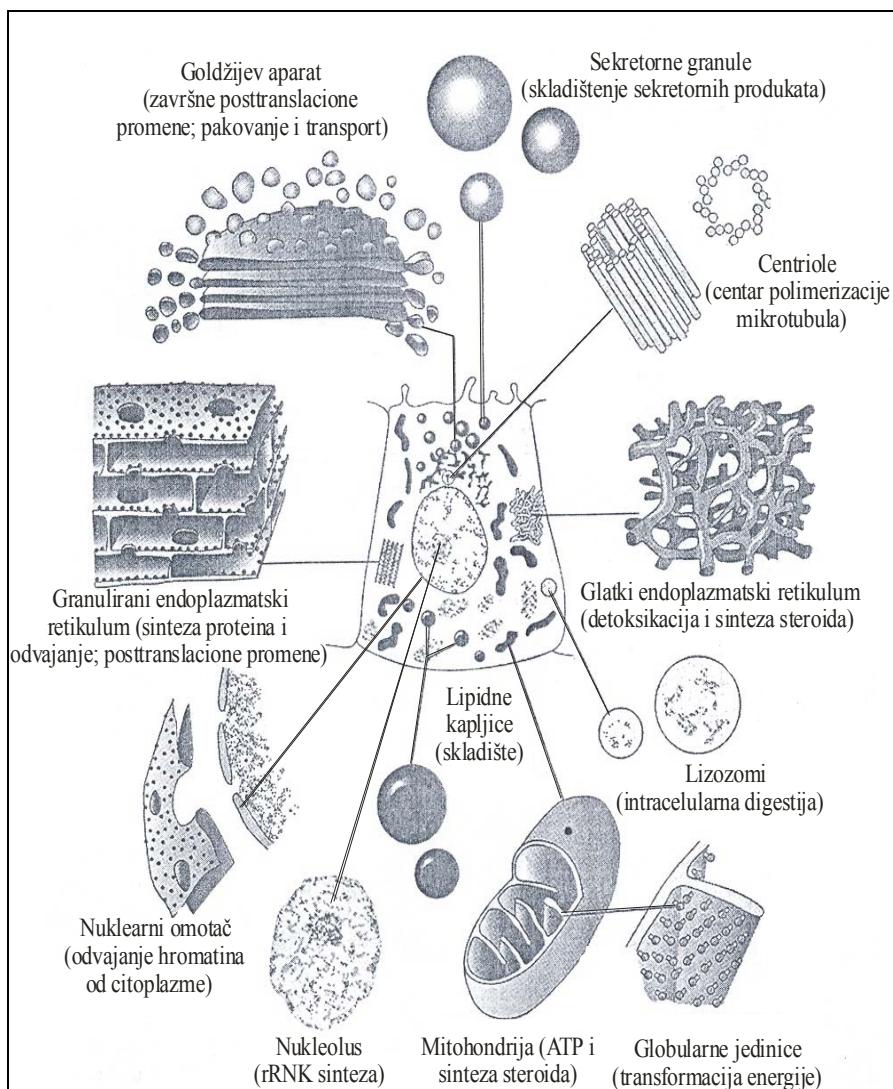
Istraživanje nervnog impulsa je klasični problem biofizike. Još u XIX veku je Helmholc izvršio merenje brzine prostiranja nervnog impulsa, a 1902. godine Bernštajn je predložio *membransku teoriju pobuđenja*, dok su kasniji radovi Hodžkina, Kaca, Hakslija i dr. otkrili *mehanizme generacije i prostiranja impulsa*. Danas se o funkciji neurona zna mnogo, a istraživanja poslednjih decenija u oblasti neuronskih mreža obećavaju modeliranje i *viših kognitivnih funkcija*, od prepoznavanja oblika do svesti.

3.1 FIZIKA MEMBRANE

Najvažnije fizičko-hemijske funkcije ćelije jesu hemijski metabolizam, biosinteza, bioenergetski procesi skladištenja i transformacije energije pri elektro- i mehano-hemijskim procesima i regulaciji transporta molekula i jona. *Biosintetičke i bioenergetske funkcije* neraskidivo su povezane – one se odigravaju samo u *otvorenom neravnotežnom sistemu*. Otuda su te funkcije *konjugovane sa transportom supstance* iz okolne sredine u ćeliju i iz ćelije u okolnu sredinu; međutim, da bi se pri tome očuvala i autonomnost unutrašnje strukture ćelije, ćelija mora biti razdvojena od okolne sredine *polupropustljivom ćelijskom membranom*.

Pojava ćelijske membrane bila je *ključni korak* u ubrzavanju *biološke evolucije* (v. Gl. 7). Postoje takođe i *unutarćelijske membrane* ćelijskih organela (v. Sl. 3.1), koje omogućavaju njihovo funkcionisanje kao otvorenih neravnotežnih sistema. Unutrašnjost ćelije ili *protoplazma* podeljena je na dva odeljka: (1) *jedro ili nukleus*, sferičnu ili ovalnu strukturu obično u blizini centra ćelije i (2) *citoplazmu*, deo izvan ćelijskog jedra; voda čini 70-85% ćelijske protoplazme, ćelijski proteini 10-20%, i lipidi 2-3%, a ostatak čine ugljeni hidrati i elektroliti.

Biološke membrane su *nadmolekularne strukture* debljine ~ 10 nm. Membrane nisu samo pasivne polupropustljive opne, već obezbeđuju i *aktivni transport supstanci*, u smeru suprotnom gradijentu hemijskog ili elektro-hemijskog potencijala. Osim toga, *sile koje organizuju ćelije u tkiva i organe* izgleda da zavise od sposobnosti transmembranskih proteina *integrina* da vežu specifične proteine ekstracelularnog matriksa (ECM) za membranske proteine na spojenim ćelijama.



SLIKA 3.1 Opšta šema tipične ćelije sisara sa organizacijom i glavnim organelama

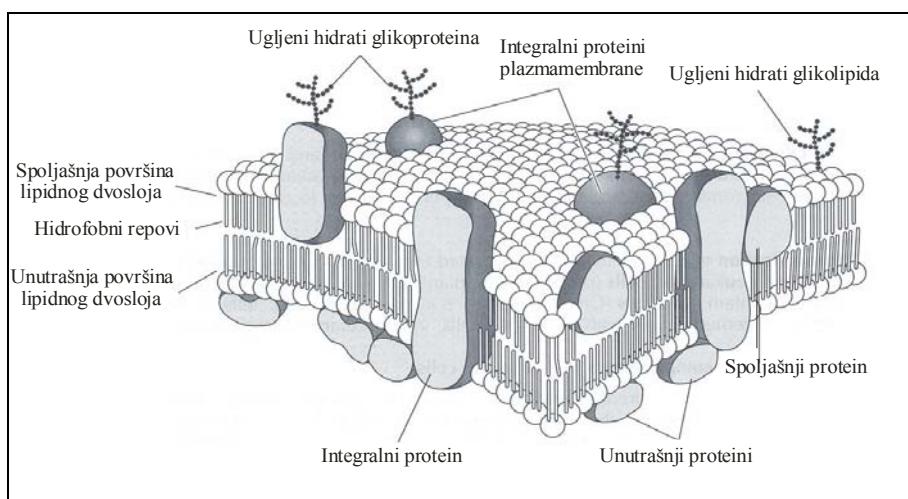
U Tabl. 3.1 dati su *najvažniji procesi u biološkim membranama* različitog tipa. Kvant $\hbar\omega$ ukazuje na pojave vezane za kvante svetlosti, $\Delta\phi$ - na promenu električnog potencijala, i - na pojavu električne (jonske) struje, e - na transport elektrona, ATP(+) na sintezu a ATP(–) na analizu (degradaciju) visokoenergetskog adenozintrifosfata (ATF).

TABELA 3.1 Procesi u membranama (v. tekst za oznake)

Fotosinteza	$\hbar\omega$	$\Delta\varphi$	i	e	$ATF(+ i -)$
Disanje	-	$\Delta\varphi$	i	e	$ATF(+ i -)$
Vidjenje	$\hbar\omega$	$\Delta\varphi$	i	-	$ATF(-)$
Nervi	-	$\Delta\varphi$	i	-	$ATF(-)$
Mišići	-	$\Delta\varphi$	i	-	$ATF(-)$

Ćelijska membrana ima važnu ulogu i u detekciji fizičkih i hemijskih signala od drugih ćelija, od prikačinjanja do spajanja ćelija. Stvaranjem mesta na svojoj površini, membrana omogućava kačenje i pričvršćivanje raznih proteinskih molekula, ekstracellularnog i/ili intracellularnog porekla, kao i proteinskih filamenata uključenih u stvaranje i prenošenje sila.

Još 1935. Danijeli i Davson su predložili tzv. *unitarni model* biološke membrane, koja se saglasno modelu sastoji od dvostrukog lipidnog (masnog) sloja, pri čemu su hidrofobni "repovi" lipida okrenuti ka unutrašnjosti membrane, dok njihove hidrofilne "glave" izlaze na površinu membrane; *bilipidni sloj* u membrani ima *tečnokristalnu strukturu* na fiziološkim temperaturama, što omogućuje kombinaciju visokog uređenja sa tečenjem i labilnošću. Kasnije 1972. godine unitarni model je modifikovan u *mozaični model* membrane da bi 2001. dopunjen *savremenim modelom* sa perifernim i integralnim membranskim proteinima (v. Sl. 3.2), gde se vidi da su u bilipidni sloj membrane uronjeni molekuli proteina i lanci oligosaharida kovalentno vezani za fosfolipide ili proteine, koji posredstvom polarnih grupa obrazuju tzv. *jonske kanale* za transport *malih jona i molekula*.



SLIKA 3.2 Šematski prikaz savremenog modela membrane

Kako je većina biomolekula vrlo rastvorljiva u vodi ali slabo rastvorljiva u nepolarnim rastvaračima (uključujući hidrofobnu unutrašnjost bilipidnog sloja membrane) biološke membrane postavljaju veliku prepreku većini molekula rastvorljivih u vodi, podržavajući velike razlike u koncentraciji mnogih supstanci između citoplazme i ekstracelularne tečnosti. Ipak, razni proteini ugrađeni unutar membranskog bilipidnog sloja, obezbeđuju i mozaik *funkcija visoko selektivnih propustljivosti*, koje regulišu kretanja molekula (od manjih O₂, N₂, CO₂, H₂O, do mnogo većih hranljivih sastojaka, specifičnih metabolita, izlučenih molekula i izbačenih otpadnih produkata) i jona (Na⁺, K⁺, Cl⁻, Ca²⁺) u i izvan različitih vrsta ćelija i u brojnim membranom ograničenim organelama, koji su od centralne važnosti za život ćelija.

Mali, *nepolarni (hidrofobni)* molekuli, uključujući kiseonik (O₂) i azot (N₂), i mali nenaelektrisani *polarni (hidrofilni)* molekuli kao što su ugljendioksid (CO₂), kreću se kroz biološke membrane jednostavno *difuzijom* kroz bilipidne membrane ćelija. Mnogo veći, *polarni organski molekuli* ne baš rastvorljivi u membranskim lipidima, kao što su glukoza, aminokiseline i drugi, kreću se kroz membrane pomoću *specifičnih transportnih proteinskih nosilaca* (selektivnih jonskih kanala). S druge strane, hidrirani joni, kao što su natrijum (Na⁺), kalijum (K⁺), hlor (Cl⁻) ili kalcijum (Ca²⁺), mogu da se pomeraju i kroz nespecifične (neselektivne) i specifične (selektivne) jonske kanale.

Kako hidrofilni joni elektrostatički privlače vodene dipole (*katjoni* su privučeni atomima kiseonika, a *anjoni* atomima vodonika molekula vode) to se okružuju elektrostatički vezanim vodenim ljkuskama (hidrirane vode), pa su ovako hidrirani joni preglomazni da se efikasno rastvaraju u membrani. Tako, da bi prešli membranu, joni to mogu skoro isključivo idući kroz ugrađene proteinske pore – *jonske kanale*. Nasuprot bilipidnom sloju, jonski kanali daju efektivno polarno okruženje za jone (omogućavajući njihovoj hidriranoj vodi da prođe ovu polarnu sredinu, delimično smanjujući hidrirani jonski ukupni efektivni prečnik) a takođe i dovoljno veliki prečnik kanala (tako da joni prelazeći kanal ne moraju biti potpuno oslobođeni svojih vodenih ljkuski). Mada su neki transportni proteini *prosti* vodenii jonski kanali, mnogi od njih su *visoko selektivni* za jone (Na⁺, K⁺, Cl⁻, i Ca²⁺) ili, u slučaju akvaporina, za vodu;¹ drugi su enzimi ili receptori za hemijske poruke od drugih ćelija.

¹ *Kao rezultat, polupropustljiva ćeljska membrana je mnogo propustljivija za vodu nego za hidrirane jone ili organske molekule, što dovodi do difuzije vode kroz membranu u pravcu uspostavljanja ravnotežne koncentracije (odnosno hemijskih potencijala) rastvorenih jona ili molekula sa dve strane membrane – pa pošto difundujuća voda ulazi u ograničenu zapreminu V, to dovodi do povećanja pritiska u njoj i do pojave tzv. osmotskog pritiska (sa parcijalnom vrednošću $\pi_i = C_i RT$, u slučaju i-tog rastvorka koncentracije $C_i = n_i/V$ odnosno broja molova n_i , na temperaturi T; R je gasna konstanta).*

Jonski kanali su unutrašnji transmembranski (gliko)proteini koji prožimaju membranu (sa unutrašnjim prečnicima oko 1 nm i sa rastojanjima između susednih kanala oko 100 nm, postižući gustine ~ 100 kanala/ μm^2). Centralna vodena pora kroz sredinu proteina obuhvata celu širinu membrane, ali u mnogim kanalima je oblast formiranja pore napravljena od dve ili više subjedinica (dimeri, trimeri, tetramer, pentameri, heksameri), koje mogu biti identične ili različite. Izuzetno raznovrsni jonski kanali mogu se klasifikovati prema njihovim *funkcionalnim karakteristikama* (elektrofiziološko ponašanje, inhibicija ili stimulacija farmakološkim posrednicima, aktivacija specifičnim vanćelijskim agonistima, i modulacija unutarćelijskim mesindžerima) ili *strukturalnim karakteristikama* (homologija aminokiselinskih sekvenci i vrsta subjedinica od kojih su sastavljene).

Jonski kanali mogu biti podeljeni u dve opšte kategorije: *pasivne* ili *aktivne*. *Pasivni* kanali su *neselektivni*, uvek otvoreni u ćeliji u mirovanju (značajno doprinoseći potencijalu mirovanja membrane, i utičući na sinaptičku integraciju). *Aktivni* kanali su *selektivni*, otvoreni ili zatvoreni, što se kontroliše membranskim potencijalom, sinaptičkim transmiterima, ili, u slučaju receptorskih ćelija, raznim fizičkim podsticajima (značajno doprinoseći akcionim, sinaptičkim i receptorskim potencijalima).

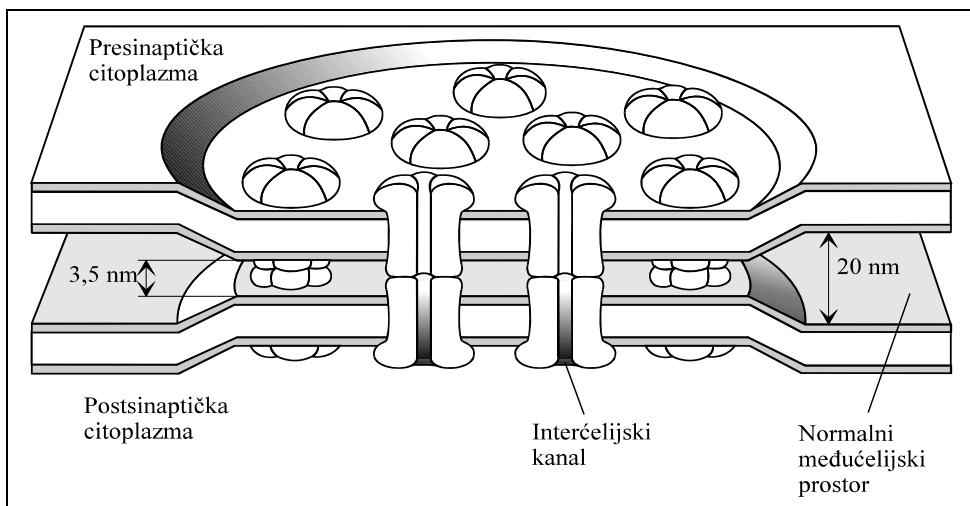
Otvaranje i zatvaranje aktivnih jonskih kanala uključuje *konformacione promene*. U svim do sada proučavanim jonskim kanalima protein je imao dva ili više konformacionih položaja koji su relativno stabilni. Svaka od ovih stabilnih konformacija predstavlja različito funkcionalno stanje. Na primer, svaki jonski kanal ima najmanje jedno otvoreno i jedno ili dva zatvorena stanja. Prelaz kanala izmedju ovih različitih stanja je tzv. *transformacija kanala* ('channel gating'). Molekularna preuređenja koja se dešavaju za vreme prelaza sa zatvorenih na otvorena stanja izgleda da pojačavaju jonsko provođenje kroz kanal ne samo pravljenjem šireg otvora, već i pomeranjem polarnijih aminokiselinskih sastojaka ka površini koja ograničava vodene pore.

Pravac i veličina jonskih flukseva kroz membrane zavisi i od *razlike koncentracija* i od *razlike nanelektrisanja* (membranski potencijal), i ova dva uticaja su zajednički poznati kao *elektrohemski gradijent* kroz membranu. Što je veći broj otvorenih kanala, veći je jonski fluks kroz membranu za bilo koju datu razliku koncentracije jona. Jedan jonski kanal može se otvoriti i zatvoriti mnogo puta u jednoj sekundi, nagoveštavajući da kanalski protein fluktuiru između dve (ili više) konformacija. Rezultati brojnih ispitivanja pokazuju da jonski kanali u nervnim i mišićnim ćelijskim membrana mogu imati mnogostrukе konformacije, jedna od kojih je propustljivija od drugih za dati jon.

Postoje tri opšta *fizička modela* za transformaciju kanala: lokalizovana konformaciona promena koja nastupa u jednoj oblasti kanala; generalizovana strukturalna promena koja se dešava dužinom kanala; i blokiranje čestice koja se ljudila izvan i unutar ulaza u kanal. U ovom kontekstu treba ponovo istaći dva nerešena (semi)

klasično adresirana problema u molekularnoj biofizici: nerazumno dugo vreme neophodno za *promenu* konformacija biopolimera i dugodometnu *usmerenost* selektivnih procesa molekularnog prepoznavanja – nagoveštavajući njihovu *kvantno-rezonantnu* prirodu, opisanu na kraju Od. 1.7 (Raković *et al.*, 2004-2007).

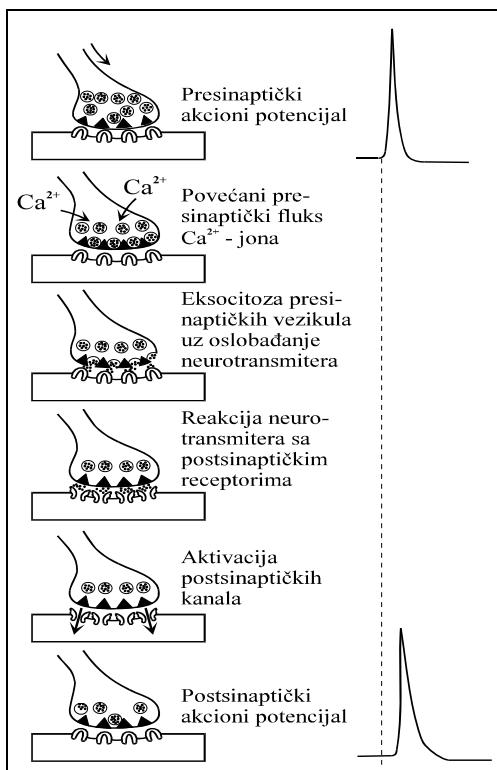
Membrane igraju izvanredno značajnu ulogu i u međusobnoj **komunikaciji** **ćelija**. Evolutivno *stariji tip* međućelijske komunikacije odvija se posredstvom *interćelijskih GJ kanala* (tzv. *gap junctions*), koji između *neksitabilnih* ćelija prenose metabolite ili regulatorne molekule, a između *eksitabilnih* ćelija (srčanog mišića, glatkih mišića, jetre, neurona sa električnim sinapsama, akupunktturnih tačaka i meridijana) prenose i jonske električne signale – dok se evolutivno *mladi tip* međućelijske komunikacije odvija *elektrohemski*, posredstvom *neurona* razdvojenih *hemiskim sinapsama*.



SLIKA 3.3 Trodimenijski prikaz modela interćelijskih GJ-kanala, na bazi rentgenske difrakcije. Svaka naspramna ćelija daje polovinu kanala, tzv. konekson. Svaki konekson (prečnika ~ 2 nm) sastoje se od šest heksagonalno raspoređenih proteinских subjedinica (dužine ~ 7,5 nm), tzv. koneksina. Na mestima interćelijskih kanala međućelijsko rastojanje je samo 3,5 nm, za razliku od normalnog rastojanja od 20 nm.

Interćelijski GJ-kanali prikazani su na Sl. 3.3. Dok je normalno međućelijsko rastojanje 20 nm, na mestu interćelijskih kanala ono se smanjuje na samo 3,5 nm, što i omogućava direktni prenos električnih signala posredstvom jonskih struja kroz ovakve kanale (električne sinapse) eksitabilnih ćelija. Svi interćelijski kanali sastoje se od para cilindara (*koneksiona*), od kojih je jedan u presinaptičkoj a drugi u postsinaptičkoj ćeliji. Cilindri se povezuju na spoju dve membrane, posredstvom homofilnih (ćelijski specifičnih) interakcija, uspostavljajući komunikacioni kanal (prečnika ~ 2 nm) između citoplazmi dve ćelije. Svaki cilindrični konekson (dužine ~ 7,5 nm) sastoje se od šest

heksagonalno raspoređenih identičnih proteinskih subjedinica (*koneksina*) – koji imaju funkciju samo-organizacije u konekson i povezivanja sa naspramnim koneksonom susedne ćelije. Čitav ovaj proces je veoma fleksibilan i zavisi od trenutnog stanja ćelijskog okruženja. Sama provodnost kanala može se modulisati unutarćelijskim pH-faktorom, Ca^{2+} -jonima, neurotransmitterima i sekundarnim prenosnicima, pa čak i naponom – koji menjaju konformaciono stanje koneksona (slično blendi fotoaparata).



SLIKA 3.4 Šematski prikaz prenosa signala na hemijskim sinapsama. Presinaptički električni signal (akcioni potencijal), dolaskom na kraj presinaptičkog neurona, omogućava (uz modulatorsku ulogu Ca^{2+} -jona) spajanje sinaptičkih vezikula sa presinaptičkom membranom. Putem eksocitoze oslobođa se sadržaj vezikula, i hiljade molekula neurotransmitera difunduje kroz sinaptičku pukotinu, da bi se vezali sa specifičnim receptorima na postsinaptičkoj membrani. Ovi receptori modulišu otvaranje (ili zatvaranje) jonskih kanala, menjajući električnu provodnost postsinaptičkog neurona. Dok je prenos signala na električnim sinapsama praktično bez kašnjenja, prenos na hemijskim sinapsama odigrava se sa vremenskim kašnjenjem (od nekoliko milisekundi) između presinaptičkog i postsinaptičkog akcionog potencijala.

Za razliku od *električnih sinapsi*, koje omogućavaju brži prenos signala pri stereotipnim instinkтивnim odbrambenim reakcijama organizma, **hemijske sinapse** su karakteristične za moždane neuronske mreže, pošto omogućavaju plastičnije ojačavanje ili slabljenje sinapsi, neophodno za memoriju i druge više moždane funkcije (v. Od. 5.3). Osim toga, hemijske sinapse mogu znatno pojačati mali presinaptički električni signal (akcioni potencijal), oslobođanjem jedne ili više *sinaptičkih vezikula*, od kojih svaka sadrži hiljade molekula *neurotransmitera* – koji potom izazivaju konformacione promene postsinaptičkih receptora, otvarajući (ili zatvarajući) hiljade jonskih kanala u postsinaptičkoj ćeliji. Ipak, cena koja se plaća je vremensko kašnjenje postsinaptičkog signala, u odnosu na presinaptički, od nekoliko

milisekundi. Šematski prikaz opisanih procesa na hemijskim sinapsama ilustrovan je na Sl. 3.4. Nasuprot električnim sinapsama, presinaptički i postsinaptički neuroni hemijskih sinapsi *nisu* strukturno povezani: *sinaptička pukotina* kod hemijskih sinapsi je čak nešto šira (20-40 nm, pa i više) u odnosu na normalno međuceško rastojanje (20 nm).

U nastavku odeljka biće razmotrena *biofizika jonskog membranskog transporta*, kao uzajamno delovanje između (selektivnog) **aktivnog membranskog transporta** (koji objašnjava poreklo različitih koncentracija jona Na^+ , K^+ , Cl^- , ... sa unutrašnje i spoljašnje strane ćelijske membrane) i (neselektivnog) **pasivnog membranskog transporta** (koji objašnjava potencijal mirovanja membrane, kao posledicu gradijenta koncentracije uspostavljenog aktivnim transportom). Mada postoji prilično dokaza da membrana ima odvojene selektivne kanale za Na^+ , K^+ , Cl^- i Ca^{2+} , još uvek nije jasno da li različiti joni imaju različite neselektivne kanale ili svi oni dele zajedničku (propustljivu) poru.

3.1.1 Pasivni membranski transport

Žive ćelije su okarakterisane time da unutar njih koncentracija jona kalijuma (K^+) može biti 10-20 puta veća nego u spoljašnjoj sredini ($C_{\text{K}^+}^i \gg C_{\text{K}^+}^e$); za jone natrijuma (Na^+) i hlora (Cl^-) uočavaju se gradijenti tog istog reda veličine, samo suprotnog smera ($C_{\text{Na}^+}^i \ll C_{\text{Na}^+}^e; C_{\text{Cl}^-}^i \ll C_{\text{Cl}^-}^e$). Kao posledica navedenih gradijenata koncentracije jona, i pojavljuje se eksperimentalno izmerena *razlika potencijala* između ćelijske citoplazme i ekstracelularne tečnosti: $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_e \sim -(50-100)$ mV.

Zašto se Na^+ nalazi u višku izvan ćelije, a K^+ unutar ćelije? Ovo je *posledica evolucije*. Naime, ekstracelularna tečnost ima isti sastav kao i morska voda u kojoj je nastao život, i u kojoj ima dosta NaCl (a malo KCl), pa je za funkcionisanje ćelije (na principu razlike membranskih potencijala) mnogo jednostavnije obezbediti višak koncentracije KCl unutar ćelije (nego NaCl , kojeg bi moralo biti ~ 5 mol/l, što je desetak puta više od koncentracije KCl u ćeliji, pa bi bilo neracionalno).

Na Sl. 3.5(a) date su ravnotežne koncentracije jona Na^+ , K^+ i Cl^- u ekstracelularnoj tečnosti i nervu sipe, a na Sl. 3.5(b) membranska razlika potencijala, kao i raspodela potencijala izvan i unutar nerva. Koncentracije C date su u [mmol/l].

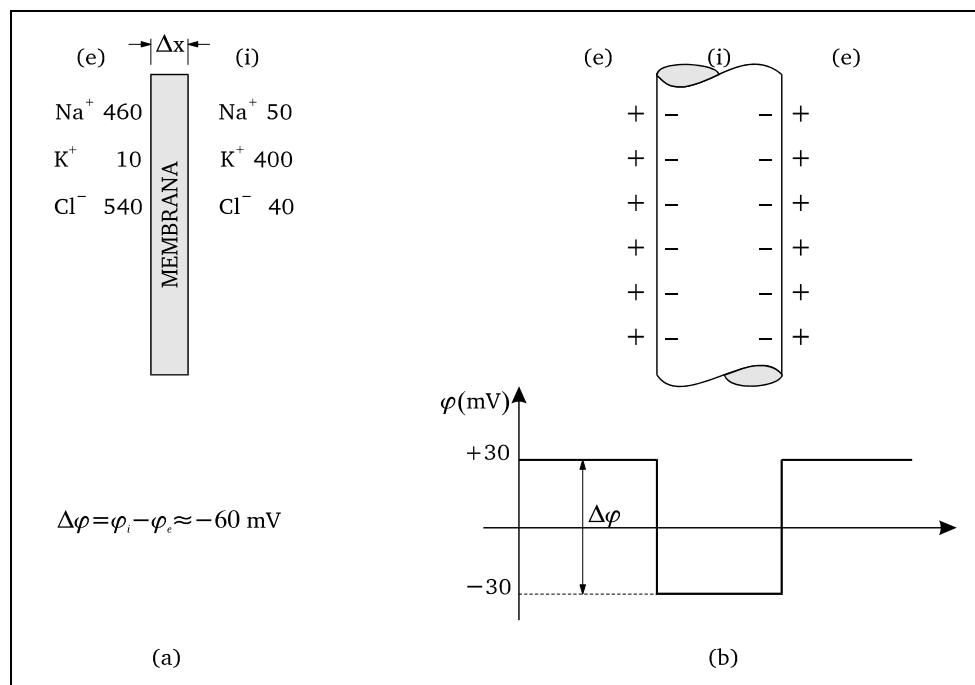
Membranska razlika potencijala (tzv. *potencijal mirovanja*), prikazana na Sl. 3.5(b), posledica je dinamičke ravnoteže *neselektivne jonske difuzije* (izazvane jonskim gradijentima sa dve strane membrane) i *neselektivnog jonskog drifta* pod dejstvom ugrađenog unutar-membranskog električnog polja na membrani (koje je kontra-ravnoteža difuzionom procesu), v. Zad. 3.1:

$$\Delta\varphi = \frac{RT}{F} \ln \frac{P_{K^+} C_{K^+}^i + P_{Na^+} C_{Na^+}^i + P_{Cl^-} C_{Cl^-}^e}{P_{K^+} C_{K^+}^e + P_{Na^+} C_{Na^+}^e + P_{Cl^-} C_{Cl^-}^i}, \quad (3.1)$$

gde je $F = 96.500 \text{ C}$ - nakelektrisanje od jednog faradeja, R - gasna konstanta, T - temperatura sredine, a P_{K^+} , P_{Na^+} i P_{Cl^-} koeficijenti propustljivosti K^+ , Na^+ i Cl^- jona, respektivno:

$$P \equiv \frac{\mu R T}{F \Delta x}; \quad (3.2)$$

(tu je μ - pokretljivost jona, a Δx - debljina membrane). Relacija (3.1) predstavlja poznatu *Hodžkin-Kacovu formulu* za potencijal mirovanja ćelijske membrane, što pokazuje da u nepobuđenom stanju ćelije postoji polarizacija membrane! ²



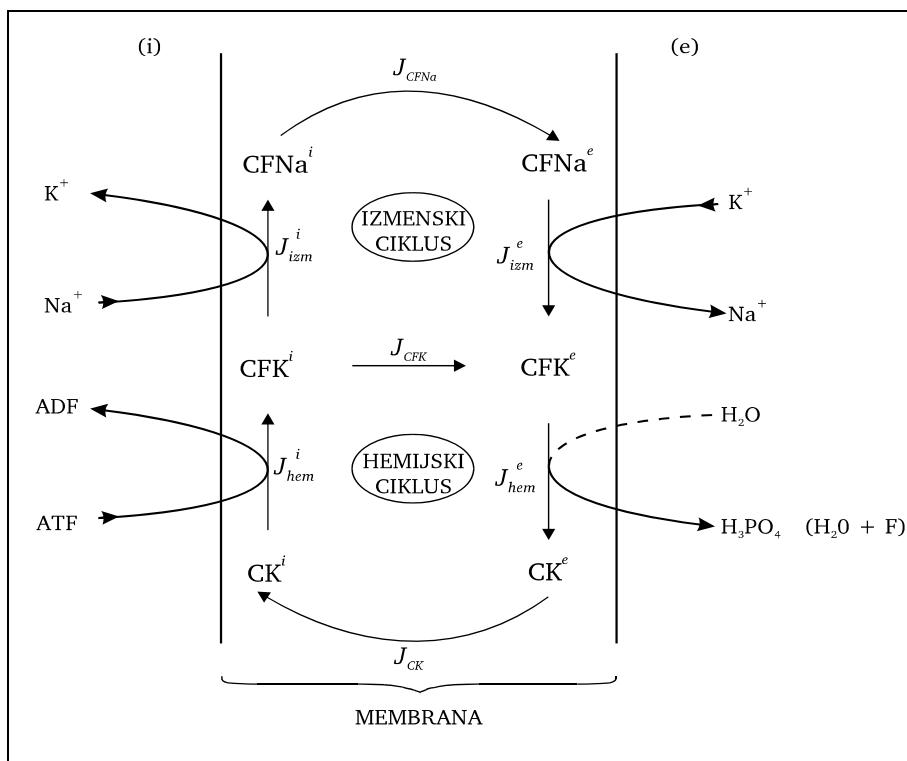
SLIKA 3.5 Šematski prikaz: (a) ravnotežne koncentracije jona Na^+ , K^+ i Cl^- u ekstracelularnoj tečnosti (e) i nervu (i) sipe (date u mmol/l); (b) raspodjelu potencijala izvan (e) i unutar (i) nerva, sa veličinom potencijala mirovanja ($\Delta\phi = -60 \text{ mV}$; kod čovjeka je $\Delta\phi = -80 \text{ mV}$).

² Ako dominira jedna vrsta jona, izraz (3.1) svodi se na Nernstovu jednačinu: $\Delta\varphi = \frac{RT}{F} \ln \frac{C^i_{K^+}}{C^e_{K^+}}$.

3.1.2 Aktivni membranski transport

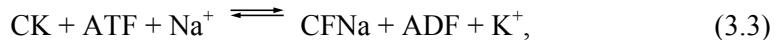
Povećana koncentracija K^+ jona i smanjena koncentracija Na^+ jona unutar ćelije određena je *aktivnim membranskim transportom* koji deluje *nasuprot gradijentu elektrohemijiskog potencijala*. Treba istaći da je aktivni transport generalno jedna od najvažnijih karakteristika životnih procesa, pošto razrešava kontradikciju između očuvanja prostorne heterogenosti i metabolizma – razmene materije i energije sa okolinom – u okviru *neravnotežne termodinamike* otvorenih bioloških sistema.

Aktivni transport je ostvaren kroz sofisticiranu **indirektnu konjugaciju** (u stanju *stacionarne neravnoteže*, v. Od. 2.3 i Zad. 2.3) difuzionih flukseva sa egzogenim reakcijama koje se dešavaju unutar membrane: prenos materije se odvija na račun *slobodne energije* oslobođene u hemijskim reakcijama *hidrolize ATP!* Ovo je transport olakšan hemijskom reakcijom (*olakšani/posredni transport*), koji je ubrzan prisustvom *prenosnika*, membranskih proteina koji interaguju sa transportovanim jonima ili molekulima, ali ne napuštaju membranu, tako da se odigrava cirkulacija prenosa, v. Sl. 3.6.



SLIKA 3.6 Šematski prikaz indirektnе konjugacije uz prisustvo prenosnika kod "natrijumove pumpe"

U slučaju tzv. *natrijumove pumpe*, ključna uloga je data prenosniku K^+, Na^+ -aktivirajućoj *ATF-azi* (C), koja je ferment sa visokim hemijskim afinitetom ka K^+ (CK) u defosforilizovanom stanju, i sa visokim hemijskim afinitetom ka Na^+ (CFNa) u fosforilizovanom stanju (kao rezultat konformacionih promena ATF-aze, praćenih hidrolizom ATF). Tako, celokupni membranski proces, koji koristi slobodnu energiju ATF za aktivni transport Na^+ i K^+ jona u smeru porasta njihovih koncentracija, može biti opisan sa:



i može se shvatiti kao sofisticirani *selektivni jonski transport* olakšan hemijskom reakcijom, koja se sastoji od dva konjugovana ciklusa koji pokreću jedan drugi: (1) jonske izmene K^+ i Na^+ jona (tzv. *izmenski ciklus*) i (2) hemijskog procesa fosforilizacije i defosforilizacije fermenta ATF-aze (tzv. *hemijski ciklus*). U tom procesu ni prenosnik (C) ni kompleksi prenosnika sa K i Na jonima (CK i CFNa) ne napuštaju membranu, odnosno odigrava se cirkulacija prenosnika u membrani! Za detalje v. Sl. 3.6 i Zad. 3.2.

Treba istaći i da *joni kalcijuma (Ca^{2+}) veoma utiču na aktivaciju i deaktivaciju Na- i K-kanala*, što se pokazalo delovanjem na mišićne i nervne ćelije! Smatra se da je i u osnovi ovog procesa promena konformacije lipoproteinskog kompleksa kanala pod uticajem jona Ca^{2+} .

Prethodna diskusija natrijumove pumpe samo je uprošćeni model aktivnog membranskog transporta: u neuronima kičmenjaka identifikovano je više tipova Na^+ , K^+ , Cl^- i Ca^{2+} struja, okarakterisanih vrstom jona koje provode, naponskom i vremenskom zavisnošću, i osetljivošću na sekundarne mesindžere.

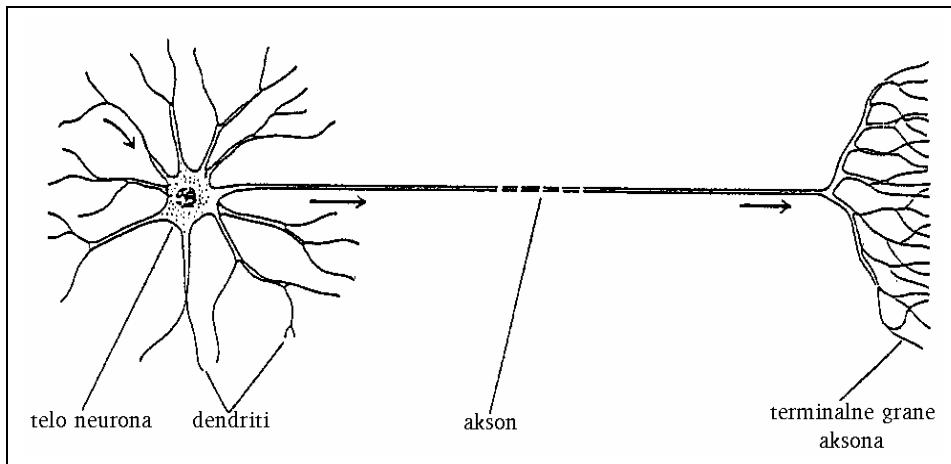
3.2 FIZIKA NERVNOG IMPULSA

Do sada razmotreni membranski transport jednovalentnih katjona, doveo nas je do problema *pobuđenja membrane, i generacije i prostiranja nervnog impulsa*.

Postoji *nekoliko tipova* nervnih ćelija ili **neurona**: senzitivni neuroni, motoneuroni i interneuroni (asocijativni neuroni u mozgu).

Tipično se na neuronu mogu razlikovati tri glavna dela: *neuronsko telo* (soma), *dendriti* i *akson* (neuronsko vlakno). Dendriti i akson su ćelijski nastavci, v. Sl. 3.7.

Neuronsko telo je *biosintetski centar* ćelije, i može imati različit oblik (zvezdast, ovalan, piramidalan, ...) i veličinu (4-100 μm kod kičmenjaka).



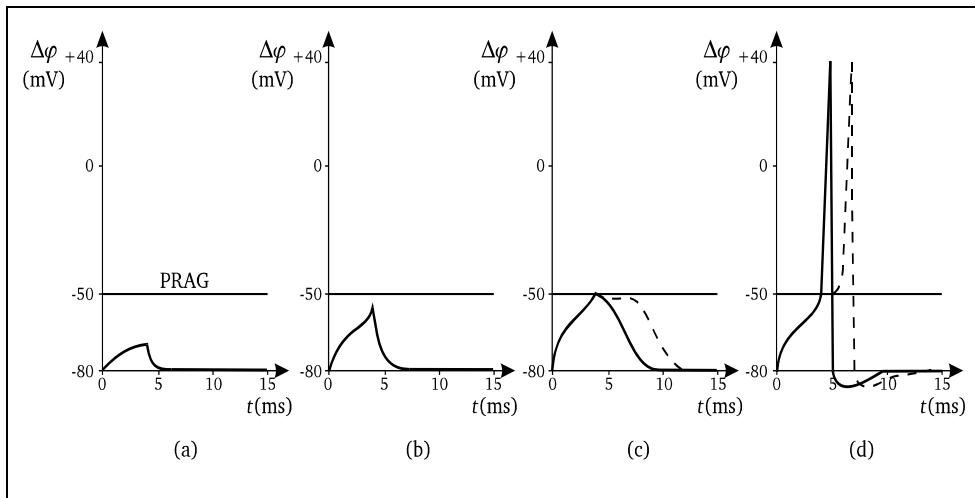
SLIKA 3.7 Šematski dijagram tipičnog neurona kičmenjaka. Strelice pokazuju smer provođenja signala (od dendrita ka aksonu)

Dendriti su razgranati nastavci nervnih ćelija, dužine $\sim 100 \mu\text{m}$. Svojom razgranatom strukturom povećavaju receptivnu površinu za *prijem signala* sa susednih neurona. Neuronska tela i dendriti čine *sivu masu* centralnog nervnog sistema.

Neuroni imaju po jedan **akson**, koji je duži od dendrita ($\sim 1 \text{ mm} - 1 \text{ m}$). Aksoni sačinjavaju *belu masu*, jer njihov mielinski omotač (koji grade glija ćelije) ima sedefasto-belu boju. *Mielinski omotač* omogućava brže provođenje nervnih impulsa duž aksona. Na svom kraju *akson* se grana na *terminalne grane*, koje omogućuju istovremeni prenos signala na više nervnih ćelija, posredstvom *sinapsi*.

Sinapsa je funkcionalni međumembranski kontakt aksona jednog neurona i dendrita drugog neurona. Rastojanje između presinaptičke i postsinaptičke membrane je $\sim 1 - 100 \text{ nm}$. Pri malom rastojanju, odnosno tesnom kontaktu membrane, prenos signala je *električnim putem* (v. Sl. 3.3). Pri većim *sinaptičkim procepcima*, prenos signala je *hemijskom putem*: električni impuls na kraju aksona aktivira izlučivanje neurotransmitera (najčešće *acetilholin*) u presinaptičkoj membrani, na kojeg onda reaguju *receptori* postsinaptičke membrane susednih dendrita (receptori su najčešće specijalni proteini u kanalima membrane), menjajući svoju konformaciju i *povećavajući provodnost jonskih kanala* – što dovodi do *generacije električnog impulsa* na postsinaptičkoj membrani dendrita (v. Sl. 3.4)!

Potencijal postsinaptičke membrane koji dovodi do generacije električnog impulsa na postsinaptičkoj membrani mora dostići neku kritičnu vrednost – **potencijal praga** (oko -50 mV). Međutim, pri tom potencijalu signal brzo slabi, pa je za efikasniji prenos signala potreban **akcioni potencijal** (oko $+40 \text{ mV}$, v. Sl. 3.8). Podsetimo se da je **potencijal mirovanja** membrane oko -80 mV (v. Od. 3.1.1).

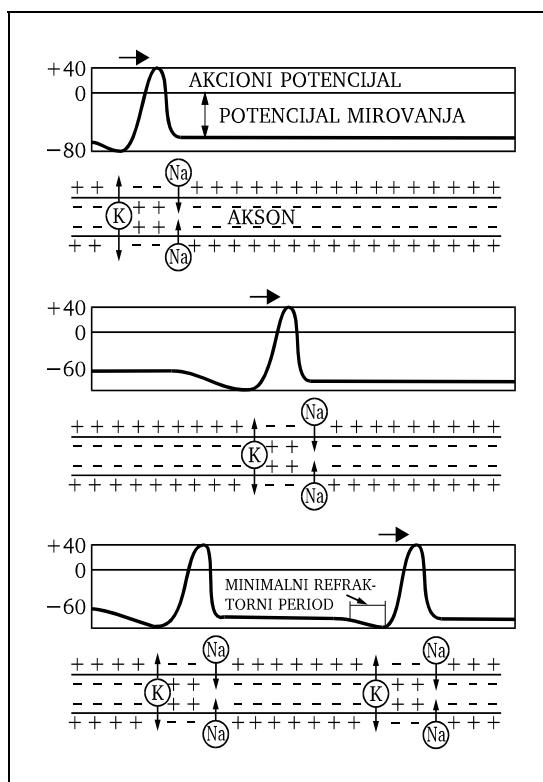


SLIKA 3.8 Pobudiivanje membrane aksona: (a) i (b) impulsi ispod potencijala praga, koji ne dovode do generacije električnog impulsa na postsinaptičkoj membrani; (c) impuls na potencijalu praga, sa brzim slabljenjem duž dendrita susednih neurona; (d) pojava akcionog potencijala (znatno iznad potencijala praga), pri kome nema slabljenja impulsa duž dendrita i aksona susednih neurona; isprekidanim linijama prikazan je premeštajući impuls.

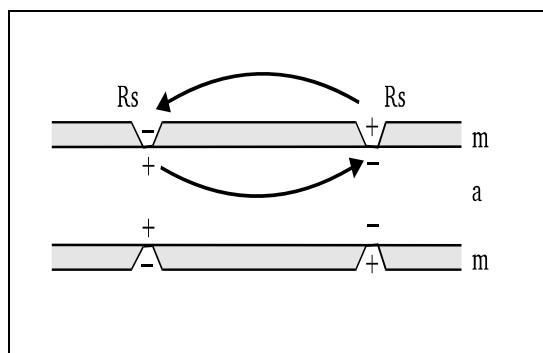
Iako je *aksoplazma* (citoplazma nervnog vlakna) elektrolit, ona *ne provodi električni impuls* (ima vrlo veliku specifičnu električnu otpornost $\sim 0,1 - 1 \Omega\text{m}$, pa bi u takvoj sredini električni signal imao velike gubitke) – već se *provodenje* odigrava *duž ćelijske membrane!* Brzina prostiranja impulsa je $\sim 1-100 \text{ m/s}$: ona je manja za nemielinizirane aksone, a veća za mielinizirane aksone.

Prostiranje nervnog impulsa određeno je *izmenom stanja membrane* aksona pri njenoj stimulaciji. Kako je već rečeno u Od. 3.1, u *stanju mirovanja* ćelijske membrane (kao rezultat aktivnog i pasivnog membranskog transporta jona) postoji višak jona K^+ u citoplazmi (aksoplazmi), dok višak jona Na^+ postoji izvan ćelije, usled čega je ćelijska membrana **polarizovana**. Pri *stimulaciji membrane akcionim potencijalom*, najpre se *povećava* njena *propustljivost za Na^+ -jone* (oko 500 puta!), koji *ulaze u akson* – zbog čega *unutrašnja površina membrane* menja znak svog naelektrisanja od negativnog u pozitivni, čime je ostvarena **depolarizacija membrane!** To dovodi do preraspodele naelektrisanja sa spoljašnje i unutrašnje strane membrane aksona – i prostiranja impulsa duž aksona (v. Sl. 3.9). Istovremeno, tokom generacije impulsa otvara se K^+ -kanal, usled čega K^+ -joni izlaze van membrane, što dovodi do uspostavljanja negativnog naelektrisanja na unutrašnjoj strani membrane, odnosno *povratka potencijala mirovanja* – dolazi do **repolarizacije membrane!** Posle *prolaska refraktivnog perioda* (trajanja nekoliko milisekundi), membrana aksona ponovo stiće sposobnost predaje novog impulsa (Sl. 3.9).

Prostiranje impulsa u *mieliniziranom vlaknu* je skokovito (v. Sl. 3.10), od jednog do drugog Ravnijeovog suženja, jer se Na^+ - i K^+ -kanali otvaraju i zatvaraju samo na mestima tih suženja, pošto su mielinizirani delovi dobro izolovani. Veća brzina prolaska impulsa kroz mielinizirano vlakno posledica je vrlo male kapacitivnosti mielinskog omotača!



SLIKA 3.9 Prostiranje nervnog impulsa praćeno je izmenom jonske propustljivosti membrane aksona.



SLIKA 3.10 Šema skokovitog prostiranja nervnog impulsa između Ravnijeovih suženja (Rs) duž mielinizirane membrane (m) koja okružuje aksoplazmu (a) aksonskog nastavka.

Prostiranje nervnog impulsa prvi su teorijski modelirali nobelovci Hodžkin i Haksli (1952), predloživši fenomenološku teoriju baziranu na nekoliko parametara, koji su određivani na osnovu eksperimentalno snimljenih volt-ampernih karakteristika nervnog vlakna. Tako dobijena Hodžkin-Hakslijeva jednačina omogućila je određivanje brzine prostiranja nervnog impulsa, kao i njegove vremenske promene – u dobroj saglasnosti sa eksperimentom.

Kasnija teorijska istraživanja su uprostila problem, i pokazala da je *brzina prostiranja nervnog impulsa nezavisna od forme impulsa*, i da je određena samo električnim i geometrijskim parametrima aksona! U Zad. 3.3 je sprovedena analiza prostiranja impulsa duž membrane aksona, gde je izvedena *difuziona jednačina za transmembranski potencijal* (odnosno, membransku razliku potencijala, $U \equiv \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_3$):

$$\lambda^2 \frac{d^2U(\xi)}{d\xi^2} + v\tau \frac{dU(\xi)}{d\xi} - U(\xi) = \frac{\lambda^2 I_s}{\pi r_1^2 \sigma_1 \Delta z}, \quad (3.4)$$

u kojoj je koordinata $\xi \equiv x - vt$ (gde je v - *brzina prostiranja impulsa* (akcionog potencijala)), $I_s/\Delta z$ - podužna struja injektovana u akson (kao rezultat akcionog potencijala pobudnog impulsa), σ_1 - specifična električna provodnost aksoplazme (citoplazme aksona), r_1 - poluprečnik aksonskog vlakna, λ^2 - prostorna konstanta određena električnim i geometrijskim karakteristikama aksona i okoline nervnog vlakna (v. Sl. 3.11),

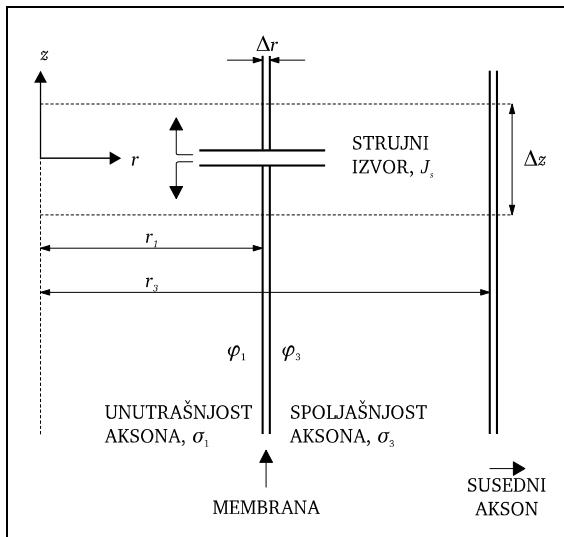
$$\lambda^2 = \frac{r_1 \Delta r \left(\frac{r_3^2}{r_1^2} - 1 \right) \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}{2 \left(\frac{r_3^2}{r_1^2} - 1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)}, \quad (3.5)$$

a τ - vremenska konstanta membrane,

$$\tau = \frac{\epsilon_o \epsilon_{r2}}{\sigma_2}, \quad (3.6)$$

(gde je ϵ_{r2} - relativna dielektrična propustljivost, a σ_2 - specifična električna provodnost membrane).

Vremenska konstanta (τ) je vreme potrebno da se akcioni potencijal rasprostre (difunduje) duž aksijalnih dimenzija do postizanja potencijala mirovanja ($\tau \sim 1 - 30$ ms), dok je *prostorna konstanta* (λ) rastojanje duž aksona koje ispoljava značajnu izmenu u potencijalu mirovanja pod uticajem spoljašnjeg stimulusa, odnosno akcionog potencijala ($\lambda \sim 1$ mm za nemielinizirane dugačke nerve, a $\lambda \sim 1$ cm za mielinizirana vlakna).



SLIKA 3.11 Cilindrična geometrija aksona. Strujni izvor perturbuje ravnotežnu membransku razliku potencijala ($U \equiv \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_3$). Ako je strujni izvor vremenski konstantan, transmembranski potencijal će dostići novu ravnotežnu vrednost prema (3.6); ili, ako se strujni izvor isključi, U će se vratiti na prethodnu ravnotežnu vrednost, takođe prema (3.6).

3.3 ZADACI

- 3.1 Izvesti izraz za potencijal mirovanja membrane za slučaj tri vrste jona: K^+ , Na^+ i Cl^- (Hodžkin-Kacova formula (3.1)).

Rešenje:

Gustine struja jona K^+ , Na^+ i Cl^- , koncentracija (izraženih u mol/l) C_{K^+} , C_{Na^+} , C_{Cl^-} , predstavljaju sumu driftovske komponente (srazmerne gradijentu potencijala na membrani $\Delta\varphi/\Delta x$) i difuzione komponente (srazmerne gradijentu koncentracije dC/dx):

$$\begin{aligned} J_{K^+} &= F C_{K^+} \mu_{K^+} \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} - RT \mu_{K^+} \frac{dC_{K^+}}{dx}, \\ J_{Na^+} &= F C_{Na^+} \mu_{Na^+} \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} - RT \mu_{Na^+} \frac{dC_{Na^+}}{dx}, \\ J_{Cl^-} &= FC_{Cl^-} \mu_{Cl^-} \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} + RT \mu_{Cl^-} \frac{dC_{Cl^-}}{dx}; \end{aligned} \quad (1)$$

(S obzirom da su koncentracije C izražene u mol/l, izrazi tipa $eN\mu\Delta\phi/\Delta x$ postaju $FC\mu\Delta\phi/\Delta x$, gde je $F = 96.500$ C - nanelektrisanje jednog mola jednovalentnih jona K^+ , Na^+ i Cl^- ; takođe, izrazi tipa $\mp eDdN/dx$ postaju, saglasno Ajnštajnovoj formuli ($eD = RT\mu/N_A$) i relaciji između koncentracija ($N = N_A C$), $\mp RT\mu dC/dx$; tu je T - apsolutna temperatura, R - gasna konstanta, N_A - Avogadrov broj, D - koeficijent difuzije i μ - pokretljivost jona.)

Tretirajući izraze (1) kao nehomogene linearne diferencijalne jednačine prvog reda sa konstantnim koeficijentima, rešenje prve od njih potražićemo u obliku superpozicije homogenog i partikularnog rešenja:

$$C_{K^+}(x) = C_{K^+(h)}(x) + C_{K^+(p)} = A e^{\frac{F\Delta\phi}{RT\Delta x}} + B, \quad (2)$$

pri čemu se konstante A i B određuju iz početnih uslova

$$\begin{aligned} C_{K^+}(0) &= A + B = C_{K^+}^e, \\ C_{K^+}(\Delta x) &= A e^{\frac{F\Delta\phi}{RT}} + B = C_{K^+}^i. \end{aligned} \quad (3)$$

Iz (3) se dobijaju konstante integracije:

$$\begin{aligned} A &= \frac{C_{K^+}^i - C_{K^+}^e}{e^{\frac{F\Delta\phi}{kT}} - 1}; \\ B &= C_{K^+}^e - \frac{C_{K^+}^i - C_{K^+}^e}{e^{\frac{F\Delta\phi}{RT}} - 1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Stavljujući, dalje, da je $J_{K^+} \equiv J_{K^+}(\Delta x)$, kombinovanjem (1) – (4) dobija se

$$\begin{aligned} J_{K^+} &\equiv J_{K^+}(\Delta x) = F C_{K^+}^i \mu_{K^+} \frac{\Delta\phi}{\Delta x} - RT\mu_{K^+} \frac{C_{K^+}^i - C_{K^+}^e}{e^{\frac{F\Delta\phi}{RT}} - 1} \frac{F\Delta\phi}{RT\Delta x} e^{\frac{F\Delta\phi}{RT}} = \\ &= \frac{\mu_{K^+} F\Delta\phi C_{K^+}^e - C_{K^+}^i e^{\frac{F\Delta\phi}{RT}}}{\Delta x} \frac{1 - e^{-\frac{F\Delta\phi}{RT}}}{1 - e^{\frac{F\Delta\phi}{RT}}}. \end{aligned}$$

Uvođenjem koeficijenta propustljivosti membrane za K^+ -jone u obliku

$$P_{K^+} \equiv \frac{D_{K^+}}{\Delta x} = \frac{RT\mu_{K^+}}{F\Delta\varphi}, \quad (5)$$

prethodni izraz za J_{K^+} postaje

$$J_{K^+} = \frac{P_{K^+} F^2 \Delta\varphi C_{K^+}^e - C_{K^+}^i e^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}{RT} \frac{1 - e^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}{1 - e^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}; \quad (6)$$

analogni izrazi dobijaju se za J_{Na^+} i J_{Cl^-} :

$$J_{Na^+} = \frac{P_{Na^+} F^2 \Delta\varphi C_{Na^+}^e - C_{Na^+}^i e^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}{RT} \frac{1 - e^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}{1 - e^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}, \quad (7)$$

$$J_{Cl^-} = \frac{P_{Cl^-} F^2 \Delta\varphi C_{Cl^-}^i - C_{Cl^-}^e e^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}{RT} \frac{1 - e^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}{1 - e^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}. \quad (8)$$

Ukupna gustina struje jednaka je sumi gustina (6)–(8):

$$J = J_{K^+} + J_{Na^+} + J_{Cl^-} = \frac{P_{K^+} F^2 \Delta\varphi m - ne^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}{RT} \frac{1 - e^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}{1 - e^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}}, \quad (9)$$

gde je

$$m \equiv C_{K^+}^e + \frac{P_{Na^+}}{P_{K^+}} C_{Na^+}^e + \frac{P_{Cl^-}}{P_{K^+}} C_{Cl^-}^i, \quad (10)$$

$$n \equiv C_{K^+}^i + \frac{P_{Na^+}}{P_{K^+}} C_{Na^+}^i + \frac{P_{Cl^-}}{P_{K^+}} C_{Cl^-}^e. \quad (11)$$

U ravnotežnom stanju su difuzione i driftovske komponente jonskih struja kroz membranu kompenzirane, pa ukupna gustina jonske struje kroz membranu iščezava ($J = 0$). U tom slučaju iz (9) sledi

$$m \approx ne^{-\frac{F\Delta\varphi}{RT}}, \quad (12)$$

odakle se dobija *Hodžkin-Kacova formula*

$$\Delta\varphi = \frac{RT}{F} \ln \frac{n}{m} = \frac{RT}{F} \ln \frac{P_{K^+} C_{K^+}^i + P_{Na^+} C_{Na^+}^i + P_{Cl^-} C_{Cl^-}^e}{P_{K^+} C_{K^+}^e + P_{Na^+} C_{Na^+}^e + P_{Cl^-} C_{Cl^-}^i}. \quad (13)$$

- 3.2 Razmotriti konjugaciju procesa jonske izmene K^+ i Na^+ sa hemijskim procesom fosforilizacije i defosforilizacije prenosnika (fermenta K, Na -aktivirajuće ATP-aze), za "natrijumovu pumpu" (v. Sl. 3.6).

Rešenje:

U stacionarnom stanju je (v. Sl. 3.6)

$$\begin{aligned}\frac{dC_{CK^i}}{dt} &= -J_{hem}^i + J_{CK} = 0, \\ \frac{dC_{CK^e}}{dt} &= J_{hem}^e - J_{CK} = 0,\end{aligned}$$

tj.

$$J_{hem}^e = J_{hem}^i = J_{CK}. \quad (1)$$

Takođe je

$$\begin{aligned}\frac{dC_{CFNa^i}}{dt} &= J_{izm}^i - J_{CFNa} = 0, \\ \frac{dC_{CFNa^e}}{dt} &= J_{CFNa}^e - J_{izm}^e = 0,\end{aligned}$$

tj.

$$J_{izm}^i = J_{izm}^e = J_{CFNa}, \quad (2)$$

i

$$\begin{aligned}\frac{dC_{CFK^i}}{dt} &= J_{hem}^i - J_{izm}^i - J_{CFK} = 0, \\ \frac{dC_{CFK^e}}{dt} &= J_{CFK} + J_{izm}^e - J_{hem}^e = 0,\end{aligned}$$

tj.

$$J_{CFK} = J_{hem}^i - J_{izm}^i = J_{hem}^e - J_{izm}^e. \quad (3)$$

Funkcija disipacije ima oblik

$$\begin{aligned} \sigma = J_{CK} \frac{\Delta\mu_{CK}}{T} + J_{hem}^i \frac{\mathcal{A}_{hem}^i}{T} + J_{hem}^e \frac{\mathcal{A}_{hem}^e}{T} + J_{CFK} \frac{\Delta\mu_{CFK}}{T} + \\ + J_{CFNa} \frac{\Delta\mu_{CFNa}}{T} + J_{izm}^i \frac{\mathcal{A}_{izm}^i}{T} + J_{izm}^e \frac{\mathcal{A}_{izm}^e}{T}, \end{aligned} \quad (4)$$

gde je

$$\begin{aligned} \Delta\mu_{CK} &= \mu_{CK}^e - \mu_{CK}^i, \\ \Delta\mu_{CFK} &= \mu_{CFK}^i - \mu_{CFK}^e, \\ \Delta\mu_{CFNa} &= \mu_{CFNa}^i - \mu_{CFNa}^e, \\ \mathcal{A}_{hem}^i &= \mu_{ATF} + \mu_{CK}^i - \mu_{ADF} - \mu_{CFK}^i, \\ \mathcal{A}_{hem}^e &= \mu_{CFK}^e + \mu_{H_2O} - \mu_{CK}^e - \mu_{H_3PO_4}, \\ \mathcal{A}_{izm}^i &= \mu_{CFK}^i + \mu_{Na}^i - \mu_{CFNa}^i - \mu_K^i, \\ \mathcal{A}_{izm}^e &= \mu_{CFNa}^e + \mu_K^e - \mu_{CFK}^e - \mu_{Na}^e. \end{aligned} \quad (5)$$

Kombinujući (1)–(5), funkcija disipacije može se dobiti u preuređenom obliku:

$$\begin{aligned} T\sigma = J_{hem} (\mu_{ATF} + \mu_{H_2O} - \mu_{ADF} - \mu_{H_3PO_4}) + J_{izm} [(\mu_{Na}^i - \mu_{Na}^e) - (\mu_K^i - \mu_K^e)] = \\ = J_{hem} \mathcal{A}_{hem} + J_{izm} \mathcal{A}_{izm}. \end{aligned} \quad (6)$$

Koeficijent jonske izmene (konstanta ravnoteže) jednak je

$$K = \frac{C_K^i C_{Na}^e}{C_K^e C_{Na}^i}. \quad (7)$$

Fenomenološke linearne relacije imaju oblik

$$\begin{aligned} J_{izm} &= L_{11} \mathcal{A}_{izm} / T + L_{12} \mathcal{A}_{hem} / T, \\ J_{hem} &= L_{12} \mathcal{A}_{izm} / T + L_{22} \mathcal{A}_{hem} / T. \end{aligned} \quad (8)$$

U stacionarnom stanju, uzimajući da je masa sistema konstantna ($J_{izm}=0$), sledi da je (v. izraze (2.14-15))

$$\mathcal{A}_{izm} = -RT \ln K = -\frac{L_{12}}{L_{11}} \mathcal{A}_{hem}, \quad (9)$$

odnosno, koeficijent jonske izmene (7) može se napisati u obliku

$$K = e^{\frac{L_{12} \mathcal{A}_{hem}}{L_{11} RT}} \neq 1, \quad (10)$$

odakle se vidi da se, zahvaljujući konjugaciji sa hemijskim ciklusom ($A_{izm} \neq 0$), pojavljuje razlika koncentracija jona Na^+ i K^+ unutar i izvan ćelije, čime je ostvarena *indirektna konjugacija* transportnog procesa jonske izmene K^+ i Na^+ , i hemijskog procesa fosforilizacije i defosforilizacije fermenta K,Na -aktivirajuće ATF-aze – kod "natrijumove pumpe"!

3.3 Izvesti difuzionu jednačinu (3.6) za transmembranski potencijal aksona.

Rešenje:

Posmatraćemo aksonski nastavak neurona cilindrične geometrije, poluprečnika r_1 , sa membranom debljine Δr , okružen susednim aksonima na rastojanju r_3 , kako je to prikazano na Sl. 3.11. Smatraćemo da je vanćelijska struja, kao rezultat aktivnosti susednih aksona, usmerena aksijalno (u pravcu z -ose), i da je uniformna u prostoru između ćelija (odnosno, aksona); isto se odnosi i na struju unutar aksona. Konačno, smatra se da je početni stimulus (strujni izvor gustine J_S , kao posledica akcionog potencijala) radikalno simetričan, u odnosu na kružni poprečni presek aksona.

Polazeći od Maksvelove jednačine

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{a}} \quad (1)$$

i korišćenjem identiteta $\nabla(\nabla \times \mathbf{H}) \equiv 0$, dobija se

$$\nabla \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{a}} \right) = 0. \quad (2)$$

Zamenom relacija $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}$ i $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}_S$ (gde su ϵ_r i σ - relativna dielektrična propustljivost i specifična električna provodnost sredine, respektivno) u izraz (2), dobija se

$$\nabla \left(\sigma \mathbf{E} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{a}} \right) = -\nabla \cdot \mathbf{J}_S. \quad (3)$$

Relacija (3) biće integraljena po cilindričnoj zapremini V (površine S), uz korišćenje Stoksove teoreme, posle čega se dobija

$$\int_V \nabla \left(\sigma E + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial E}{\partial r} \right) dV \equiv \oint_S \left(\sigma E + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial E}{\partial r} \right) dS = -I_s \quad (4)$$

gde je I_s - ukupna struja injektovana u akson (kao rezultat aktivacionog potencijala pobudnog impulsa).

Prvo ćemo izabrati cilindričnu zapreminu unutarćelijskog fluida poluprečnika $r_1 + \Delta r/2$ i visine Δz (v. Sl. 3.11). Smatrajući da je $J_{1z} = \sigma_1 E_{1z}$ približno konstantno duž prečnika cilindra, kao i da su vremenske promene aksijalnih komponenti električnog polja jednake, $(\partial E_{1z}/\partial t)_{z+\Delta z} = (\partial E_{1z}/\partial t)_z$, iz (4) se dobija

$$\sigma_1 [(E_{1z})_{z+\Delta z} - (E_{1z})_z] \pi r_1^2 + (2\pi r_1 \Delta z) \left[\sigma_2 E_{2r} + \varepsilon_0 \varepsilon_{r_2} \frac{\partial E_{2r}}{\partial r} \right]_{r_1 + \frac{\Delta r}{2}} = -I_s, \quad (5)$$

gde su aksijalne i radikalne komponente električnog polja označene sa E_z i E_r , respektivno, u oblastima označenim indeksom 1 (unutar aksona, E_1) i 2 (unutar membrane, E_2).

Potom ćemo izabrati oblast integracije po vanćelijskom fluidu, između koncentričnih površina, $r_1 + \Delta r/2 \leq r \leq r_3$, visine Δz . Uzima se da je $J_{3z} = \sigma_3 E_{3z}$ približno konstantno duž prečnika šupljeg cilindra (cevi), kao i da nema strujnih izvora J_s u susednim aksonima: oni su nepobudeni akcionim potencijalom, odnosno može se uzeti da su unutar membrane susednih aksona uravnotežene konduktione i kapacitivne struje,

$$\left[\sigma_3 E_{3r} + \varepsilon_0 \varepsilon_{r_3} \frac{\partial E_{3r}}{\partial r} \right]_{r_3} = 0.$$

Smatrajući, kao i prethodno, da je $(\partial E_{3z}/\partial t)_{z+\Delta z} = (\partial E_{3z}/\partial t)_z$, iz (4) se dobija

$$\sigma_3 [(E_{3z})_{z+\Delta z} - (E_{3z})_z] \pi (r_3^2 - r_1^2) - (2\pi r_1 \Delta z) \left[\sigma_2 E_{2r} + \varepsilon_0 \varepsilon_{r_2} \frac{\partial E_{2r}}{\partial r} \right]_{r_1 + \frac{\Delta r}{2}} = 0. \quad (6)$$

Oduzimanjem (6) od (5), dobija se

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta z} [(E_{1z} - E_{3z})_{z+\Delta z} - (E_{1z} - E_{3z})_z] + \\ & + 2 \left[\frac{1}{r_1 \sigma_1} + \frac{r_1}{(r_3^2 - r_1^2) \sigma_3} \right] \left[\sigma_2 E_{2r} + \varepsilon_0 \varepsilon_{r_2} \frac{\partial E_{2r}}{\partial r} \right]_{r_1 + \frac{\Delta r}{2}} = -\frac{I_s}{\pi r_1^2 \sigma_1 \Delta z}. \end{aligned} \quad (7)$$

Uvodeći potencijalnu razliku na membrani aksona (transmembranski potencijal),

$$U \sim \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_3, \quad (8)$$

kao i oznake

$$\begin{aligned} E_{1z} &\equiv -\frac{\partial\varphi_1}{\partial z}, \\ E_{3z} &\equiv -\frac{\partial\varphi_3}{\partial z}, \\ (E_{2r})_{r_1+\frac{\Delta r}{2}} &\equiv -\left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial r}\right)_{r_1+\frac{\Delta r}{2}} \approx \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{\Delta r} \equiv \frac{U}{\Delta r}, \end{aligned} \quad (9)$$

(gde je u gornjoj relaciji uzeto da je membrana veoma tanka), pri $\Delta z \rightarrow 0$ izraz (7) postaje

$$-\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + 2\left[\frac{1}{r_1\sigma_1} + \frac{r_1}{(r_3^2 - r_1^2)\sigma_3}\right] \left[\frac{\sigma_2}{\Delta r} U + \frac{\epsilon_0\epsilon_{r2}}{\Delta r} \frac{\partial U}{\partial r} \right] = -\frac{I_s}{\pi r_1^2 \sigma_1 \Delta z}, \quad (10)$$

koji posle preuređivanja dobija oblik

$$\lambda^2 \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \tau \frac{\partial U}{\partial r} - U = \frac{\lambda^2 I_s}{\pi r_1^2 \sigma_1 \Delta z}. \quad (11)$$

Izraz (11) predstavlja *difuzionu jednačinu za transmembranski potencijal* ($U \equiv \Delta\varphi$), u kojoj je

$$\lambda^2 = \frac{r_1 \Delta r \left(\frac{r_3^2}{r_1^2} - 1 \right) \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}{2 \left(\frac{r_3^2}{r_1^2} - 1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)} \quad (12)$$

prostorna konstanta, određena električnim i geometrijskim karakteristikama aksona i okoline nervnog vlakna, a

$$\tau = \frac{\epsilon_0\epsilon_{r2}}{\sigma_2} \quad (13)$$

vremenska konstanta membrane (koja se može transformisati u relaciju

$$\tau = \frac{C_2 \frac{\Delta r}{S_2}}{\frac{\Delta r}{S_2 R_2}} = C_2 R_2,$$

gde su C_2 i R_2 kapacitivnost i radijalna otpornost membrane). Vremenska konstanta τ predstavlja vreme potrebno da se akcioni potencijal raspostre (difunduje) duž aksijalnih dimenzija do postizanja potencijala mirovanja. Ovo vreme relaksacije može varirati od 1 do 30 ms, zavisno od stepena provodnosti membrane. Prostorna konstanta λ predstavlja, grubo, rastojanje duž ose aksona, koje ispoljava značajnu izmenu u potencijalu mirovanja pod uticajem spoljašnjeg stimulusa (akcionog potencijala). Tipično je $\lambda \sim 1$ mm za nemielinizirane dugačke nerve, dok je ~ 1 cm za mielinizirana vlakna.

Uvođenjem koordinate $\xi = z - vt$, gde je v - brzina prostiranja nervnog impulsa, difuziona jednačina (11) može se prepisati u obliku

$$\lambda^2 \frac{\partial^2 U(\xi)}{\partial \xi^2} + v\tau \frac{\partial U(\xi)}{\partial \xi} - U(\xi) = \frac{\lambda^2 I_s}{\pi r_1^2 \sigma_1 \Delta z}. \quad (14)$$

Analizom rešenja difuzione jednačine (14), može se pokazati da brzina v prostiranja impulsa duž membrane aksona ne zavisi od forme početnog impulsa I_s (pravougaonog, sinusoidalnog, ...). Brzina prostiranja impulsa duž nemieliniziranog vlakna sipe je $v \sim 20$ m/s, sa odličnom saglasnošću teorije i eksperimenta.

3.4 DOPUNSKA LITERATURA

1. M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika, Tom II Obschaya biofizika* (Nauka, Moskva, 1975); M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika* (Nauka, Moskva, 1981), Gl. 10-11; A.L. Hodgkin, A. F. Huxley, A quantitative description of membrane current and its application to conductance and excitation in nerve, *J. Physiol.* 117 (1952) 500-544; R. Plonsey, *Bioelectric Phenomena* (McGraw-Hill, New York, 1969); V. S. Markin, V. F. Pastušenko, Y. A. Chizmadzev, Fizika nervnog impulsa, *Usp. fiz. nauk* 123 (1977) 289-332; E. R. Kandel, J. H. Schwartz, T. M. Jessell (eds.), *Principles of Neural Science* (Elsevier, New York, 2000), Ch. 9; osnovna literatura iz (bio)fizike membrane i prostiranja nervnog impulsa.
2. D. Raković, *Osnovi biofizike* (Grosknjiga, Beograd, 1994; 1995), Gl. 3; D. Raković, D. Đorđević, Ionic channels, in M. Akay (ed-in-chief), *Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering* (John Wiley & Sons, New York, 2006); D. Raković, D. Uskoković (eds.), *Biomaterijali* (Institut tehničkih nauka SANU & MRS Srbije, Beograd, 2008), Gl. 2; (ko)autorska literatura iz (bio)fizike membrane i prostiranja nervnog impulsa.

Glava 4 BIOMEHANIČKI PROCESI

Život je nemoguć bez *mehaničkog kretanja*. Ćelije i organizmi vrše *mehanički rad*, krećući se kao celina ili premeštajući svoje funkcionalne delove u polju zemljine teže, savlađujući otpor vazdušne i vodene sredine itd. Mehanički rad se vrši u izoternim i izobarskim uslovima ($T, p = const$), zbog čega se rad ne vrši na *račun toplotne*, već *hemijske energije*. Izvor hemijske energije za ove procese je *hidroliza ATF-a*, koja je *sregnuta sa konformacionim promenama proteina* – fermentata! Dakle, radni delovi mehanohemijskih sistema u živim organizmima su proteini, i to *fibrilarni (miozin i aktin)*! Fibrilarni蛋白 obrazuju nadmolekularne, makroskopske sisteme – *mišiće*, koji ostvaruju mehaničko kretanje i vrše *rad na račun slobodne energije fermentativne reakcije!*

U procesu kretanja (*lokomotorni procesi*) značajnu ulogu igraju ne samo *mišići*, već i *kosti i tetive*. Osim toga, biomehanički aspekti su značajni i za razumevanje *osteogeneze* (uobičavanja kostiju tokom razvoja organizma) i *frakture* kostiju.

Značajan biomehanički aspekt predstavljaju i *kardiovaskularni procesi* u srcu i *krvnim sudovima*, pri proticanju životno važnog fluida, *krvi*.

Konačno, primena *biomaterijala* je sve značajnija, kako u *implantiranim napravama* (veštački zglobovi, koštani i zubni implantati, srčani zalisci, delovi krvnih sudova, rekonstruktivna meka tkiva, kontaktna sočiva, veštačka krv) tako i u *hirurškom priboru* (konci, konektori, kese, kutije i kućišta, zaštitne prevlake, tkivni adhezivi), gde se pored *biomehaničkih* postavljaju prevashodno zahtevi *biokompatibilnosti* materijala i tkiva.

4.1 BIOFIZIKA MIŠIĆNIH KONTRAKCIJA

Mehanohemijski proces može se vršiti *mašinom sa kružnim ciklusom*, prelaskom radnog tela od jednog hemijskog potencijala ka drugom, sa istovremenim vršenjem rada u spolašnjoj sredini. Takva mašina, odnosno radno telo, može biti i *biopolimerno proteinsko vlakno*, čija se *dužina menja usled fermentativne reakcije!*

Varijacija slobodne energije (δG) proteinskog vlakna dužine l , koje pri kontrakciji (δl) deluje na neko opterećenje silom f , jednak je promeni hemijske energije sistema ($\sum_{\gamma} \mu_{\gamma} \delta n_{\gamma}$; μ_{γ} - je hemijski potencijal, a n_{γ} - broj molova reagenta γ)

$$\delta G = \sum_{\gamma} \mu_{\gamma} \delta n_{\gamma} = -\mathcal{A} \delta \xi = f \delta l, \quad (4.1)$$

gde su korišćeni izrazi (2.12) i (2.14), za koordinatu reakcije (ξ) i srodstvo (\mathcal{A}).

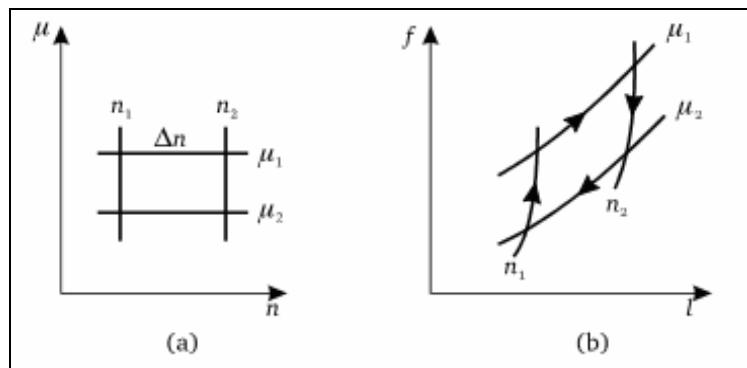
Mehanički rad ostvaren kontrakcijom proteinskog vlakna u kružnom hemijskom ciklusu, prikazanom na Sl. 4.1, jednak je u idealnom slučaju

$$A = \oint f dl = \oint \mu dn = (\mu_1 - \mu_2) \Delta n. \quad (4.2)$$

Realno se uvek jedan deo hemijske energije gubi i na toplotu (Q), tako da je *koeficijent korisnog dejstva* realnog mehanohemijskog ciklusa

$$\eta = \frac{\oint f dl}{\oint \mu dn} = \frac{\oint f dl}{\oint f dl + Q} = \frac{A}{A + Q} < 1. \quad (4.3)$$

Koeficijent mehanohemijskog iskorišćenja dostiže i do 75%, zavisno od biološke vrste.



SLIKA 4.1 Šematski prikaz jednokomponentnog mehanohemijskog ciklusa u dve ravni: (a) hemijski potencijal – broj molova fermenta; (b) sila – dužina fermentativnog vlakna.

Relacija (4.1) određuje izraze za unutrašnju mehanohemijsku силу (f) и сродство (\mathcal{A}) у изотермним и изобарским условима биофизичког система:

$$f = \left(\frac{\partial G}{\partial l} \right)_{\xi, p, T}, \quad (4.4)$$

$$\mathcal{A} = - \left(\frac{\partial G}{\partial \xi} \right)_{l, p, T}.$$

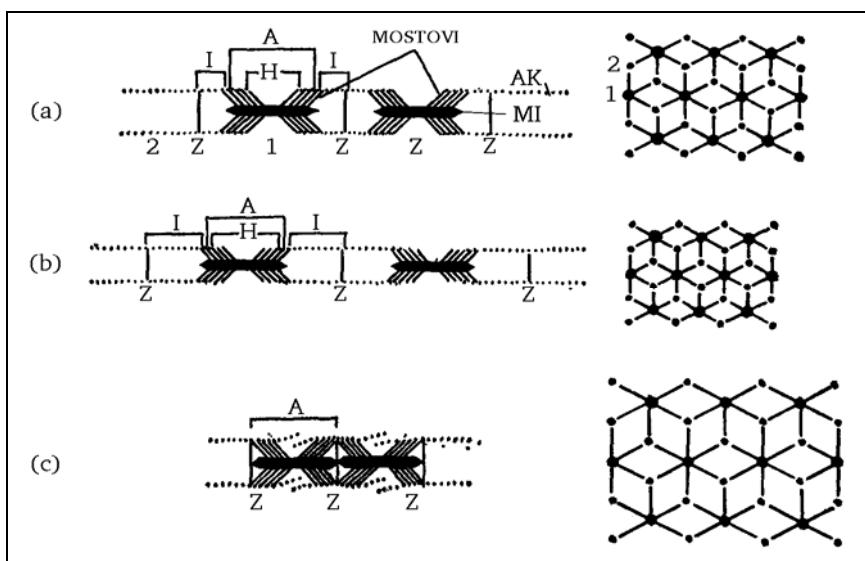
Iz (4.4) odmah se dobija da je

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \xi} \right)_l = - \left(\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial l} \right)_{\xi} \quad (4.5)$$

odakle se vidi da ako unutrašnja mehanohemijska sila (f) zavisi od koordinate reakcije (ξ), to srodstvo (\mathcal{A}) zavisi od dužine proteinskog kontraktilnog vlakna (l). Pošto je $\mathcal{A} = -\sum_{\gamma} V_{\gamma} \mu_{\gamma}$, to znači i da se zaista *pri kontrakciji* proteinskog vlakna menja hemijska energija sistema!

Mišići imaju vlaknastu strukturu. *Mišično vlakno* (prečnika ~ 20 - 80 μm) okruženo je membranom, a u unutrašnjosti vlakna postoji 1000-2000 finijih vlakana – *miofibrila* (prečnika ~ 1 – 2 μm); sam miofibril se sastoji od niza proteinskih vlakana – *debelih* (sačinjenih od fibrilarnog proteina *miozina*, MI) i *tankih* (sačinjenih od dvospiralnog proteina *aktina*, AK).

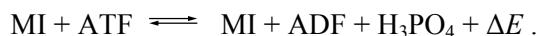
Elektronska mikroskopija pokazuje da se pri skupljanju mišića debele niti (oblast A na Sl. 4.2) kreću između tankih (oblast I na Sl. 4.2), zbog čega dolazi do deformacije tankih niti (Sl. 4.2c). U normalnom stanju mišića debele i tanke niti se tako prekrivaju da mogu da obrazuju sve moguće mostove (Sl. 4.2a), dok je pri maksimalnom rastezanju veza ostvarena preko krajnjih mostova (Sl. 4.2b). To je tzv. **klizni model mišića** (kojeg je predložio Haksli).



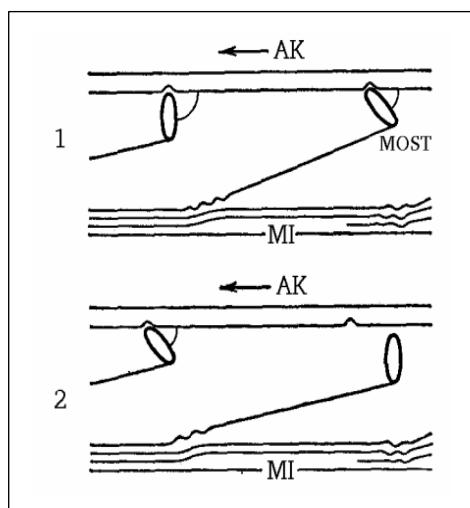
SLIKA 4.2 *Klizni model mišićnog vlakna:* (a) normalna struktura vlakna; (b) maksimalno rastegnuto vlakno; (c) maksimalno skupljeno vlakno. Desno su dati poprečni preseci mišićnog vlakna.

U kliznom modelu svaki most radi ciklički: most vuče ili gura aktin (AK) ka centru oblasti A na rastojanje $\sim 5 - 10$ nm, a zatim se otkačinje od aktina i prikačinje ponovo za aktin u njegovoj drugoj tački, koja se nalazila prethodno na većem rastojanju od centra A-oblasti. Dalje se ciklus ponavlja. Neprekidno kretanje aktinovih niti ostvaruje se kao rezultat asinhronog delovanja mostova. Same sile kojima mostovi deluju na aktinove niti posledica su *konformacionih prelaza*, kod kojih *glave mostova menjaju ugao* pod kojim su prikačene za aktinove niti (v. Sl. 4.3).

Energija potrebna za konformacione prelaze u mostovima miozina potiče od *fermentativne aktivnosti miozina* (MI) pri katalizi hidrolize ATF:



Aktivacija mišića je posledica delovanja na njega nervnog impulsa. Delovanje impulsa dovodi do *povećanja koncentracije Ca^{2+} -jona*, koji interaguju sa mišićnim vlaknom. *Relaksacija mišića* u početno stanje postiže se *smanjenjem koncentracije Ca^{2+} -jona* u okolini mišićnog vlakna. Eksperimenti su pokazali da Ca^{2+} -joni prevode tanke niti *aktina* u aktivno stanje za interakciju sa *miozinovim mostovima*!



SLIKA 4.3 *Izmena uglova između mostova i tanke aktinske niti: faze 1 i 2 prikazuju sukcesivne momente kretanja (AK - aktin; MI - miozin).*

Hakslijeva teorija je doživela nekoliko teorijskih modifikacija (Dešćerevski, 1968; Voljkenštejn, 1969), koje dovode do empirijske Hilove relacije (dobijene tokom višegodišnjih istraživanja):

$$(f + a)v = b(f_0 - f) , \quad (4.6)$$

gde je v - brzina kontrakcije niti, f_0 - aktivna sila jednog miozinovog mosta, f - spoljašnja sila (opterećenje) po jednom mostu, dok su a i b - konstante (v. Zad. 4.1).

Razmotrena teorija mišićne kontrakcije odnosi se na *stacionarnu* mišićnu kontrakciju, koja je u osnovi *plastičnog* karaktera. U *nestacionarnoj kontrakciji*, pojavljuju se i *elastična* svojstva mišića, koja pri brzom opterećenju dovode do *oscilacija* u mišiću. Ustanovljeno je da brze oscilacije krila kod insekata (~ 100 Hz) nisu inicirane sporijim promenama pobudnog električnog potencijala (~ 3 Hz) – već su posledica *samooskulacija*, koje ne zavise od početnih uslova i pojavljuju se u nelinearnim sistemima!

Pored mišićne kontrakcije, koja je najbolje proučeni *mehanohemijski* proces, postoje i mnogi drugi *srodni procesi u biologiji*: biljni pokreti; kretanje ćelija pomoću "treplji" i "bičeva"; sveukupnost kretanja u procesu ćelijске oplodnje i deobe; kretanje cito-plazme unutar ćelije nevezano za procese deobe; mehanohemijski procesi u membranama ćelija; kretanje ribozoma u odnosu na mRNK; mehanorecepција i akustična recepcija.

4.2 LOKOMOTORNI PROCESI

Lokomotorni sistem čoveka sačinjavaju poprečno-prugasti *skeletni mišići* (aktivni deo) i *kosti i zglobovi* (pasivni deo). Lokomotorni sistem omogućuje promenu položaja u prostoru.

Na čovečje telo deluju *spoljašnje sile* (gravitacione i druge) i *unutrašnje sile* (mišićne kontrakcije). Zato se *kosti* ponašaju po *zakonima poluge!* Zglobovi povezuju ovakve poluge u *sisteme*, omogućavajući im da vrše *rotaciona kretanja!*

Kosti se dele na *duge, kratke i pljosnate*.

Duge kosti u lokomotornom sistemu predstavljaju *poluge* pomoću kojih čovek ostvaruje određene *pokrete*. Primer duge kosti je butna kost. Svaka duga kost ima *telo i dva okrajka*, od kojih ovi poslednji ulaze u sastav zglobova i *prošireni* su radi *smanjenja pritiska i trenja u zglobu!* Na kostima (posebno dugim) postoje ispuštenja, za koja se preko *tetiva* pripajaju mišići.

Kratke kosti imaju relativno malu pokretljivost, ali su od značaja za kretanje, pošto su njihovi glavni predstavnici *kičmeni pršljenovi* i kratke kosti u sklopu *šake i stopala*.

Pljosnate kosti imaju uglavnom zaštitnu ulogu (kosti lobanje, karlice, ...) ili služe kao oslonac nekoj drugoj kosti (na primer, lopatica kao oslonac ramenjači).

Zglobovi predstavljaju *spoј dve* (ili više) *kosti*, od kojih je jedna obično ispuštena (*glava kosti*), a druga udubljena (*čašica*). Prema pokretljivosti dele se na *pokretne, polupokretne i nepokretne*.

U *pokretnom zgobu* se između dveju susednih kostiju nalazi *zgobna šupljina*, koja je ispunjena *zgobnom tečnošću* zbog podmazivanja površine zgoba, umanjujući time trenje između njih. Zglob je omotan *zgobnom čaurom*, koja obuhvata pored okrajaka kostiju i deo *zgobnih veza (ligamenata)*, koji učestvuju u realizaciji čvrstine zgoba. Pored ligamenata i čaure, čvrstinu zgoba obezbeđuju i mišići koji ga spolja obuhvataju!

Kod *polupokretnih zgoba* kosti su spojene međukoštanim vezama ili hrskavčavim koturom – kako su, na primer, spojeni susedni kičmeni pršljenovi.

Nepomični zgobi nisu od neposrednog interesa za lokomotorne funkcije.

Pokretni zgobi se prema karakteru **rotacije** mogu podeliti na *jednoosne, dvoosne i troosne*. Ako se pri kretanju zgoba predu njegove dozvoljene granice slobode, dolazi do pojave *iščašenja*.

Jednoosni zgobi (*cilindrični*, Sl. 4.4a) su najprostiji; primeri takvog zgoba su *zgob lakta i kolena*.

Dvoosni zgobi (*elipsoidni* ili *sedlasti*, Sl. 4.4b,c) imaju dva stepena rotacione slobode; primeri takvih zgoba su *zgob stopala i šake*.

Troosni zgobi (*kuglasti*, Sl. 4.4d) imaju sva tri stepena rotacione slobode; primeri su *zgob ramena i kuka*, koji imaju izuzetne pokretljivosti.

Mišići se dele na *poprečno-prugaste skeletne, poprečno-prugaste srčane i glatke mišiće unutrašnjih organa*.

Za *lokomotorne funkcije* su značajni samo *poprečno-prugasti skeletni mišići*, koji najčešće imaju *vretenast oblik*, čija suženja na krajevima prelaze u *tetive*, koje srastaju za kost i tako za nju pripajaju mišić! Većina mišića ima jednu tetivu, mada neki imaju i dve (dvoglavi mišići) ili tri tetive (troglavi mišići).

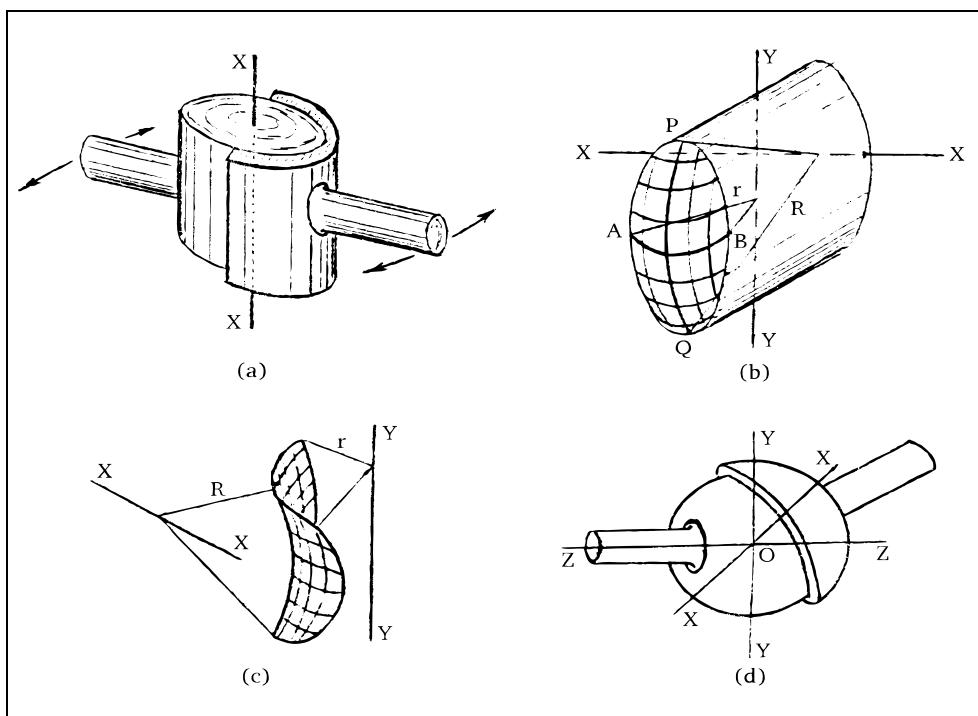
Mišić može delovati na kosti *statički* ili *dinamički*, pri čemu statičko delovanje može biti *aktivno* (suprotstavlja se spoljašnjoj sili aktivnim delovanjem) ili *pasivno* (maksimalno istegnut, suprotstavlja se spoljašnjoj sili elastičnom silom tkiva). Mišići se mogu skratiti ili izdužiti maksimalno 50% u odnosu na neaktivno stanje!

Za mišiće se definiše i *intenzitet mišićnog delovanja*, kao sila koju ispoljava jedinična površina fiziološkog preseka mišića (za vretenaste mišiće to je poprečni presek na najširem delu) u maksimalno skupljenom stanju. Intenzitet mišićnog delovanja varira od 6 do 14 kp/cm², a u proseku iznosi 10 kp/cm².¹ Tako, biceps

¹ 1 kp ≡ 9,81 N.

dobro treniranog sportiste, prečnika 8 cm, može podići težinu od 500 kp (odnosno masu od 500 kg)!

Ozbiljniji pristup *biomehaničkim modeliranjima solida* (kostiju i koštanih implantata, mišića i membrane) zahteva korišćenje mehanike neprekidnih sredina (kontinuuma) i primenu metode konačnih elemenata i osnovnih jednačina u linearnoj i nelinearnoj oblasti, što znatno prevazilazi okvire ovog udžbenika.



SLIKA 4.4 Šematski prikaz tipova pokretnih zglobova, prema karakteru rotacije: (a) jednoosni cilindrični; (b) dvoosni elipsoidni; (c) dvoosni sedlasti; (d) troosni kuglasti.

4.2.1 Poluge i sistemi poluga

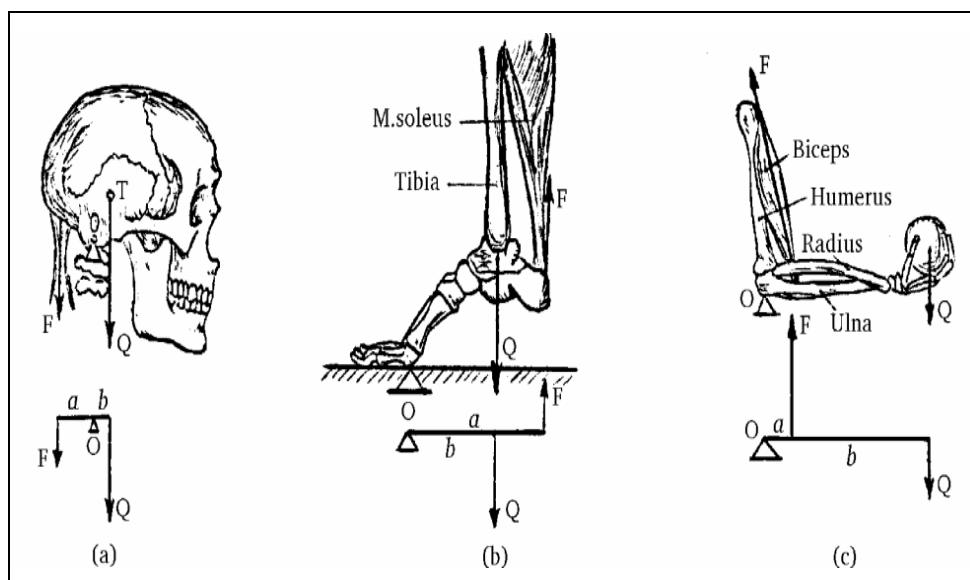
Kako je već rečeno, kosti se ponašaju po *zakonima poluge*, a zglobovi povezuju ovakve poluge u *sisteme poluga*, omogućujući im da vrše rotaciona kretanja.

Poluge se mogu klasifikovati na dva načina: (1) prema uzajamnom položaju napadnih tačaka dejstvujuće sile F , sile težine Q i oslonca O – na *poluge I, II i III vrste*; (2) prema vrednosti koeficijenta prenosa $k = Q/F$ – na *poluge sile* i *poluge brzine*!

Poluga I vrste ima oslonac između napadnih tačaka sila F i Q . Primer ove poluge je *čovekova glava* u normalnom položaju (Sl. 4.5a), gde sila F potiče od kontrakcije mišića pripojenih za potiljačnu kost lobanje. Zbog *velikog koeficijenta prenosa poluge* ($k = Q/F = a/b$; a i b - su kraci sile i težine poluge, respektivno), dovoljna je nekoliko puta manja sila F od sile težine Q da bi glava bila uravnotežena!

Poluga II vrste ima napadnu tačku tereta Q između oslonca O i napadne tačke aktivne sile F . Primer ove poluge je *stopalo čoveka izdignutog na prste* (Sl. 4.5b). Sila F je tu posledica delovanja velikog lisnatog mišića, dok sila tereta Q predstavlja polovinu telesne težine. Zbog *velikog koeficijenta prenosa* k , jasno je da ovde relativno mali mišići podižu čitavo telo!

Poluga III vrste ima napadnu tačku aktivne sile F između oslonca O i napadne tačke tereta Q . Primer ove poluge je *podlaktica čoveka* (Sl. 4.5c). Sila F je posledica kontrakcije dvoglavnog mišića (bicepsa), dok opterećenje Q može predstavljati predmet u šaci. Zbog *malog koeficijenta prenosa* ($k \sim 0,1$), a s obzirom da je aktivna sila bicepsa $F \sim 500$ kg, teret koji se može držati u šaci u ovom položaju ne može premašiti težinu $Q \sim 50$ kg!

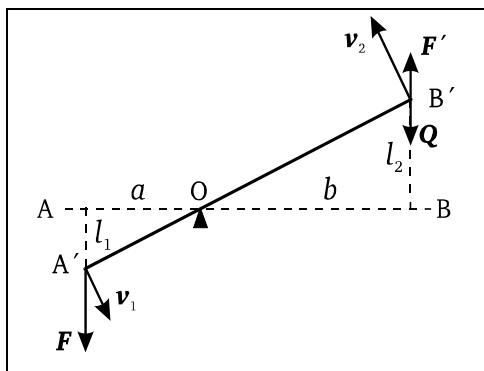


SLIKA 4.5. Primeri vrsta poluga prema uzajamnom položaju napadnih tačaka dejstvujuće sile F , sile težine Q i oslonca O : (a) čovekova glava kao poluga I vrste; (b) stopalo čoveka izdignutog na prste kao poluga II vrste; (c) podlaktica čoveka kao poluga III vrste.

Poluga I vrste je *dvokraka poluga*, dok su poluge II i III vrste *jednokrake poluge*, jer im se napadne tačke obeju sila nalaze s iste strane oslonca.

Poluga sile ima koeficijent prenosa $k = Q/F = a/b > 1$, odnosno *manja sila F uravnotežava ili diže veći teret Q*: time se raspoloživim telesnim silama podižu veliki tereti! Sve poluge II vrste su poluge sile, a i neke poluge I vrste to mogu biti.

Poluga brzine ima koeficijent prenosa $k = Q/F = a/b < 1$. Njen naziv postaje jasan iz sledećeg razmatranja (v. Sl. 4.6). Ako poluga nije u ravnoteži ona će početi da se obrće oko oslonca O, da bi posle vremena t zauzela ravnotežni položaj. Iz sličnosti trouglova je $l_1/l_2 = a/b$, odakle je $(l_1/t)/(l_2/t) \approx v_1/v_2 = a/b = k < 1$, odnosno *opterećeni deo poluge brže se obrće od dela na koji deluje aktivna sila*: time se raspoloživim telesnim silama vrše relativno *velika pomeranja tereta!* Sve poluge III vrste su poluge brzine, a i neke poluge I vrste to mogu biti.



SLIKA 4.6 Skica uz razmatranje poluge brzine.

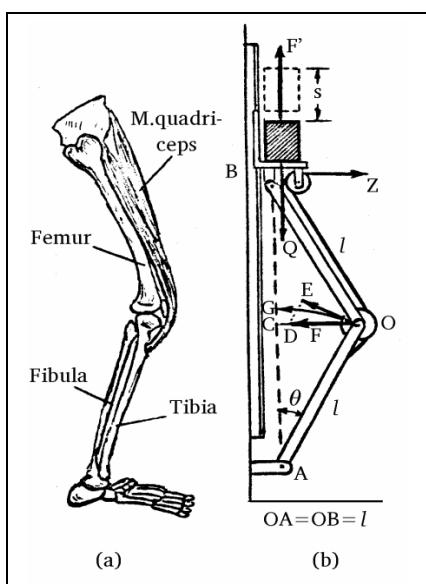
Pošto čovekov lokomotorni sistem ne zauzima stalan položaj u gravitacionom polju, svaka pojedina kost može menjati svoj karakter kao poluga!

Sistem poluga je niz od više zglobovima povezanih poluga, na čijim delovima dejstvuju sile. Dok se proste poluge koriste u telu za proizvođenje brzih pokreta i savlađivanje relativno malih tereta, za savlađivanje *velikih opterećenja* čovekov *lokomotorni sistem* deluje kao *sistem poluga!* Primer sistema poluga je dat na Sl. 4.7(a), gde se pri prelazu iz čučnja u stojeći stav nogu, previjena u kolenu, postupno ispravlja zahvaljujući kontrahovanju četvoroglavog mišića buta. Zato sistem poluga, koji čine natkolenica i potkolenica, savlađuje relativno veliki teret (težinu tela čoveka i dopunska opterećenja koja on nosi), vršeći pri tome rad.

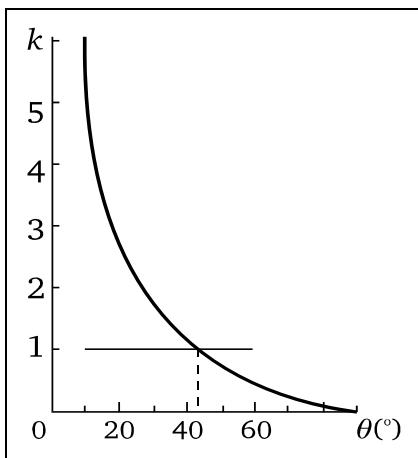
Analiza ovog sistema poluga sprovedena je na analognom fizičkom modelu (Sl. 4.7b) u Zad. 4.2, i dobijen je *koeficijent prenosa* sistema poluga

$$k = \frac{Q}{F} = \frac{\theta \cos \theta}{4 \sin^2 \frac{\theta}{2}}, \quad (4.7)$$

koji ne zavisi od dužine poluge l (θ - u radijanima)! Grafički prikaz zavisnosti $k(\theta)$ dat je na Sl. 4.8, odakle se vidi da je $k > 1$ za $\theta < 43,5^\circ$, i da koeficijent prenosa k naglo raste pri smanjenju θ . Dakle, za male uglove θ ovaj sistem poluga deluje kao veoma efikasna mašina, koja relativno malim silama podiže velike terete; slično, veoma velika sila razvija se u momentu direktnog udarca u boksu, u fazi potpunog ispruženja ruke! Međutim, za uglove $43,5^\circ < \theta < 90^\circ$ je $k < 1$, pa sistem dobija karakter poluge brzine, kod koje se raspoloživim telesnim silama vrše relativno velika pomeranja tereta!



SLIKA 4.7 Primer (a) noge savijene u kolenu, kao sistema poluga i (b) analiza ovog sistema poluga na analognom fizičkom modelu.



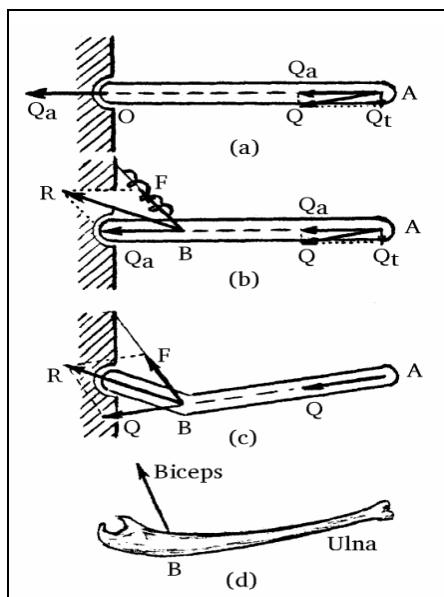
SLIKA 4.8 Prikaz zavisnosti koeficijenta prenosa k od ugla θ , za sistem poluga sa Sl. 4.7.

Ozbiljniji pristup biomehaničkom modeliranju lokomotornih procesa, zahteva korišćenje dinamike kinematičkih lanaca (sa primenom u protetskim pomagalima i robotici), ali to znatno prevazilazi okvire ovog udžbenika.

4.2.2 Biomehanički aspekti osteogeneze

Svaka kost je pokrivena kompaktnom *pokosnicom* (dok je unutrašnjost manje kompaktna), u kojoj se nalazi najveći deo mlađih ćelija (*osteoblasta*). One neprekidno stvaraju koštano tkivo i omogućuju rast kostiju u širinu, što traje čitavog života. Ovakvo stvaranje koštanog tkiva naziva se *koštana depozicija*. S druge strane, krupne ćelije u unutrašnjosti kosti (*osteoklasti*), razaraju i apsorbuju unutrašnje delove koštanog tkiva, što se naziva *koštana apsorpcija*. Znači, kost se istovremeno razara i stvara, što omogućuje i *permanentne promene oblika kostiju* u toku života! Ovaj proces postanka i formiranja kostiju naziva se *osteogeneza*!

Da bi se pokazalo na koji se način prava poluga može modifikovati tako da postane trajno zaštićena od poprečnih sila koje bi izazvale njeno eventualno savijanje, zamislimo pravu polugu čiji je jedan kraj O u zglobnoj čašici, a na drugi kraj A deluje sila Q pod uglom u odnosu na osu poluge (Sl. 4.9a). *Aksijalna komponenta opterećenja* (Q_a) prenosi se duž ose poluge i *deluje na zglob* (kao slobodna sila koja deluje duž svoje napadne linije), dok *transverzalna komponenta opterećenja* (Q_t) teži da *savije polugu naniže* (Sl. 4.9a).



SLIKA 4.9 Šematski prikaz osteogeneze kosti nadlaktice, kao rezultat težnje da rezultujuće sile na kost nadlaktice deluju aksijalno na savijene delove kosti, čime se minimizira opterećenje kosti

Da bi se ovakvo transverzalno opterećenje izbalansiralo, zamislimo da na polugu u tački B deluje znatno veća sila F (Sl. 4.9b), npr. mišićna sila bicepsa kod kosti nadlaktice (Sl. 4.9d). Sila F i aksijalna komponenta opterećenja Q_a u napadnoj tački B – daju rezultantu R koja teži da savije polugu.

Negativni efekti dve sile savijanja ublažuju se ako se poluga (kost) u tački B savije, tako da sile R i Q deluju aksijalno na dva savijena dela poluge (Sl. 4.9c). Rezultat je *realni oblik kosti* (Sl. 4.9d), gde je u tački B kost i zadebljana, jer je na tom mestu izložena permanentno jakim silama bicepsa! Delovanje poluge na čašicu je i dalje aksijalno, jer tako zglob i kost trpe najmanje opterećenje, zbog povećane dodirne površine glave kosti i čašice u zglobu!

4.2.3 Energetsko razmatranje frakture kosti

Pre frakture, može se smatrati da se *kost* ponaša kao *elastično telo*. Prema Hukovom zakonu, *mehanički napon elastične deformacije* ($\sigma \equiv F/S$, gde je F - elastična sila, a S - poprečni presek kosti) srazmeran je *relativnoj deformaciji* ($\varepsilon \equiv \Delta l/l$, gde je Δl - apsolutna deformacija, a l - početna dužina kosti)

$$\sigma \equiv \frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l} \equiv E\varepsilon, \quad (4.8)$$

gde je E - *Jungov modul*.

Energija elastične deformacije (E_p) jednaka je radu koji je izvršila srednja sila ($\bar{F} = F/2$) pri apsolutnoj deformaciji (Δl):

$$E_p = \bar{F}\Delta l = \frac{F\Delta l}{2} = \frac{1}{2} E\varepsilon^2 Sl = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} Sl. \quad (4.9)$$

gde je korišćena relacija (4.8). *Zapreminska gustina* potencijalne energije elastične deformacije onda je

$$e_p \equiv \frac{E_p}{V} = \frac{E_p}{Sl} = \frac{1}{2} E\varepsilon^2 = \frac{\sigma^2}{2E}. \quad (4.10)$$

Pri određenoj *kritičnoj vrednosti energije* (E_{pc}) doći će do loma kosti. Ova energija deformacije može se izračunati, ako se koriste vrednosti za *napon kidanja* (lomljenja) σ_c , koje su za skeletne strukture date u Tabl. 4.1.

TABELA 4.1 *Veličina napona kidanja (σ_c) za različite skeletne strukture i tipove deformacija*

Skeletna struktura	σ_c (N/mm ²)	Tip deformacije
Kost	100	Sabijanje
	83	Istezanje
	27,5	Savijanje
Tetiva	68,9	Istezanje
Mišić	0,55	Istezanje

Kao *ilustraciju*, razmotrimo sistem koji čine butna kost i kombinacija golenjače i lišnjače, posmatrani kao jedinstveno telo u obliku štapa (poprečnog preseka $S = 6 \text{ cm}^2$ i dužine $l = 90 \text{ cm}$). Energija koja dovodi do frakture noge (imajući u vidu da je za kost Jungov modul $E = 14.000 \text{ N/mm}^2$, a napon kidanja pri sabijanju $\sigma_c = 100 \text{ N/mm}^2$) izračunava se prema izrazu (4.9), što daje $E_{pc} = 193 \text{ J} = 19,65 \text{ kpm}$. Ukupna energija deformacije koja bi se generisala u *obema nogama* (pod dejstvom iste sile) bila bi dvostruko veća! Ovo je energija koju bi, na primer, "apsorbovale" nožne kosti čoveka od 70 kg pri skoku sa visine od samo 0,56 m! Odnosno, kada bi čovek u tim okolnostima skočio *ukrućenih nogu*, to bi dovelo do njihove *frakture*! Međutim, moguće je bezbedno skočiti i sa znatno veće visine, ako su noge u momentu pada blago povijene u zglobovima – čime se postiže *amortizacija udarca*, tj. transformacija dela energije na rastezanje mišića, tetiva i drugih tkiva opterećenih u momentu pada! Time bi se primljena energija raspodelila po većoj zapremini tela, tj. *zapreminska gustina energije* u ovom sistemu bila bi *ispod kritične vrednosti*!

Visina h , sa koje skok dovodi do frakture kostiju, može se proceniti i razmatranjem *impulsne sile udara*, trajanja τ pri brzini udara tela o podlogu, $v = \sqrt{2gh}$ (gde je $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ - ubrzanje zemljine teže):

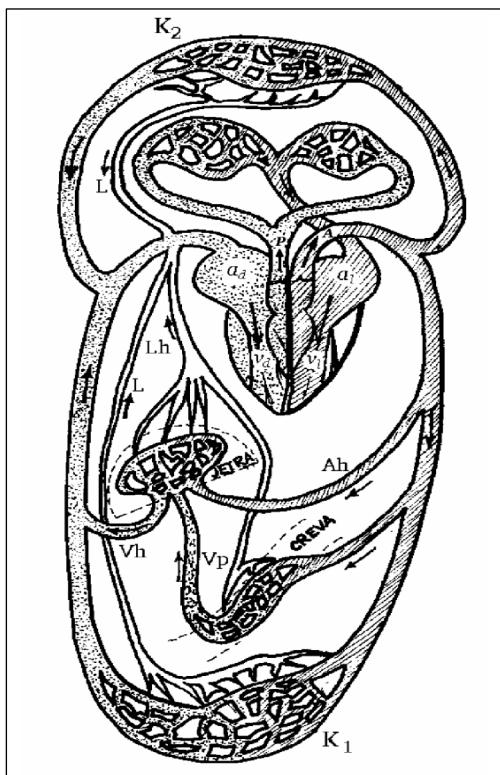
$$F_C = \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{m\sqrt{2gh}}{\tau}. \quad (4.11)$$

Ako čovek pada na pete, kontaktne površine $S \approx 2 \text{ cm}^2$, vreme trajanja sudara je $\tau \approx 10^{-2} \text{ s}$, pa je iz (4.11) i (4.8) visina sa koje skok dovodi do frakture jednaka $h \approx 0,42 \text{ m}$ (za sve ostale podatke kao i u prethodnoj analizi). Vidi se da dve sprovedene analize daju bliske rezultate!

U nastavku ovog poglavlja biće razmotreni biomehanički aspekti *kardiovaskularnog sistema*, kao i osnovni pravci primene *biomaterijala*!

4.3 KARDIOVASKULARNI PROCESI

Kardiovaskularni sistem čine srce i krvni sudovi (arterije, kapilari i vene), povezani u zatvoreni krvotok, prikazan na Sl. 4.10.



SLIKA 4.10 Šema krvotoka: a_d i a_l - desna, odnosno leva pretkomora; v_d i v_l - desna, odnosno leva komora; P - plućna arterija; A - aorta; Vp - portalna vena; Vh i Ah - hepatična vena, odnosno arterija; K_1 i K_2 - kapilarna oblast velikog krvotoka; Lh - glavni (hepatični) limfni sudovi; L - limfni sudovi.

4.3.1 Srce

Srce, centralni šuplji mišićni organ, svojim snažnim *ritmičkim kontrakcijama* pod znatnim pritiskom ubacuje krv u početni deo aorte (i plućne arterije), čime je ostvaren dovoljno veliki *gradijent pritiska* između početnog (arterijskog) i završnog dela krvotoka (šuplje vene i plućne vene). Zahvaljujući tom gradijentu, krv neprekidno kruži kroz krvotok. Srce se sastoji od četiri šupljine: *dve pretkomore ili atrijuma* (leva i desna) i *dve komore ili ventrikula* (leva i desna). Između desne pretkomore i komore, kao i leve pretkomore i komore, nalaze se *atrio-ventrikularni zalisci* (sa strane komora), i pri povišenju pritiska u komorama oni se zatvaraju, sprečavajući vraćanje krvi iz komora u pretkomore.

Mišićni zid srca (**miokard**) sastavljen je od poprečnoprugastih mišićnih vlakana specijalne građe – koja su struktorno slična poprečno-prugastim (skeletnim) mišićima, ali se po funkcionalnim specifičnostima (*ritmičko grčenje*) približavaju osobinama glatkih mišića unutrašnjih organa! Automatsko, ritmičko grčenje srca, reguliše se *sinusnim čvorom* (Kejt-Flakov čvor), koji se nalazi u zidu desne pretkomore, i koji se naziva "predvodnikom ritma" srčanog rada – jer pored njega postoji njemu podređeni drugi centar srčanog automatizma kod čoveka, *pretkomorno-komorni čvor* (Ašof-Tavarinov čvor) sa tzv. Hisovim snopom. O ovom bioelektričnom centru automatizma srca, kao i o *bioelektričnim pojavama* u srcu (EKG) biće detaljnije reči u Od. 5.1.

Srčana revolucija se deli u dve osnovne faze: *sistolu* (grčenje srca) i *dijastolu* (opuštanje srca, i punjenje pretkomora i komora krvlju). Sistola počinje sistolom pretkomora, zbog čega se krv iz pretkomora istiskuje u komore. Posle toga počinje sistola komora, kada se zatvaraju i atrio-ventrikularni zalisci, koji sprečavaju povratak krvi u pretkomore. Kada pritisak u komorama nadvlada pritisak u aorti i plućnoj arteriji, otvaraju se zalisci na početku ovih arterija – i počinje period istiskivanja krvi iz komora u arterije. Posle prestanka depolarizacije miokarda komora, započinje repolarizacija mišićnih vlakana i period dijastole – i naglo sniženje pritiska u komorama i zatvaranje zalistaka arterija, pošto pritisak u njima opet postaje veći nego u komorama. Dalje se otvaraju atrio-ventrikularni zalisci i krv iz pretkomora ponovo počinje da utiče u komore. Punjenje celog srca traje do pojave sledećeg impulsa iz sinusnog čvora. Treba reći da pri sistoli komora nikada ne dolazi do njihovog potpunog pražnjenja (oko 60% od ukupnih 200 ml krvi u svakoj komori se ne isprazni pri sistoli). *Trajanje pojedinih faza srčane revolucije*, pri frekvenciji rada srca od 75 otkucaja u minutu, dato je u Tabl. 4.2.

TABELA 4.2 *Trajanje pojedinih faza srčane revolucije
(pri frekvenciji rada srca od 75 otkucaja u minutu)*

Trajanje celokupne srčane revolucije	0,80 s
Sistola pretkomora	0,10 s
Dijastola + punjenje pretkomora	0,70 s
S i s t o l a	0,25 – 0,30 s
Period zatezanja (izometrijska faza)	0,04 – 0,06 s
Period istiskivanja	0,21 – 0,30 s
	0,09 – 0,14 s
	0,12 – 0,16 s
D i j a s t o l a	0,50 s
Prava dijastola - opuštanje	0,21 s
Punjjenje komora	0,29 s

Radni efekat srca (A_s) jednak je proizvodu srednjeg arterijskog pritiska (\bar{p}_a) i sistolnog volumena krvi koji se ubaci u arterije (ΔV_s):

$$A_s = \bar{p}_a \Delta V_s. \quad (4.12)$$

Za levu komoru je $A_{sl} \approx 0,8$ J, a za desnu (čiji je zid miokarda tanji od zida leve komore) je $A_{sd} \approx 0,1$ J, odnosno ukupni radni efekat srca, u mirnom stanju osobe, jednak je $A_s \approx 0,9$ J – u toku jedne sistole! Pri telesnim naprezanjima ovaj rad se višestruko povećava!

Regulisanje srčanog rada je moguće sa dve grupe faktora: *hemijskim* (humoralnim) i *nervnim* – koji mogu uticati na automatski rad srca. Najznačajniji **humoralni faktori** su *hormoni*, od kojih neki deluju *inhibitorno* (acetilholin, vazopresin, insulin, i neki drugi), izazivajući usporenje rada srca (*bradikardija*), dok neki deluju *stimulativno* (adrenalin, noradrenalin, tiroksin), izazivajući ubrzanje rada srca (*tahikardija*). **Inervacija srca** je, kao i kod drugih unutrašnjih organa, ostvarena antagonističkim dejstvom oba dela autonomnog (*vegetativnog*) nervnog sistema: *simpatikusa* (deluje *stimulativno*) i *parasimpatikusa* (deluje *inhibitorno*); međutim, *medijatori* u prenošenju nervnih uticaja vegetativnog sistema su opet *hormoni*: za simpatikus to je mešavina noradrenalina i adrenalina, dok je za parasimpatikus to acetilholin.

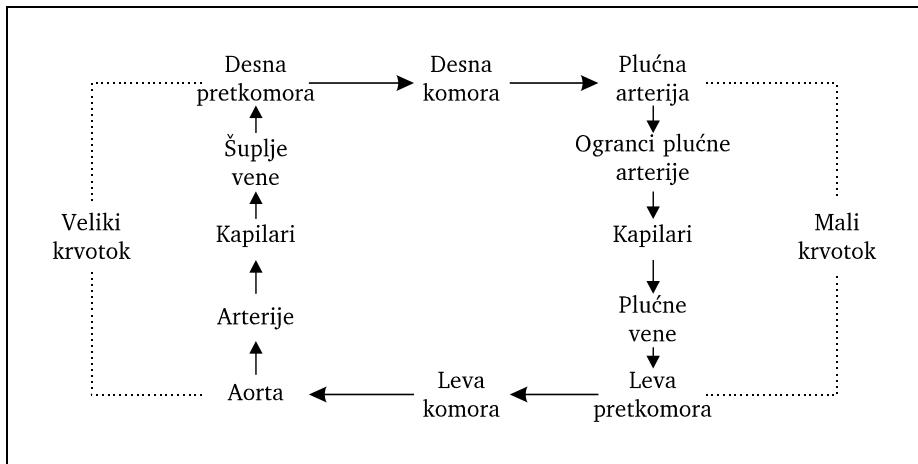
4.3.2 Krvotok

Krvotok se može podeliti na dva dela: *veliki* (telesni krvotok) i *mali* (plućni krvotok), koji su šematski prikazani na Sl. 4.11. Pri proticanju kroz kapilare, arterijska krv predaje tkivima kiseonik i hranljive materije (koje prima iz crevne sluzokože i jetre), a iz tkiva se prima ugljendioksid i drugi metabolički produkti, koji se prenose venskom krvlju.

Srednja brzina *laminarnog kretanja krvi* u krvnom sudu poluprečnika r i dužine l , data je Hagenovim zakonom (1839)

$$\bar{v} = \frac{r^2}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{l} = \frac{r^2}{8\eta} \frac{\bar{p}}{l}, \quad (4.13)$$

gde je η - koeficijent viskoznosti krvi, $\bar{p} \equiv p_1 - p_2$ - razlika pritisaka na krajevima krvnog suda (koja se u fiziološkoj literaturi naziva *srednjim pritiskom krvnog suda*, i čije vrednosti se mere i daju u tabelama (v. Tabl. 4.3)); \bar{p}/l - je *gradijent krvnog pritiska*.



SLIKA 4.11 Šema podele krvotoka i kruženja krvi u velikom i malom krvotoku.

Biomehanička svojstva krvotoka određena su *gradijentom pritiska* u krvnim sudovima i *viskoznošću krvi*!

TABELA 4.3 Vrednosti krvnog pritiska u raznim delovima krvotoka

Krvni sud	Pritisak (mmHg) ²
Aorta	110-130
Krupne arterije ekstremiteta	100-120
Manje arterije ekstremiteta	70-90
Kapilari	20-40
Sitne vene	oko 18
Krupne vene ekstremiteta	10-12
Šuplje vene - udisaj	2-5
Šuplje vene - izdisaj	0-3

Intenzitet protoka (ili **protok**) krvi kroz krvni sud jednak je zapremini krvi koja protekne kroz krvni sud u jedinici vremena,

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \bar{v}S = \bar{v}\pi r^2, \quad (4.14)$$

pa se zamenom (4.13) u (4.14) dobija Poazejev zakon

² 1 mmHg ≈ 133,322 Pa.

$$I = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{l} = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\bar{p}}{l}. \quad (4.15)$$

Iz (4.15) može se dobiti **otpor krvnog suda**

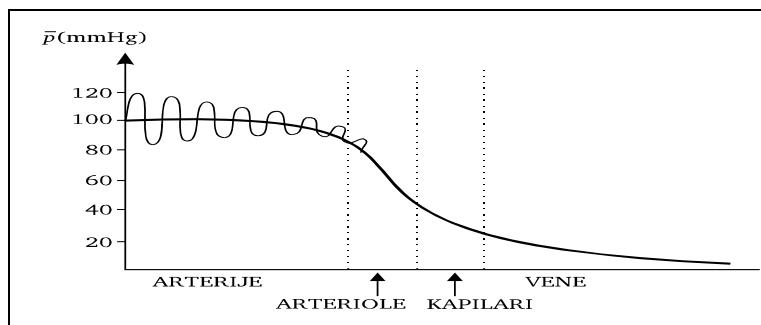
$$R \equiv \frac{\bar{p}}{I} = \frac{8\eta l}{\pi r^4}. \quad (4.16)$$

Vidi se da je otpor krvnog suda utoliko veći ukoliko je krvni sud uži i njegova dužina veća. Zbog otpora krvnih sudova jedan deo rada srca (A_s) trošiće se na njegovo savlađivanje, usled čega će krvni pritisak (\bar{p}) opadati od arterija do vena, kako je to prikazano na Sl. 4.12. Prikazane oscilacije krvnog pritiska posledica su promena vrednosti arterijskog pritiska tokom srčane revolucije i respiracionih (disajnih) oscilacija grudnog koša.

Iz izraza (4.13) vidi se da **pritisak u krvnom sudu**,

$$\bar{p} = \frac{8\eta l \bar{v}}{r^2}, \quad (4.17)$$

zavisi od dužine krvnog suda (l), brzine proticanja krvi (\bar{v}) i poprečnog preseka krvnog suda ($\sim r^2$). Tako, *sužavanje kapilara* dovodi do *povećanja pritiska* u njima!

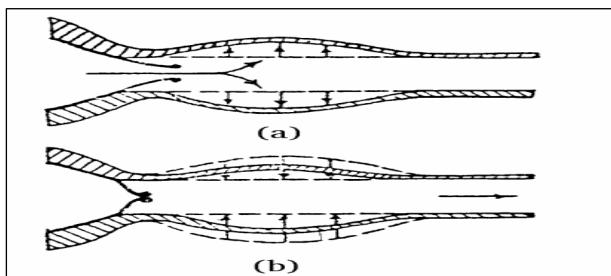


SLIKA 4.12 *Kretanje krvnog pritiska i raznim delovima krvotoka*

Elastičnost krvnih sudova, posebno arterija, je od velikog značaja za kontinuirano proticanje krvi (v. Sl. 4.13). Pri sistoli komore, sistolni volumen krvi će se upumpati u arteriju sa energijom $\bar{p}_a \Delta V_s$. Deo te energije delovaće na zidove suda arterije i transformisće se u elastičnu energiju deformacije (proširenja) arterije. Po prestanku sistole komore, elastični zid arterije se vraća u prvobitni položaj, čime se energija elastične deformacije pretvara u kinetičku energiju arterijske krvi. Ovaj elastični talas se širi duž cele arterije kao *pulsni talas*, čija je brzina data Jungovom jednačinom

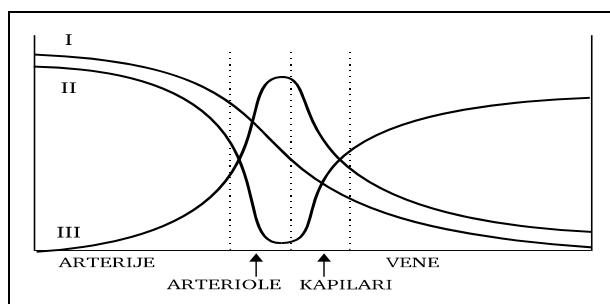
$$v = C \sqrt{\frac{Ed}{2\rho r}}, \quad (4.18)$$

gde je E - Jungov modul elastičnosti arterije, ρ - specifična gustina krvi, d - debljina zida arterije, r - njen unutrašnji poluprečnik, a C - empirijska konstanta koja zavisi od uslova proticanja krvi. Eksperimentalno je pokazano da je brzina pulsног talasa na početku aorte ~ 3 m/s, a u perifernim arterijama ~ 10 m/s.



SLIKA 4.13 Promene elastičnog zida aorte za vreme ubacivanja krvi iz srca: (a) pri sistoli komore; (b) po prestanku sistole komore

Regulisanje krvnog pritiska vrši se promenom otpora krvnih sudova, odnosno njihovog *poprečnog preseka* (v. izraze (4.16-17)). Pri *suženju* (vazokonstrikciji) krvnog suda *pritisak raste*, a pri *proširenju* (vazodilataciji) krvnog suda *pritisak opada*. Pri tome, da bi došlo do *znatne promene krvnog pritiska* ispred mesta suženja ili proširenja, potrebno je da dođe do vazokonstrikcije ili vazodilatacije *većeg broja arteriola, kapilara ili vena!* Na Sl. 4.14 dat je *uporedni kvalitativni prikaz krvnog pritiska* (kriva I), *brzine proticanja krvi* (kriva II) i *otpora krvnih sudova* (kriva III) u raznim delovima *krvotoka*. Vidi se da idući od aorte ka šupljim venama **krvni pritisak** progresivno *opada*; **otpor** sa progresivnim smanjenjem prečnika krvnih sudova *raste*, tako da je najveći u oblasti arteriola i kapilara, a *zatim opada* sa proširenjem krvotoka u šuplje vene; **brzina** proticanja krvi *opada* sa porastom otpora, a *potom* sa smanjenjem otpora ponovo *raste*, tako da je u šupljim venama samo nešto manja nego u aorti: tako je brzina u *aorti* $\sim 0,25$ m/s, u *kapilarima* $\sim 0,0005$ m/s, a u *venama* $\sim 0,20$ m/s (uočiti razliku u odnosu na brzinu pulsног talasa)!



SLIKA 4.14 Uporedni kvalitativni prikaz promena krvnog pritiska (I), brzine proticanja krvi (II) i otpora krvnog suda (III) u raznim delovima krvotoka

Na stanje krvnog pritiska utiču **nervni faktori** (*simpatikus* deluje kao vazokonstriktor, a *parasimpatikus* kao vazodilatator) i **humoralni** (hemijski) **faktori** (proizvodi metabolizma (CO_2 , ...)) i hormoni, koji mogu biti vazodilatatori (acetilholin, vazopresin, insulin, ...) i vazokonstrikcioni (adrenalin, noradrenalin, serotonin, hipertenzin, ...)).

Raspodela krvi u organizmu prikazana je u Tabl. 4.4, za vreme mirovanja. Pri pojačanoj aktivnosti pojedinih organa oni dobijaju veću količinu krvi nego za vreme mirovanja, i to na račun organa koji u tom momentu ne pokazuje pojačanu aktivnost (tzv. "borba za krv"). To je posledica *vazodilatacije aktivnijih organa*, što povećava protok krvi u njima, i *vazokonstrukcije neaktivnijih organa*, što smanjuje njihovo snabdevanje krvlju; istovremeno, *povećava se i količina krvi u cirkulaciji* na račun većeg broja *organa-depoa krvi* (jetra, slezina, koža, pluća), koji je oslobođaju u krvotok.

TABELA 4.4 Raspodela krvi u pojedinim organima čoveka za vreme mirovanja, pri minutnom volumenu od 5.000 ml

Organ	ml/min	Postotak od ukupne količine krvi	ml/100g tkiva u minuti
Mozak	700	14	54-60
Srce	150	3	70-100
Bronhijalne arterije	150	3	
Bubrezi	1.100	22	150-300
Jetra	1.350	27	150
Slezina			40
Creva			70
Želudac			25
Mišići	750	15	3-4
Kosti	250	5	
Koža	300	6	4
Štitna žlezda	50	1	560
Nadbubrežna žlezda	25	0,5	560
Ostali organi	175	3,5	

Ozbiljniji pristup biomehaničkim modeliranjima laminarnog strujanja fluida, uključujući rešavanje problema solid-fluid interakcije (strujanje krvi kroz arterije i sa ubaćenim stentom, strujanje vazduha u disajnim organima, modeliranje hrskavice), zahteva korišćenje mehanike neprekidnih sredina i primenu metode konačnih elemenata, što znatno prevazilazi okvire ovog udžbenika.

BIOMATERIJALI

Biomaterijali obuhvataju široku klasu materijala za primenu u medicini i stomatologiji (v. Tabl. 4.5): *metalne biomaterijale, keramičke i staklaste biomaterijale, ekonomične i skuplje nedegradabilne sintetičke polimere, kompozitne biomaterijale, biodegradabilne polimere, bioderativne polimere i tkiva, kao i pasivne i bioaktivne prevlake.*

Oblast biomaterijala doživila je veliku ekspanziju u poslednje tri decenije. Tokom ovog perioda pokazala se plodotvornom multidisciplinarna saradnja specijalista iz različitih oblasti: medicine, biologije i tehnologije materijala, uz primenu biomaterijala sa specifičnim zahtevima. Danas postoje mnoga univerzitetska odeljenja i nastavni programi posvećeni biomaterijalima, kao i centri za istraživanje i inženjeringu biomaterijala. Paralelno sa istraživanjima i edukacijom, razvilo se na hiljade kompanija za implementaciju biomaterijala u biomedicinske naprave, lekove i pribor. Procenjuje se da tržište biomaterijala vredi oko 100 milijardi dolara samo u SAD, dok Japan zbog eksponencijalnog rasta tržišta biomaterijala čak ugrožava SAD, a i Evropska unija puno investira u ovu oblast.

Mnogobrojni biomaterijali i medicinski pribor danas se uobičajeno koriste kao *implantati* u dentalnoj, ortopedskoj, kardiovaskularnoj, oftalmološkoj, i rekonstruktivnoj hirurgiji. Uspešno se upotrebljavaju i u *intervencijama*, kao što su angio-plastika (stentovi) i hemodijaliza (membrane), za *medicinski pribor*, kao što su hirurški konci ili bioadhezivi, kateteri, konektori, cevi, kutije i kućišta, ali i kao *naprave za kontrolisano oslobođanje lekova*. Većina implantata dobro služi njihovim nosiocima za određeni period u svrhu za koju su i namenjeni. Međutim, neki implantati i vantelesne naprave neizostavno stvaraju *komplikacije*, bilo kao posledica zapaljenja, infekcije, interakcije u vidu neželjenih (alergijskih ili toksičnih) reakcija, ili usled zatajivanja rada naprava, što može prouzrokovati razne štetne posledice (tromboza ili tromboembolija), pa, čak, i smrt nosioca (masivni infarkt). Komplikacije su najčešće *rezultat interakcija biomaterijal-tkivo*, koje se javljaju na mestu ugradnje svakog materijala, mada mogu imati i sistemski ili opšti karakter. Efekti implantata na tkivo domaćina i živog tkiva na implantat podjednako su važni i za izbegavanje mogućih komplikacija i za sprečavanje lošeg rada ili otkazivanja naprava.

Za primenu biomaterijala važni su **biokompatibilnost** sa tkivom, **mehanički kontinuitet** sa okolnim koštanim tkivom, **netoksičnost** biomaterijala ili njihovih produkata pri degradaciji, i **što niža cena!**

Pored toga, za *specifične primene* postavljaju se i neki *dodatni zahtevi*: **bioaktivnost** (za ubrzavanje rasta prelomljene kosti, regeneraciju pokidanog nerva, sprečavanje upalnih procesa, ...), **biodegradacija** (hirurškog konca, naprava za fiksiranje u rekonstruktivnoj hirurgiji, "kostura" za ćelije koje regenerišu oštećene

ili obolele organe, kapsula za kontrolisano postupno oslobođanje lekova u telu, ...), **otpornost na infekcije** (posebno na mestima prodora naprave kroz kožu: kateteri, dovodi za napajanje veštačkog srca krvlju... – što se sprečava inkorporiranjem antimikrobnih hemikalija i antibiotika u takvim biomedicinskim napravama), **trombo-otpornost** (za naprave u kontaktu sa krvlju: veštačke arterije, srčani zalisci – što se postiže kontrolom površine naprava, bioaktivnim slojevima, ...), **propustljivost** i **difuzibilnost** (membrana vantelesnih naprava i veštačkih organa ...)!

U Tabl. 4.5 dat je pregled biomaterijala i njihovih primena.

Metalni biomaterijali (v. Tabl. 4.5) klasični su biomaterijali od kojih najbolja svojstva imaju Ti i Ti-legure, zbog odlične *otpornosti na koroziju, biokompatibilnosti i manje krutosti* (koja omogućava najbolji prenos mehaničkih naprezanja njihovih implantata na kosti), dok TiO_2 na površini ima *bioaktivna svojstva* i indukuje rast nove kosti. Odlična mehanička i biokompatibilna svojstva imaju i CoCr-legure, dok se nerdajući čelici danas napuštaju zbog nedovoljne otpornosti na koroziju, i efekata hipersenzitivnosti organizma na nikl izdvojen iz čelika.

Keramički i staklasti biomaterijali (v. Tabl. 4.5) imaju *bioaktivna svojstva*, indukujući *rast nove kosti*, pa se često primenjuju kao *prevlake* na Ti ili Ti-legurama, jer su same keramike relativno krte i neotporne na mehaničke udare! Ipak, tamo gde nema značajnih dinamičkih opterećenja primenjuju se i za koštane implantate, posebno gde se zahteva *velika tvrdoća i otpornost na habanje* (zglobovi veštačkog kuka). Posebno treba istaći ugljenične materijale zbog izrazito visoke *biokompatibilnosti, inertnosti i stabilnosti*.

Ekonomični nedegradabilni sintetički polimeri (v. Tabl. 4.5) odlikuju se strukturnom *stabilnošću, relativnom biokompatibilnošću i niskom cenom*.

Skuplji nedegradabilni sintetički polimeri (v. Tabl. 4.5) imaju poboljšane karakteristike, koje omogućavaju smanjenje lekova, komplikacija i postoperativnog perioda – čime se kompenzira njihova *visoka cena*. Njihova osobina je i visoka *otpornost* na mehanički *zamor i kidanje*.

Kompozitni biomaterijali (v. Tabl. 4.5) predstavljaju najinteresantnije biomaterijale za *reparaciju koštanog tkiva*, od kojih su hidroksiapatit/polimer kompoziti najbliži prirodnom koštanom tkivu, a ako je pri tome polimerna (polilaktidna) matrica bioresorbibilna ona ustupa mesto novoformiranom koštanom tkivu, što čini ove kompozite ‘živim’ jer se tokom reparacije razvijaju i menjaju. Značajna klasa su i ugljenični kompoziti, sa izvanrednom *kombinacijom mehaničkih svojstava* (žilavost i tvrdoća) za stomatološke i ortopedске implantate. Vrlo interesantni su i *injektabilni kompoziti* za rekonstrukciju tvrdog i mekog tkiva, kao i *nano-kompoziti* zbog minimalne iritacije imunog sistema.

Biodegradabilni polimeri (v. Tabl. 4.5) imaju sposobnost *postepene degradacije* u telu, sa *netoksičnim produktima* koji se *lako izlučuju* iz tela.

Biderivativni polimeri (v. Tabl. 4.5) imaju *visoku reproduktivnost i biokompatibilnost*.

Biderivativna tkiva (v. Tabl. 4.5) prethodno se procesiraju zbog smanjenja problema odbacivanja stranog tkiva. Primenjuju se zbog *visoke biokompatibilnosti*, koja međutim *vremenom degradira* pa dolazi do njihove *kalcifikacije*; *vreme trajanja* implantata od ovih materijala je zato ograničeno do *deset godina*.

Pasivne prevlake (v. Tabl. 4.5) poboljšavaju *trombootpornost*, ubrzavaju *zarastanje rana* u rekonstruktivnoj hirurgiji mekih tkiva i *smanjuju bolničke primene lekova kroz katetere*.

Bioaktivne prevlake (v. Tabl. 4.5) koriste se zbog *trombootpornosti, otpornosti na infekcije, adhezije i rasta kostiju, adhezije mekog tkiva*, povećane *adhezije ćelija, epitela i endotela* – usled modifikacije površine.

Gornjom klasifikacijom nisu obuhvaćeni **biomaterijali za veštačku krv** (*perfluorugljenici, slobodni hemoglobin i lipozomi*). Oni pobuđuju posebni interes zbog opasnosti od prenosa virusa (HIV, hepatitis, ...) pri transfuzijama prirodne krvi. Idealna veštačka supsticija krvi mora zadovoljavati nekoliko potreba: *prenosivost kiseonika, univerzalnu transfuzibilnost, viskoznost i koloidne osmotske karakteristike* slične prirodnoj krvi, *odsustvo biološkog zadržavanja u organima za filtriranje krvi* (jetra, slezina), *odsustvo toksičnosti za organe, sterilnost, dugotrajnost skladištenja, i laka i efikasna proizvodnja!* Glavni problemi materijala za veštačku krv su *zadržavanje u organima za filtriranje krvi* (što dovodi do njihovog oticanja) i *toksičnost* za neke organe! Ostaje još dosta teškoća koje treba rešiti do primene veštačke krvi, namenjene pre svega pri velikim operacijama, kada osoba gubi više od 1 l krvi, ili 20-25% od ukupne zapremine.

Ekspanzivnim razvojem **nanomedicine** (v. Od. 1.8), primena biomaterijala u *doglednoj budućnosti* može se očekivati u hibridnim napravama/organima, kao i kultivaciji organa i tkiva u regenerativne svrhe! *Hibridne naprave i organi* će naći primenu zbog kratkog vremena trajanja totalno sintetičkih organa; ovde bi kostur bio od sintetičkih materijala, a okolno tkivo od kultivisanih ćelija za specifične funkcije. *Kultivacija organa* je ekstenzija hibridnih organa, sa ciljem potpunog dupliciranja i regeneracije organa kontrolom procesa morfogeneze tkiva. Očekuje se i znatan progres u *adaptaciji mikronskih i submikronskih mikroelektronskih tehnologija* za razvoj *multikanalnih biosenzora*, sa primenom u kompleksnom biološkom okruženju!

TABELA 4.5 Pregled biomaterijala i njihovih primena

Materijal	Primena
Metalni biomaterijali	
CoCr-legure	Matrice srčanih zalistaka i osovine zglobovnih implantata
Nitinolske legure (sa memorisanjem oblika)	Ortopedska žica
Nerdajući čelici	Ortopedska žica
Ti i Ti-legure	Ortopedska žica i zubni implantati
Keramički i staklasti biomaterijali	
Al-, Ca- i P-oksidi	Degradabilni punioci kosti, stimulatori koštanog rasta
Biostaklo	Bioaktivno P-Ca staklo, ortopedске prevlake
Staklaste keramike	Inkapsulacija implantabilne medicinske elektronike
Kompaktna alumina (Al_2O_3)	Kuglica veštačkog kuka
Hidroksiapatiti	Bioaktivna keramika, ortopedске prevlake, punioci kosti
Staklasti ugljenik	Vlakna za ortopedске kompozite
Pirolitički ugljenik (izotropni niskotemper.)	Srčani zalisci, zubni implantati
Ugljenik (izotropni ultraniskotemper.)	Prevlake temperaturno osetljivih polimera
Ekonomični nedegradabilni sintetički polimeri	
Poliamidi (najlon)	Hirurški konci
Polikarbonati	Materijali kućišta
Poliestri	Krvni sudovi (bajpasi)
Poliformaldehid	Matrice srčanih zalistaka
Poliolefini	Hirurški konci, mreža za herniju
Polivinil hlorid (PVC)	Cevčice, kese za krv
Skuplji nedegradabilni sintetički polimeri	
Fluorougljenici (teflon)	Krvni sudovi (bajpasi)
Polimetilmetakrilat (PMMA)	Kontaktna sočiva
Hidrogeli	Kontaktna sočiva, prevlake katetera
Poliolefinski elastomeri	Cevčice, veštački srčani mehurovi
Poliuretani	Kateteri, veštački srčani mehurovi
Silikoni	Rekonstruktivna hirurgija, cevčice
Hidroksiapatit-polimer	Koštani implantati

TABELA 4.5 (nastavak)

<i>Materijal</i>	<i>Primena</i>
Kompozitni materijali	
Ugljenični kompoziti	Ortopedski i zubni implantati
Injektabilni kompoziti	Rekonstrukcija tvrdog i mekog tkiva
Nano-kompoziti	Minimalna iritacija imunog sistema
Biodegradabilni polimeri	
Umreženi albumin	Prevlake krvnih sudova, inkapsulacija ćelija
Umreženi kolagen/želatin	Rekonstruktivna hirurgija, prevlake krvnih sudova
Poliaminokiseline	Kontrolisano izlučivanje, ćelijski adhezivni peptidi
Polianhidridi	Kontrolisano izlučivanje
Polikaprolaktoni	Kontrolisano izlučivanje, koštane ploče
Kopolimeri poliaktičko/glikoličkih kiselina	Hirurški konci, koštane ploče
Polihidroksibutirati	Kontrolisano izlučivanje, koštane ploče
Poliortoestri	Kontrolisano izlučivanje, koštane ploče
Biderivativni polimeri	
Citozani	Oblaganje rana, kontrolisano lučenje
Kolagen	Mekotkivni implantati, prevlake, oblaganje rana
Elastin	Prevlake
Umreženi želatin	Prevlake veštačkih srčanih mehrova
Biderivativna tkiva	
Goveda vratna arterija	Krvni sudovi (bajpasi)
Govedi ligamenti	Ligamenti
Govedi perikard	Supstitucija perikarda, srčani zalisci
Ljudska pupčana vrpca	Krvni sudovi (bajpasi)
Svinjski srčani zalisci	Srčani zalisci
Pasivne prevlake	
Albumin	Trombootpornost
Alkilni lanci	Adsorberi albumina za trombootpornost
Fluorougljenici (teflon)	Smanjenje lekova za katetere, trombootpornost
Hidrogelovi	Smanjenje lekova za katetere, trombootpornost
Silikoni (bez SiO ₂)	Trombootpornost, poboljšano saceljivanje rana u rekonstruktivnoj hirurgiji

TABELA 4.5 (nastavak)

<i>Materijal</i>	<i>Primena</i>
Bioaktivne prevlake	
Antikoagulanti (heparin, hirudin)	Trombootpornost
Antimikrobanti	Otpornost na infekcije
Bioaktivne keramike i stakla	Koštana adhezivnost i rast; mekotkivna adhezivnost
Ćelijski adhezivni peptidi i proteini	Pojačana ćelijska adhezivnost, epitel, endotel
Negativno površinsko nanelektrisanje	Trombootpornost
Trombolitici	Trombootpornost

4.5 ZADACI

4.1 Izvesti Hilovu relaciju za mišićnu kontrakciju

$$(f + a)v = b(f_0 - f), \quad (1)$$

po modelu Dešćerevskog, gde je v - brzina mišićne kontrakcije, f_0 - aktivna sila jednog miozinovog mosta, f - spoljašnja sila (opterećenje) po jednom mostu, a a i b - konstante modela.

Rešenje:

Označimo sa n_0 - ukupan broj aktivnih mostova na polovini debelog miozinovog vlakna, n - broj vučnih mostova, a m - broj kočećih mostova. Kinetičke jednačine procesa kontrakcije vlakna mogu se napisati u sledećem obliku:

$$\frac{dn}{dt} = k_1(n_0 - n - m) - \frac{v}{L}n, \quad (2)$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{v}{L}n - k_2m. \quad (3)$$

Tu je k_1 - konstanta brzine formiranja vučnih mostova, k_2 - konstanta brzine raskidanja kočećih mostova, a v/L - konstanta brzine transformacije vučnih mostova u kočeće, gde je v - brzina premeštanja aktinovog vlakna, a L - rastojanje između susednih aktivnih centara aktina, na kojima se može zakačiti most. Dodajmo gornjim izrazima i izraz za drugi Njutnov zakon

$$M \frac{dv}{dt} = f_0(n - m) - fn_0, \quad (4)$$

gde je M - premeštajuća masa aktina, f_0 - aktivna sila koju razvija jedan most, a f - spoljašnja sila (opterećenje) po jednom mostu. Izraz (4) opisuje kretanje sa trenjem, izraženim kao f_0m .

U stacionarnom stanju je $dn/dt = dm/dt = 0$ i $dv/dt = 0$. Isključujući iz (2)-(4) n , m i n_o dobija se Hilova relacija

$$(f + a)v = b(f_0 - f), \quad (5)$$

gde su konstante a i b izražene preko k_1 , k_2 , f_0 i L :

$$\begin{aligned} a &= \frac{k_1 f_0}{k_1 + k_2}, \\ b &= \frac{k_1 k_2 L}{k_1 + k_2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Međutim, vidi se da ciklus Dešćerevskog ne uključuje i povratne reakcije. Ako i njih uzmemo u obzir (v. Zad. 2.1: iz uslova stacionarnosti, relacije (1) daju $k_1 k_2 k_3 = k_{-1} k_{-2} k_{-3}$), dobija se

$$k_1 k_2 \frac{v}{L} = k_{-1} k_{-2} k_{-3}, \quad (7)$$

i ako je k_{-1} , $k_{-2} \ll k_1$, k_2 , to se dobija

$$k_{-3} \gg \frac{v}{L}, \quad (8)$$

što znači da mora postojati i drugi ciklus koji pokreće razmotreni ciklus u modelu Dešćerevskog. Taj drugi ciklus je zatvoreni ciklus hemijskih transformacija, u toku kojeg dolazi do hidrolize ATF-a, što se uzima u obzir u složenijem modelu Voljenštejna.

4.2 Odrediti koeficijent prenosa sistema poluga koji čine natkolenica i potkolenica, prikazanog na Sl. 4.7(a).

Rešenje:

Da bi se sprovela biomehanička analiza ovog sistema, načinjen je analogan fizički model (v. Sl. 4.7b), koji prikazuje dve jednakе poluge (dužine l) u zglobljene u tački O i opterećene na jednom slobodnom kraju B teretom Q (drugi kraj A je, zbog jednostavnosti, fiksiran).

Mišićno delovanje je zamenjeno povlačenjem jake niti, prebačene preko dva kotura. Ako se njen slobodan kraj Z povuče, sistem poluga će podizati teret i zaklapati sa vertikalom sve manji ugao θ , težeći da se postavi u istu liniju.

Aktivna sila F transformiše se u silu F' , koja savlađuje teret Q (tj. brojno je $F' = Q$). Rad koji vrši sila F' (na savlađivanju tereta Q) sve dok se obe poluge ne dovedu u vertikalni položaj (prikazan isprekidanom linijom) jednak je

$$A = F's = F'(2l - 2l \cdot \cos \theta), \quad (1)$$

gde je put s - razlika dužine obej poluga ($2l$) i rastojanja AB između slobodnih krajeva poluga u početnom trenutku ($2l \cdot \cos \theta$). Jednostavnom trigonometrijskom transformacijom

$$1 - \cos \theta = 1 - \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

izraz (1) postaje

$$A = 4F'l \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (2)$$

S druge strane, isti rad A može se dobiti kao proizvod iz aktivne sile F , kojom zategnuta nit deluje na zglob sistema (O), i predenog puta zgloba pod njenim dejstvom. Ovaj put jednak je dužini luka OG = $l \cdot \theta$, po kojem se tačka O pomera pri rotaciji donje poluge oko oslonca A. Komponenta sile koja deluje duž tog luka jednak je $F \cdot \cos \theta$, pa je izvršeni rad

$$A = (F \cos \theta) \cdot l \cdot \theta. \quad (3)$$

gde je ugao θ izražen u radijanima.

Izjednačavanjem izraza (2) i (3) dobija se

$$F\theta \cos \theta = 4F'l \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

odakle je *koeficijent prenosa sistema poluga*

$$k = \frac{F'}{F} = \frac{Q}{F} = \frac{\theta \cos \theta}{4 \sin^2 \frac{\theta}{2}}. \quad (4)$$

Analiza ovog koeficijenta $k(\theta)$, prikazanog na Sl. 4.8, data je na kraju Od. 4.2.1.

4.6 DOPUNSKA LITERATURA

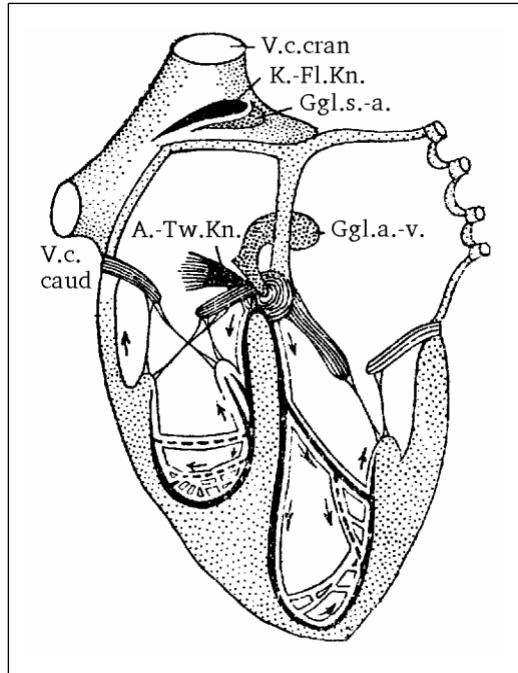
1. M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika, Tom II Obschaya biofizika* (Nauka, Moskva, 1975); M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika* (Nauka, Moskva, 1981), Gl. 12; F. C. Fung, *Biomechanics. Motion, Flow, Stress and Growth* (Springer, New York, 1990); D. Ristanović, J. Simonović, J. Vuković, R. Radovanović, *Biofizika* (Medicinska knjiga, Beograd, 1993), Gl. 3; osnovna literatura iz biomehaničkih procesa.
2. A. C. Guyton, *Medicinska fiziologija* (Medicinska knjiga, Beograd-Zagreb, 1963), Delovi IV-V; B. Nikolić, *Osnovi fiziologije čoveka* (Medicinska knjiga, Beograd-Zagreb, 1969), Gl. 10, osnovna fiziološka literatura iz biomehanike tkiva, organa i organskih sistema.
3. B. D. Ratner, A. S. Hofman, F. J. Schoen, J. E. Lemons, eds., *Biomaterials Science* (Elsevier, Amsterdam, 2004); Biomedical Materials, *MRS Bulletin*, Sept. 1991, Vol. XVI, No. 9, pp. 22-87, specijalni broj; osnovna literatura iz biomaterijala.
4. D. Raković, *Osnovi biofizike* (Grosknjiga, Beograd, 1994; 1995), Gl. 4; D. Raković, D. Uskoković (eds.), *Biomaterijali* (Institut tehničkih nauka SANU & MRS Srbije, Beograd, 2008), Gl. 13-14, Gl. 17-28; osnovna (ko)autorska literatura iz biomehaničkih modeliranja solida i fluida i solid-fluid interakcije korišćenjem mehanike neprekidnih sredina i primenom metode konačnih elemenata, kao i iz šire oblasti karakteristika, tehnologija i karakterizacija biomate-rijala i implantata.

Glava 5 SLOŽENE BIOELEKTRIČNE AKTIVNOSTI

U Gl. 3 razmotrene su osnovne bioelektrične aktivnosti: pasivni i aktivni membranski transport jona (Na^+ , K^+ , Cl^-) i generacija i prostiranje nervnog impulsa. U ovom poglavlju biće razmotrene složenije bioelektrične aktivnosti, srčane (elektrokardiogram, EKG) i, posebno, moždane (elektroenzefalogram, EEG, magnetoenzefalogram, MEG, i aktivnost moždanih neuronskih mreža). Moždane električne aktivnosti na nivou neuronskih mreža i moždanih talasa značajne su za psihološke funkcije (prepoznavanje, memorisanje, učenje, mišljenje, kreativnost, svest ...), o čemu će takođe biti detaljnije reči.

5.1 ELEKTROFIZIOLOGIJA EKG-SIGNALA

U toku srčane revolucije, u srcu se javljaju promene električnog potencijala koje registruju pomoću elektrokardiografa, koji daje grafički zapis ovih promena **elektrokardiogram (EKG)**.



SLIKA 5.1 Sistem za stvaranje i prenošenje impulsa u srcu: K.-Fl.Kn. - Kejt-Flakov (sinusni) čvor; A.-Tw.Kn. - Ašof-Tavarinov (pretkomorno-komorni) čvor; Ggl.s.-a. - sinusno-aurikularni ganglion; Ggl.a.-v. - atrio-ventrikularni ganglion.

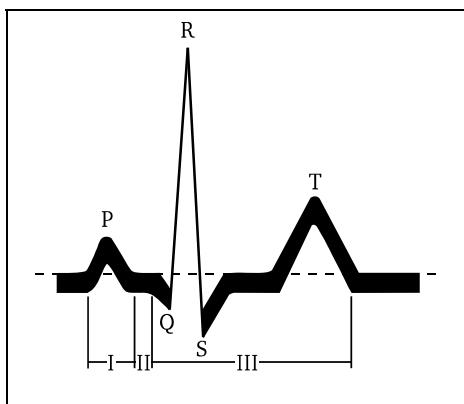
Srce je jedinstven mišić u telu, jer poseduje svojstvo automatskog formiranja impulsa i ritmičkih kontrakcija, kako je to pomenuto u prethodnom poglavlju. Automatsko, ritmičko grčenje srca, reguliše se *sinusnim čvorom* (Kejt-Flakov čvor), koji se nalazi u zidu desne pretkomore (v. Sl. 5.1), i koji se naziva "predvodnikom ritma" srčanog rada – jer pored njega postoji njemu podređeni drugi centar srčanog automatizma kod čoveka, *pretkomorno-komorni čvor* (Ašof-Tavarinov čvor) sa tzv. Hisovim snopom. *Električni impuls* se ritmički stvara u *sprovodnom sistemu srca* (pre svega u *sinusnom čvoru*), odakle se *posredstvom interćelijskih kanala* (v. Od. 3.1) koncentrično širi preko običnih, *radnih ćelija miokarda*, u svim pravcima! Formiranje i širenje ovih električnih impulsa registruje se u vidu slabih električnih struja, postavljanjem mernih elektroda elektrokardiografa na površinu tela.

Sinusni čvor je posebna morfološka tvorevina, sastavljena od većeg broja nervnih elemenata (ganglijskih ćelija i nervnih vlakana) i ćelija miokarda posebne građe. Danas se smatra da *sposobnost automatizma* pripada *mišićima* (tzv. **električni sincicijum**), a ne nervnim elementima sinusnog čvora! Naime, embriološka ispitivanja pokazuju ritmičko grčenje srca i pre diferencijacije nervnih elemenata.

Sposobnost automatizma ćelija miokarda posledica je prvenstveno *specifičnosti njihove ćelijske membrane*. Ćelijska membrana ćelija miokarda je *znatno propustljivija za Na^+ -jone*, koji i u vreme *dijastole* (srčane pauze) ulaze iz ekstracelularne tečnosti u unutrašnjost srčanog mišićnog vlakna. Kada njihova koncentracija dostigne određenu *kritičnu vrednost*, dolazi do **prave depolarizacije**, sa daljim *naglim ulaskom Na^+ -jona, promenom električnog potencijala*, a potom i sa karakterističnim *grčenjima kontraktilnih proteina*, karakterističnim za *sistolu*! Najzad, K^+ -joni izlaze iz ćelija miokarda i nastaje *repolarizacija membrane*. Ove pojave traju *znatno duže* nego kod skeletnih mišića (~ 1 s). Treba istaći da *acetilholin smanjuje propustljivost ćelijske opne za Na^+ -jone* i usporava pojavu depolarizacije, dok *adrenalin povećava ovu propustljivost* i olakšava pojavu depolarizacije.

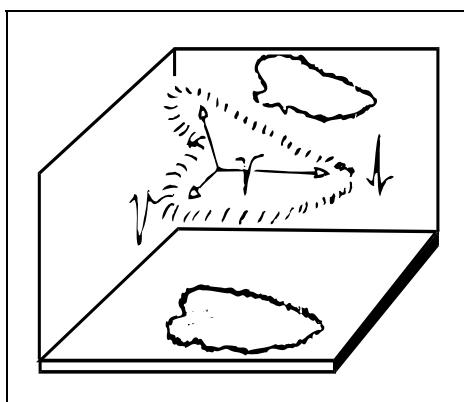
Prikaz **šematskog elektrokardiograma** dat je na Sl. 5.2. Sa slike se vidi da se na krivoj elektrokardiograma razlikuje *pet zubaca* (*P, Q, R, S, T*), od kojih su tri (*P, R, T*) *pozitivna*, a dva (*Q, S*) *negativna*. Zubac *P* predstavlja proces *depolarizacije pretkomora*, a zupci *Q, R, S* i *T* proces *depolarizacije i repolarizacije komora*. Imajući u vidu da se pri *depolarizaciji ćelijske membrane* po površini ćelije širi *elektronegativni talas* (zbog ulaska Na^+ -jona u ćeliju), dok se pri *repolarizaciji* po površini ćelije širi *elektropozitivni talas* (zbog izlaska K^+ -jona van ćelije), jasno je da se *depolarisane ćelije miokarda* ponašaju kao *električni dipoli* koji se *šire pozitivnim polom unapred* (pošto se negativni pol nalazi uvek na granici depolarisanog, a pozitivni na granici još nedepolarisanog dela membrane), a pri *repolarizaciji* se šire *negativnim polom unapred!* Vektorska suma ćelijskih dipola miokarda

daje rezultantu, tzv. **trenutni vektor srca**! Ako se posmatra neki deo ciklusa depolarizacija-repolarizacija, uvodi se pojam *srednjeg vektora* za dati deo ciklusa.



SLIKA 5.2 Šematski elektrokardiogram čoveka.

Veoma je važno imati slikovitu predstavu o tome kako se *vektor kreće* tokom jednog ciklusa *u prostoru i vremenu*. **Klinička elektrokardiografija** se *deduktivno izvodi* upravo iz ove prostorno-vremenske predstave kardijalnog vektora! Na Sl. 5.3 prikazano je *kretanje vrha vektora komorske depolarizacije u prostoru*, uz istovremeni prikaz *dve projekcije*: u frontalnoj i horizontalnoj ravni.



SLIKA 5.3 Slika vrha vektora komorske depolarizacije u prostoru, i njegova projekcija u frontalnoj i horizontalnoj ravni. Ucrtana su tri trenutna vektora, kao i tri elektrokardiograma.

Zbog položaja kardijalnog vektora, kao i različitog sastava tkiva, potencijalne razlike između pojedinih delova tela biće različite, pa se pri registrovanju *elektrokardiograma* biraju takva mesta na telu – između kojih postoji *dovoljno velika razlika potencijala*! Primjenjuju se uglavnom *dva načina* registrovanja: *bipolarni* i *monopolarni*.

Pri *bipolarnom registrovanju* koriste se dve elektrode, čiji je položaj tako podešen da se dobiju podaci o *bioelektričnoj aktivnosti srca kao celine!* Koriste se tzv. *tri klasična odvoda po Einthovenu: I odvod* (desna ruka – leva ruka), *II odvod* (desna ruka – leva noge) i *III odvod* (leva ruka – leva noge).

Pri *monopolarnom registrovanju* beleži se *bioelektrična aktivnost malih regiona* (delova) miokarda komora, čime se dobijaju podaci o eventualnim lokalnim promenama bioelektrične aktivnosti i njenog širenja! Pri monopolarnom registrovanju uzima se diferentna elektroda male površine, koja se stavlja na prednji ili levi zid toraksa (grudnog koša), dok se druga indiferentna stavlja na bilo koji deo tela. Najčešće se koriste tzv. *prekordijalni odvodi* $V_1 - V_6$ za diferentne elektrode.

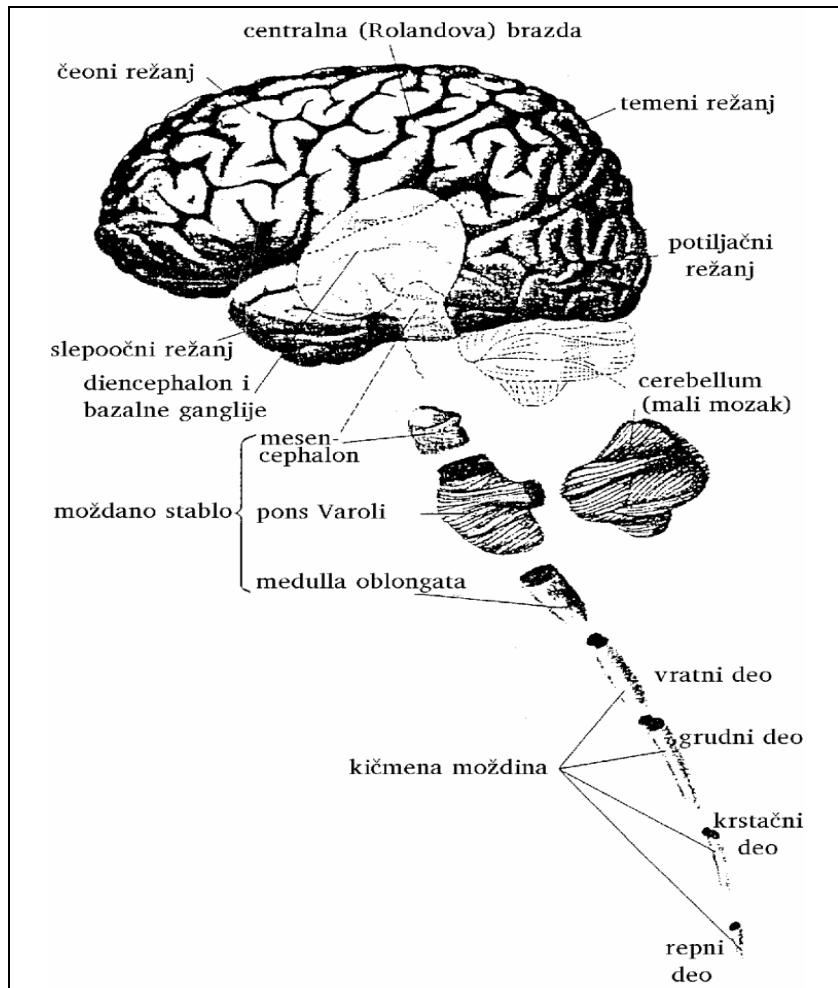
Detalji o *poremećajima EKG-a* mogu se naći u *patološkoj fiziologiji*. Tako, na primer, ako je jedan deo miokarda nekrotičan ili električno inaktivan (infarkt srca ili ožiljak posle infarkta), kardijalni vektor će to mesto "zaobići", tj. preovladaće električne sile suprotnog smera (npr. vektor zadnjeg zida, ako je infarkt u prednjem zidu); tako će na *mestu infarkta* elektrokardiograf zabeležiti samo *negativne otklone* (tzv. *QS-talas*)!

5.2 ELEKTROFIZIOLOGIJA EEG I MEG SIGNALA

Tokom čitavog života, u *mozgu* se javljaju promene električnog i magnetnog potencijala. Električne promene mogu se registrovati pomoću *elektroencefalografa*, koji daje grafički zapis ovih promena – **elektroencefalogram (EEG)**. Magnetne promene mogu se registrovati pomoću *magnetoencefalografa*, koji daje njihov grafički zapis – **magnetoencefalogram (MEG)**.

Mozak i kičmena moždina predstavljaju delove **centralnog nervnog sistema** (CNS), koji nastaje iz nervne cevi ektodermalnog porekla, smeštene na leđnoj strani *embriona*; zato se kaže da je nervni sistem kičmenjaka *cevastog tipa*. Prednji kraj nervne cevi se razvija u *moždani mehur (archencephalon)*, dok će zadnji deo dati *kičmenu moždinu (medulla spinalis)*. Moždani mehur se deli na tri dela (*prosencephalon, mesencephalon, rhombencephalon*), a zatim sa trodelenog prelazi na stupanj petodelnog mozga, koga čine: (1) *prednji mozak (telencephalon)*, (2) *međumozak (diencephalon)*, (3) *srednji mozak (mesencephalon)*, (4) *zadnji mozak (metencephalon)* i (5) završni mozak (*mielencephalon*). U toku embrionalnog razvoja čoveka dolazi do preraspodele moždane mase. Neke strukture narastaju više, što je naročito izraženo kod *prednjeg mozga*, za koga su vezane najviše kognitivne sposobnosti: zbog toga je upotreba termina *veliki mozak* kod čoveka adekvatna.

Na **mozgu** čoveka razlikuje se nekoliko delova (v. Sl. 5.4).



SLIKA 5.4 Delovi centralnog nervnog sistema

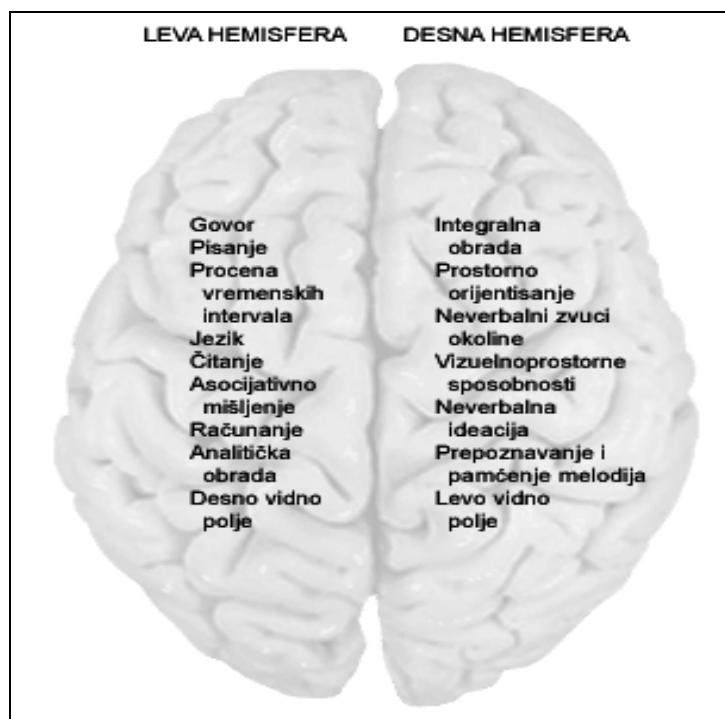
Moždano stablo se nastavlja na kičmenu moždinu, i čine ga *produžena moždina* (*medulla oblongata*, koja predstavlja *završni mozak*), *Varolijev most* (*pons Varoli*, koji je *derivat zadnjeg mozga*) i *srednji mozak* (*mesencephalon*). Ovo su filogenetski starije strukture. U moždanom stablu se nalaze *centri za regulaciju vitalnih funkcija* (disanja, srčanog rada, krvnog pritiska)!

Mali mozak (*cerebellum*) je *derivat zadnjeg mozga* (kao i Varolijev most), i kod čoveka je filogenetski mlađa struktura. Ima značajnu ulogu u *kontroli složenih mišićnih pokreta*!

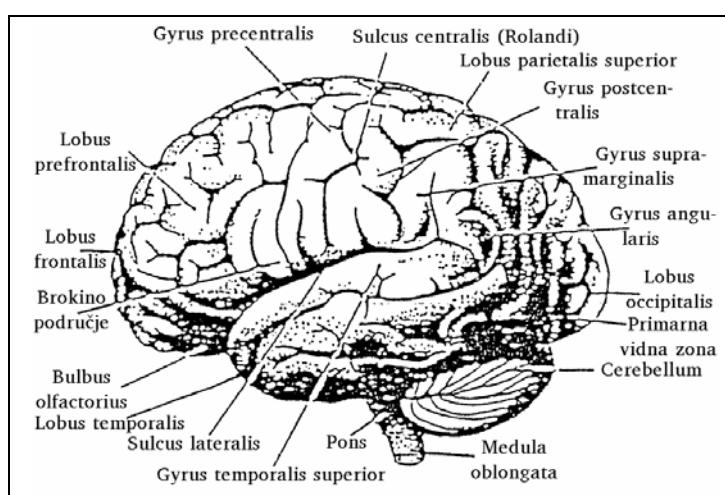
Međumozak (*diencephalon*) se nadovezuje na prednji kraj moždanog stabla. Na njemu se mogu razlikovati *hipotalamus* (*hypothalamus*) i *thalamus* (*thalamus*). Međumozak, zajedno sa moždanim stablom, sadrži mnogobrojna sitna jedra sive mase međusobno povezana nervnim vlaknima, koja čine tzv. *retikularnu formaciju*. Ova formacija (koja se nekad naziva i *retikularno-talamička formacija*) predstavlja *glavni relejni punkt* u mozgu čoveka, koji sa korom velikog mozga obrazuje povratnu informacionu spregu (tzv. *prošireni retikularno-talamički aktivirajući sistem*), čija uloga se sastoji u *selekciji* i *pojačanju* samo *jedne informacije* (među mnoštvom senzornih i introspektivnih informacija, koje se trenutno procesiraju unutar hijerarhije moždanih neuronskih mreža), koja tako postaje *svesni sadržaj* (dok *ostale nepojačane informacije* ostaju na nivou *kontekstualnih nesvesnih sadržaja*, prekrivenih pojačanim svesnim sadržajem) – u *normalnom budnom stanju*!

Veliki mozak (*telencephalon*) sastoji se od *bazalnih ganglija* (tzv. *sub-kortikalna jedra*, odgovorna za *započinjanje i regulaciju voljnih pokreta*) i *moždane kore* (tzv. *korteks*, odgovoran za sve *složenije oblike učenja i pamćenja*)! Težina velikog mozga iznosi 2–2,5% telesne težine čoveka, i u njegov sastav ulazi preko 10^{10} *nervnih ćelija*. Uzdužnom brazdom podeljen je na *dve hemisfere* (levu i desnu), koje su pri svom dnu *spojene komisuralnim nervnim vlaknima* (*corpus callosum*). Iako su hemisfere skoro istovetne u pogledu anatomske građe, one se *razlikuju* u pogledu svojih *funkcija*: *desna hemisfera* procesira stimuluse *holistički* (kao celinu), a *leva hemisfera analitički* (po delovima)! *Dominacija aktivnosti* leve i desne hemisfere *smenjuje se* sa periodičnošću $\sim 1,5\text{--}2$ h (tzv. *ultradijalni ritam*), ali je stepen veće specijalizovanosti jedne hemisfere određen većom *specijalizacijom suprotne ruke* (levaci imaju bolje specijalizovane funkcije desne hemisfere, a dešnjaci leve)! Na Sl. 5.5 dat je prikaz specijalizovanih funkcija dve hemisfere. *Percepcija i memorisanje* vezani su za *obe hemisfere*; *jezik i govor* vezani su za funkcije *dominantne hemisfere*, koja je u 90% slučajeva leva (ima mnogo više dešnjaka nego levaka). Dve *hemisfere funkcionalno interaguju* razmenom informacija preko komisuralnih nervnih vlakana.

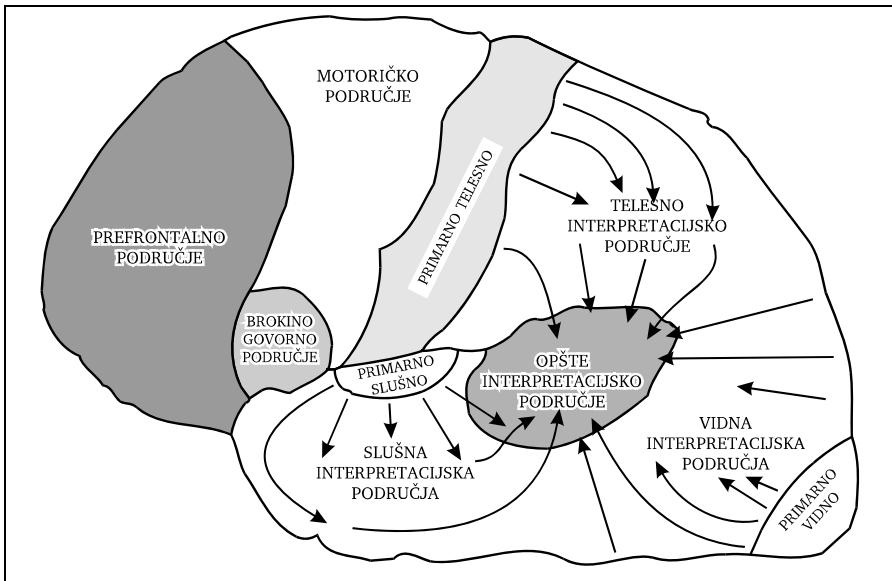
Korteks je debljine 1,5-4,5 mm i predstavlja *sivu masu velikog mozga*, dok se *bela masa* nalazi u *unutrašnjosti*. Površina kore je oko 1600 cm^2 , i ona je brazdama i vijugama izdeljena na šest režnjeva (*lobusa*): *čepni* (*lobus frontalis*), *temeni* (*lobus parietalis*), *potiljačni* (*lobus occipitalis*), *slepoočni* (*lobus temporalis*), *limbički* (*lobus limbicus*) i *insularni* (*lobus insularis*). Poslednja dva režnja nisu vidljiva sa spoljašnje strane, već su prekrivena naborima korteksa (v. Sl. 5.6). Na korteksu se mogu razlikovati *primarna* senzorna (vidno, slušno, telesno, ...) i motorička područja, *sekundarna* interpretacijska (vidno, slušno, telesno, ...), *tercijarno* opšte interpretacijsko i govorno (Brookino) područje, kao i *prefrontalno* područje (v. Sl. 5.7), od kojih su za *više kognitivne funkcije* posebno značajna tercijarna područja i prefrontalno područje (odgovorno za planiranje i kontrolu ponašanja)!



SLIKA 5.5 Komplementarne funkcije moždanih hemisfera: leve analitičke i desne holističke.



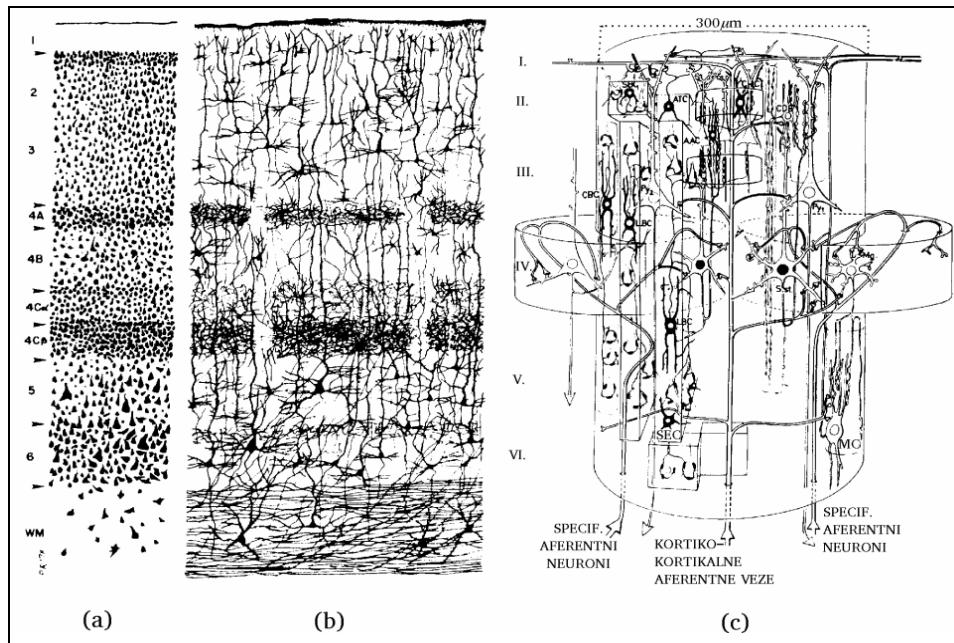
SLIKA 5.6 Prikaz bočne površine velikog mozga: vide se lobusi, najveće vijuge i brazde korteksa.



SLIKA 5.7 Funkcionalna organizacija kortexa na područja različitih funkcija i nivoa.

Neuroni kortexa (ima ih $\sim 10^{10}$) veoma su međupovezani (svaki neuron ima $\sim 10^3$ – 10^5 sinapsi). Postoje eksitatorne (pobudne) i inhibitorne (kočeće) sinapse, prema tome da li generišu pobudne postsinaptičke potencijale na membrani izlaznog neurona (olakšavajući mu da dostigne akcioni potencijal) ili kočeće post-sinaptičke potencijale (otežavajući izlaznom neuronu dostizanje akcionog potencijala). Na Sl. 5.8 prikazana je karakteristična *lamelarna* (slojevita) i *kolumnarna* (vertikalna) struktura kortexa: postoji šest slojeva neokortexa (stariji paleo-kortex ima 3–4 sloja neurona) i 10^5 – 10^6 kolumnarnih substruktura (prečnika ~ 300 μm).

Oko 70% neurona kortexa čine *piramidalne nervne ćelije* (naziv im potiče od piramidalnog oblika tela neurona). Njihovi *dendriti*, koji čine *sivu masu* kortexa, dosežu radikalno ~ 300 μm , omogućujući *lateralno povezivanje* neurona u kolumnarne strukture! Svaki piramidalni neuron kortexa pruža po jedan *akson* koji sa ostalim aksonima čini *belu masu* subkortexa; svaki od ovih aksona ima mnoštvo *terminalnih grana*, koje *povezuju* posmatrani akson sa *udaljenim neuronima kortexa* (u radijusu do 3 mm, čime se međusobno povezuju mnogobrojne kolumnarne strukture) ili *neuronima dubljih subkortikalnih struktura* (ovih poslednjih je samo 5%, u poređenju sa 95% prethodno pomenutih dugodometsnih kortiko-kortikalnih interkolumnarnih piramidalnih neuronskih veza)! *Piramidalne ćelije* formiraju *eksitatorne sinapse* sa dendritima udaljenih neurona, dok *nepiramidalni interneuroni* kortexa formiraju *inhibitorne sinapse* sa dendritima bližih neurona.



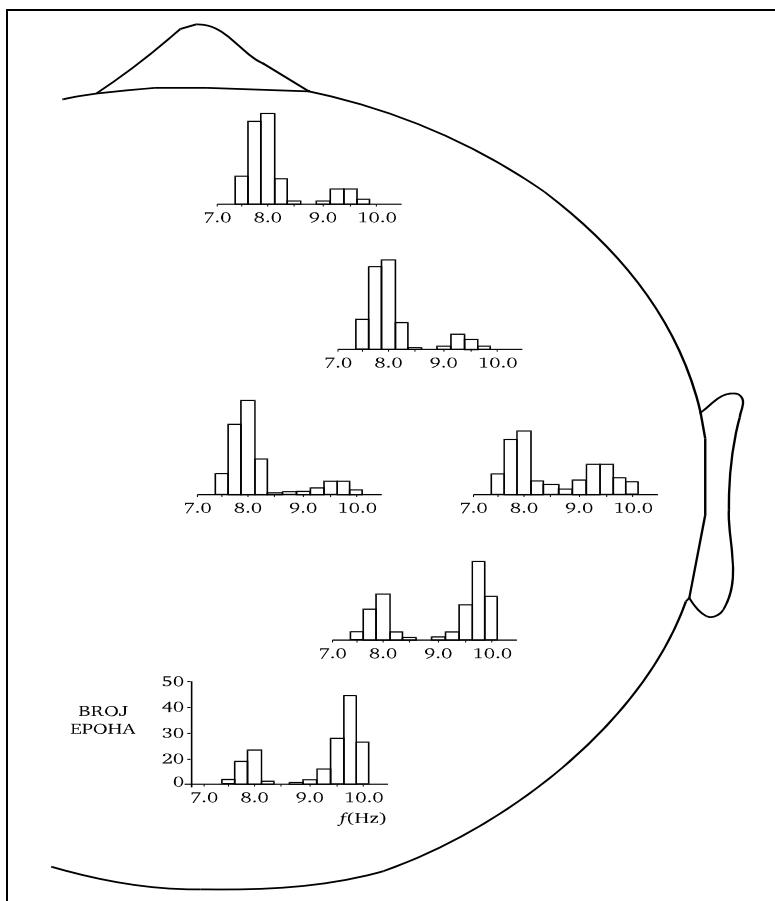
SLIKA 5.8 Prikaz lamelarne i kolumnarne strukture neokorteksa: (a,b) lamelarne strukture dobijene različitim tehnikama bojenja moždanog tkiva; (c) kolumnarna i minikolumnarna organizacija korteksa: desna polovina prikazuje eksitatorne veze, a leva inhibitorne.

5.2.1 Fiziološka osnova EEG-signala

Iako je od otkrića moždanih talasa (Berger, 1924) prošao skoro ceo vek, pitanje porekla EEG signala još uvek je *otvoreno*.

EEG sigurno *ne potiče od akcionalih potencijala* pojedinačnih neurona, jer su njihove vremenske konstante ~ 1 ms suviše kratke da bi se mogle povezati sa sporom EEG aktivnošću; niti *postsinaptički potencijali*, sa karakterističnim vremenskim konstantama ~ 50 ms, ne bi mogli da objasne vrlo spore talase (frekvencije $\sim 0,5\text{--}3,5$ Hz), koji se pojavljuju u nekim fazama spavanja! Slika EEG kao *superpozicije lokalizovanih neuronskih aktivnosti* – očigledno se *ne poklapa* sa eksperimentalnim EEG-spektrima kod ljudi (Sl. 5.9).

Nije zadovoljavajući čak ni model lokalnih neuronskih kolumnarnih struktura, jer tih struktura ima $\sim 10^5\text{-}10^6$, pa bi i slaba interakcija između pojedinih oscilatora dovela do širenja jedne frekventne linije u praktično kontinualnu frekventnu zonu – što se ne poklapa sa eksperimentalnim EEG-om, koji ima nekoliko karakterističnih frekvencija $\delta, \theta, \alpha, \beta, \gamma$.



SLIKA 5.9 Tipični frekventni histogrami snage EEG-signala, registrovanih pri zatvorenim očima na različitim lokacijama desnog skalpa.

Otuda je, verovatno, najprihvatljiviji **globalni model moždanih talasa**, čije frekvencije delimično zavise i od veličine i oblika površine korteksa! Ovo bi bile *globalne frekvencije* (f_n), koje bi karakterisale *normalne mode moždanih talasa*, zbog čega bi morala postojati i disperziona zavisnost *talasnog broja* (k_n) i *svojstvenih frekvencija* (f_n). Globalni model moždanih talasa razvijali su Nunez i Kacnelson (1981), uzimajući u obzir realnu anatomsku i fiziološku strukturu mozga. Teorija je prilično komplikovana, i izlazi izvan okvira ovog kursa. Međutim, mogu se dati neke grube procene.

Tako, u *jednodimenzionoj aproksimaciji*, za linearne cirkularne dimenzije ("obim") korteksa $L \sim 1$ m, talasni brojevi k određeni su uslovom stojećih talasa ($n\lambda_n = L$, $n = 1, 2, \dots$; λ_n - su talasne dužine stojećih talasa):

$$k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{2n\pi}{L}, \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (5.1)$$

odakle se za osnovni mod ($n = 1$) dobija $k_1 \approx 6 \text{ m}^{-1}$. U *aproksimaciji nedisperzivne moždane sredine* ($f_n = v/\lambda = v k_n / 2\pi$, gde je v - brzina kretanja moždanih talasa),

$$f_n = \frac{nv}{L}, \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (5.2)$$

uzimajući za α -talase $f_{1\alpha} \sim 10 \text{ Hz}$, dobija se brzina prostiranja moždanih α -talasa,

$$v_\alpha = f_{1\alpha} L \sim 1000 \frac{\text{cm}}{\text{s}}. \quad (5.3)$$

Dobijena vrednost je pravilnog reda veličine (eksperimentalno određena brzina akcionog potencijala kortiko-kortikalnih aksona je $\sim 6\text{--}9 \text{ m/s}$), pogotovo imajući u vidu *grubost aproksimacije*: 1D-geometrija i nedisperzivnost korteksa!

Tako, može se reći da *globalni model moždanih talasa*, sa kolumnarnim neuronskim strukturama mađusobno interagujućim posredstvom kratkodometnih interkortikalnih neurona i dugodometnih asocijativnih piramidalnih neurona, predstavlja *razuman opis* generacije i prostiranja moždanih talasa!

Na ovom mestu neophodan je dodatni komentar. Naime, prostiranje nervnog impulsa, opisano u Od. 3.2, bazirano je na difuzionoj jednačini za transmembranski potencijal, u kojoj figurišu samo kapacitivne i konduktivne karakteristike membrane (v. izraze (3.6-8) i Zad.3.3). Međutim, jasno je već iz najelementarnije analize jednog ekvivalentnog električnog RC -kola da će homogena diferencijalna jednačina za nanelektrisanje q u kolu biti samo prvog reda, $R \cdot dq/dt + q/C = 0$, odnosno neće imati oscilatorno rešenje za $q(t)$, neophodno za modeliranje oscilatorne moždano-talasne aktivnosti! S formalne tačke gledišta, najednostavnije bi bilo zameniti ekvivalentno RC -kolo sa RLC -kolom, čime bi se pojavio dodatni induktivni član $L \cdot d^2q/dt^2$, što bi dovelo do pojave sopstvenih električnih oscilacija u kolu. Međutim, za takav član nema biofizičkog opravdanja, jer su induktivni efekti ćelijske membrane na ultraniskim frekvencijama zanemarljivi u odnosu na kapacitivne ($\omega L \ll 1/\omega C$)! Rešenje problema nalazi se, ustvari, u **nelinearnim** konduktivnim svojstvima ćelijske membrane, čime se omski član $R \cdot dq/dt$ dopunjuje sa nelinearnim doprinosom $\alpha \cdot d^2q/dt^2$ (tada napon na otporniku više nije srazmeran struji, dq/dt , čime se i narušava linearnost Omovog zakona!), pa se dobija homogena diferencijalna jednačina drugog reda, $\alpha \cdot d^2q/dt^2 + R \cdot dq/dt + q/C = 0$, koja će dati neophodno *oscilatorno*¹

¹ Mnogi periodični biofizički fenomeni posledica su nelinearnosti procesa koji leže u njihovoј osnovи: različite neravnotežne autokatalitische hemijske reakcije (Lotka model, samooscilatorne reakcije

rešenje za $q(t)$! Dodajmo da su i efekti *generacije nervnog impulsa* (odnosno pojave akcionog potencijala) takođe posledica *nelinearnosti čelijske membrane*!

U elektrofiziologiji se ultraniskofrekventna moždana aktivnost dodatno deli na *spontanu aktivnost* (EEG) i *evocirane* (izazvane) *potencijale* (EP)! EEG se široko primenjuje u dijagnostičke svrhe (epilepsija, povrede i patološke promene mozga); značajan je i za proučavanje fiziologije budnosti i spavanja. EEG potencijali su veličine $\sim 10\text{--}100 \mu\text{V}$, frekvencije $\sim 0\text{--}50 \text{ Hz}$, zavisno od stanja mozga. Pri učenju i pamćenju, kada se prezentiraju novi stimulusi, javljaju se EP-potencijali male amplitude $\sim 2\text{--}3 \mu\text{V}$. O ulozi EEG i EP potencijala u kognitivnim procesima biće još reči u ovom poglavlju.

5.2.2 Fiziološka osnova MEG signala

U okolini glave, kao posledica proticanja moždanih struja $I \sim 10^{-7} \text{ A}$, karakterističnih za EEG, može se meriti magnetno polje, čija veličina se može proceniti iz jednostavne forme Bio-Savarovog zakona, na rastojanju $r \sim 10 \text{ cm}$ od glave

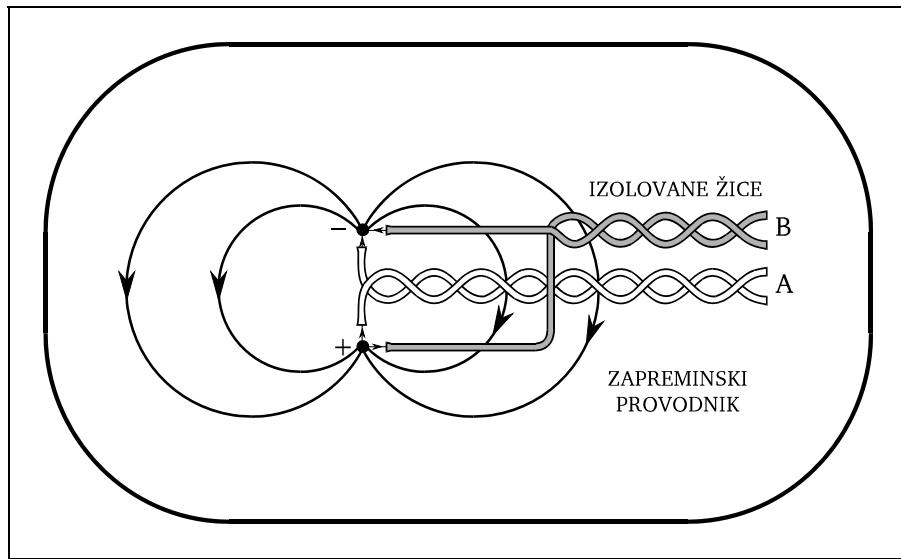
$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \sim 10^{-13} \text{ T}, \quad (5.4)$$

što je $\sim 10^9$ puta manje od magnetne indukcije Zemlje ($B_z \sim 0,5 \text{ G} \sim 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$). Ipak, ova polja se danas mogu meriti zahvaljujući primeni ultraosetljivih superprovodnih kvantnih SQUID-naprava. Obično su ove naprave dizajnirane za merenje gradijenta magnetnog polja, čime se eliminiše magnetni šum koji je konstantan u oblasti merenja MEG-signala, u okolini glave.

Pošto MEG-signal u osnovi potiče od moždanih struja, moglo bi se postaviti pitanje zašto uopšte koristiti i usavršavati novu MEG metodu, ako već postoji dobro razvijena EEG-metoda. Međutim, magnetno polje može biti povezano sa različitim aspektima strujnih tokova u poređenju sa EEG-om. Na primer, magnetno polje može biti različito za dve situacije u kojima su električni potencijali na površini zapreminski provodne sredine jednaki, kako je to prikazano na Sl. 5.10.

Oblast magnetoencefalografije je znatno mlađa od elektroencefalografije, i zahtevaće još dosta teorijskih i eksperimentalnih istraživanja, pre šire primene u elektrofiziologiji.

Belousova-Žabotinskog ...), različiti biološki ritmovi, samooscilacije intenzivnosti fotosinteze, samooscilatorni mehanohemijski procesi kretanja životinja, oscilatorna populaciona dinamika povezanih vrsta u ekološkim sistemima (Voltera model) itd.



SLIKA 5.10 Dve različite konfiguracije strujnih tokova, koje daju istu raspodelu električnog potencijala na površini zapreminskog provodnika, dok su magnetska polja različita.

5.2.3 Vremenske i frekventne metode analize EEG i EP signala

Za standardnu analizu EEG i EP signala koristi se više metoda iz statističke teorije komunikacija (Bašar, 1981), od kojih su glavne dole navedene.

AUTOKORELACIONA FUNKCIJA. Za jedan vremenski signal $x(t)$ (koji u EEG ili EP predstavlja vremensku promenu potencijala u jednoj tački glave), **autokorelaciona funkcija** se računa između dve vremenski pomerene funkcije, $x(t)$ i $x(t + \tau)$, usrednjavanjem na posmatranom intervalu T :

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t + \tau) dt. \quad (5.5)$$

Ako signal $x(t)$ sadrži u sebi jednu periodičnu pojavu (recimo sinusoidalnu, karakteristične frekvencije f_i), na koju je superponiran i neki šum (kao posledica merenja i sl.), autokorelaciona funkcija će dati nenulti doprinos samo za periodičnu komponentu $x(t)$ – pa će se na *autokorelogramu* $R_{xx}(\tau)$ videti i *frekvencija* f_i te periodične komponente! Međutim, ako u signalu $x(t)$ postoje dve periodične komponente, frekvencija f_i i f_j , na autokorelogramu $R_{xx}(\tau)$ to se odmah ne uočava! U slučaju dve ili više periodičnih komponenti u signalu $x(t)$, pogodnija za analizu je *funkcija spektralne gustine snage* (frekventni spektar snage) signala u jednoj tački glave.

FUNKCIJA SPEKTRALNE GUSTINE SNAGE. Ako se nađe Furijeova transformacija autokorelace funkcije $R_{xx}(\tau)$, dobija se **frekventni spektar snage** u kome se vidi frekventni sadržaj signala $x(t)$:

$$S_{xx}(f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = 4 \int_0^{+\infty} R_{xx}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau. \quad (5.6)$$

Frekventni spektar snage pokazuje srednju *raspodelu snage signala po frekvenciji*. Ako je signal sporopromenljiv, njegova snaga će biti skoncentrisana na niskim frekvencijama; ako signal ima tendenciju ritmičnosti sa frekvencijom f_i , njegova snaga će biti skoncentrisana na frekvenciji f_i ; ako signal sadrži superpoziciju više ritmičnih signala frekvencija f_i, f_j, f_k, \dots , njegov spektar će biti raspodeljen po frekvencijama f_i, f_j, f_k, \dots , sa relativnim doprinosom srazmernim kvadratu amplitude odgovarajućih komponenti signala!

KROSKORELACIONA FUNKCIJA. Ako se želi ispitati koliko zajedničkog u frekventnom domenu imaju dva EEG ili EP signala $x(t)$ i $y(t)$, merena u dve tačke glave, onda se računa **kroskorelaciona funkcija**

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t + \tau) dt. \quad (5.7)$$

Ako dva signala $x(t)$ i $y(t)$ nemaju zajedničkih frekvencija f_i u EEG ili EP snimku, onda je $R_{xy}(\tau) \equiv 0$. To važi i ako dva signala sadrže bliske frekvencije. Da bi bilo $R_{xy}(\tau) \neq 0$, potrebno je da *dva signala imaju bar jednu zajedničku frekventnu komponentu*, koja se tada vidi u zavisnosti $R_{xy}(\tau)$! Međutim, ako dva signala $x(t)$ i $y(t)$ imaju dve ili više zajedničkih frekvencija f_i, f_j, f_k, \dots , onda se one neće direktno videti u zavisnosti $R_{xy}(\tau)$, kada je neophodno koristiti *kros-spektralnu funkciju gustine*, analogno funkciji spektralne gustine snage za jedan signal $x(t)$.

KROS-SPEKTRALNA FUNKCIJA GUSTINE. Ova funkcija se definiše kao Furijeova transformacija kroskorelace funkcije

$$S_{xy}(f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = |S_{xy}(f)| e^{-j\phi_{xy}(f)}, \quad (5.8)$$

i kompleksna je funkcija (jer kroskorelogram $R_{xy}(\tau)$ nije parna funkcija, za razliku od autokorelograma). $|S_{xy}(f)|$ - je *kros-spektar snage*, a $\phi_{xy}(f)$ - *fazni spektar* (koji izražava srednju faznu razliku između zajedničkih frekventnih komponenti u signalima $x(t)$ i $y(t)$)!

KOHERENCIJA. Ova veličina se računa preko kros-spektra i spektra snage u dve tačke glave, prema izrazu

$$COH_{xy}(f) = \frac{|S_{xy}(f)|^2}{S_{xx}(f)S_{yy}(f)}. \quad (5.9)$$

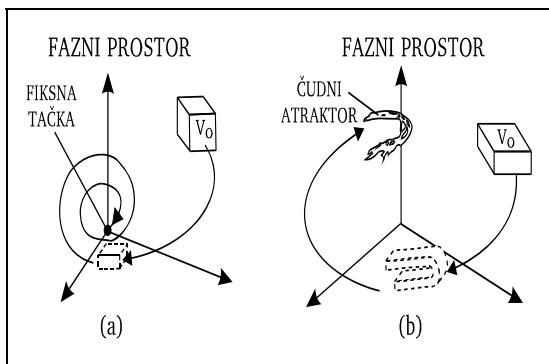
Maksimalna vrednost koherencije jednaka je jedan, a minimalna nula. Koherencija je *normalizovani kros-spektar snage*, zbog čega se češće koristi u analizi EEG i EP signala nego sam kros-spektar snage! Ipak, pošto se u koherenciji gubi informacija o fazi dva signala, obično se u karakterizaciji signala vrednost koherencije $CO_{H_{xy}(f)}$ kombinuje sa faznim spektrom $\phi_{xy}(f)$ kros-spektralne funkcije gustine.

5.2.4 Čudni atraktori u EEG i EP signalu

Poslednjih godina analiza EEG i EP signala pokazala je postojanje **čudnih atraktora**, koji se mogu kvantitativno okarakterisati tzv. *korelacionom dimenzijom* atraktora! Razmotrimo detaljnije metodologiju ovakve analize EEG ili EP signala (Belić, 1990).

Izvor EEG ili EP signala, neke karakteristične vremenske zavisnosti, generisaće na površini kortexa neki moždani talas, čiji će se front kretati po nekoj *generalisanoj n-dimenzionoj trajektoriji*: $R_\mu^n(t) \equiv \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$, gde su $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ merene vremenske zavisnosti EEG ili EP potencijala u tačkama 1, 2, ..., n na površini glave (gde su pričvršćene merne elektrode; obično je $n = 10-20$), dok μ - određuje *početno stanje* dinamičkog sistema (mozga) u datom trenutku. Zadajući *različita* početna stanja μ , dobili bismo različite trajektorije $R_\mu^n(t)$!

Ako je sistem *disipativan* (a mozak kao biološki sistem jeste!) onda će *početna zapremina* V_0 faznog prostora (definisana svim tačkama $R_\mu^n(t_o)$, za različita početna stanja mozga μ) tokom vremena *kontrahovati* ka nekom geometrijskom objektu u faznom prostoru – tzv. **atraktoru**! Njegova geometrijska struktura može biti veoma jednostavna (*fiksna tačka*, Sl. 5.11(a)), a može biti i veoma složena (kod *čudnih atraktora*, Sl. 5.11(b), kao što je slučaj kod *moždanih talasa*!).



SLIKA 5.11 Šematski prikaz, u faznom prostoru, vremenskog kontrahovanja početne zapremine V_0 u dva tipa atraktora: (a) fiksnu tačku i (b) čudni atraktor.

Jedna od glavnih karakteristika atraktora je **dimenzija atraktora!** Tako *fiksna tačka* ima dimenziju 0, *granična kružnica* - dimenziju 1, *kvaziperiodični torus* - dimenziju 2, dok **čudni atraktor** ima **necelobrojnu dimenziju!** Pri tome, dimenzija se definiše kao **Hausdorfova (geometrijska) dimenzija**:

$$D_0 = -\lim_{R \rightarrow 0} \frac{\ln N(R)}{\ln R}, \quad (5.10)$$

gde je $N(R)$ - broj n -dimenzionih malih sfera prečnika R , kojima se može ispuniti zapremina atraktora u n -dimenzionom faznom prostoru (jasno, broj $N(R)$ raste kao $1/R^{D_0}$ kako se R smanjuje, odakle i sledi definicija (5.10)). Tako, za atraktor u formi granične kružnice jedinične dužine, broj elementarnih tetiva dužine R koje prekrivaju kružnicu jednak je $N(R) = 1/R$, pa je saglasno (5.10) dimenzija granične kružnice jednak $D_0 = 1$, kao što se intuitivno i očekuje.

Pored *Hausdorfove geometrijske dimenzije* (5.10), za **čudne atraktore** se koriste i dimenzijske zasnovane na *probabilističkim koncepcijama mera*, definisanih na atraktorima. Ukoliko su eksperimentalne (ili numeričke) tačke ravnomerno raspoređene na atraktorima, onda razlike nema i relevantna je samo geometrijska (Hausdorfova) dimenzija. Međutim, ako neke delove atraktora trajektorije posećuju češće nego druge, pomenute dimenzijske razlike su evidentne! Tada se definiše **generalisana dimenzija reda q** :

$$D_q = -\lim_{R \rightarrow 0} \frac{I_q(R)}{\ln R}, \quad (5.11)$$

gde je $I_q(R)$ - *informacija reda q* :

$$\begin{aligned} I_q &= \frac{1}{1-q} \ln \sum_{i=1}^{N(R)} p_i^q, \quad (q \neq 1) \\ I_q &= -\sum_{i=1}^{N(R)} p_i \ln p_i, \quad (q = 1) \end{aligned} \quad (5.12)$$

gde je p_i - verovatnoća da proizvoljna tačka atraktora padne u sferu i prečnika R , dok je $N(R)$ - broj nepraznih sfera. Za $q = 0$ je $I_q = \ln N(R)$ (v. izraz (5.12)), pa se definicija (5.11) poklapa sa (5.10). Za $q = 1$, dobija se tzv. **informaciona dimenzija** (jer je $I_1(R)$ - mera informacije sadržane u sistemu, v. Dod. D.2.1):

$$D_1 = -\lim_{R \rightarrow 0} \frac{I_1(R)}{\ln R} = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(R)} p_i \ln p_i}{\ln R}, \quad (5.13)$$

a za $q = 2$ dobija se tzv. **korelaciona dimenzija**:

$$D_2 = -\lim_{R \rightarrow 0} \frac{I_2(R)}{\ln R} = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(R)} p_i^2}{\ln R} = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{\ln C(R)}{\ln R}, \quad (5.14)$$

gde je $C(R)$ - "korelacioni integral", koji na atraktoru prebrojava parove tačaka sa međusobnim rastojanjem $|\mathbf{R}_i^n - \mathbf{R}_j^n| < R$:

$$C(R) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N h(R - |\mathbf{R}_i^n - \mathbf{R}_j^n|), \quad (5.15)$$

gde je h - Hevisajdova jedinična funkcija ($h(x) = 1$, za $x > 0$ i $h(x) = 0$, za $x < 0$).

Iz (5.14) očevidno sledi da je

$$C(R) = R^{D_2}, \quad (5.16)$$

odnosno lako je izračunati **korelacionu dimenziju atraktora** izračunavanjem $C(R)$ prema (5.15) i crtanjem $\ln C(R)$ u funkciji $\ln R$, odakle se iz **nagiba** ove zavisnosti dobija D_2 ! Između dimenzija postoji relacija $D_0 > D_1 > D_2$.

Grasberger i Prokača (1983) su pokazali da se *generalisana n-dimenziona trajektorija* $\mathbf{R}_\mu^n(t) \equiv \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$ EEG ili EP signala, merenog u n -tačaka na glavi, može **zameniti trajektorijom** u prostoru *istih metričkih karakteristika*: $\mathbf{R}_\mu^n(t) \equiv \{x_1(t), x_1(t + \tau), \dots, x_1[t + (n - 1)\tau]\}$, gde je $x_1(t)$ samo jedna komponenta merenih signala (EEG ili EP signal meren u tački 1) u n različitim vremenskim trenutaka, pomerenih međusobno za interval τ !

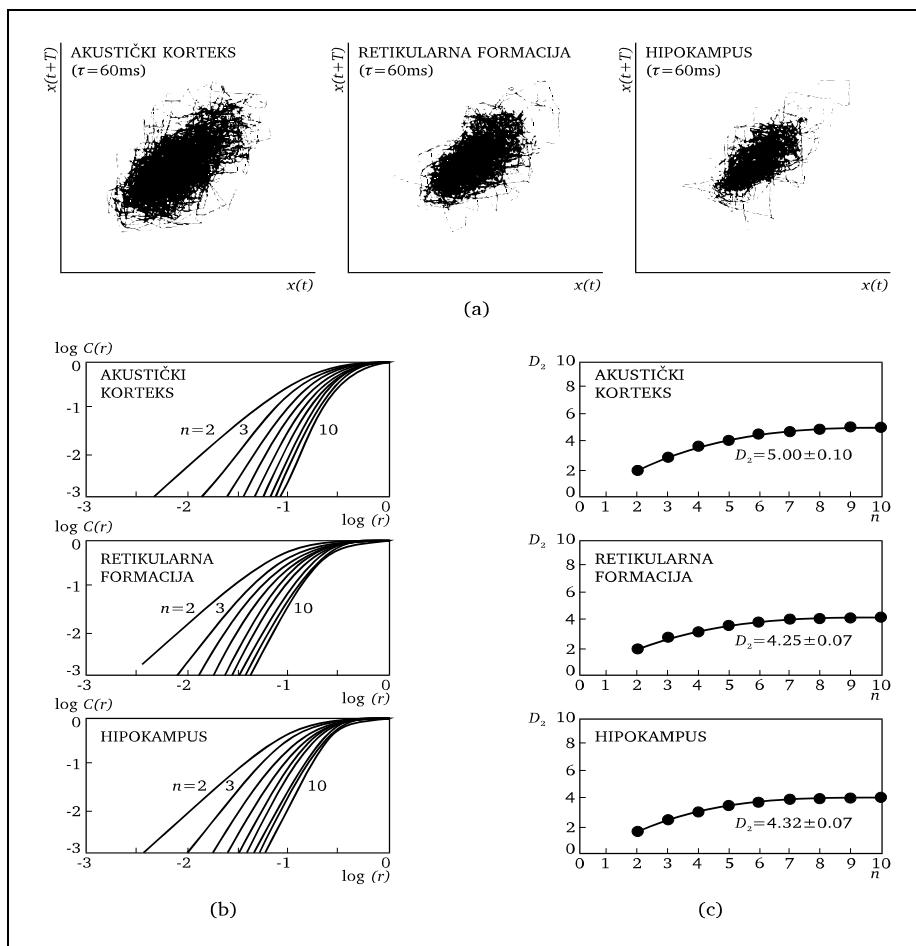
Tako, za dovoljno veliko N , računajući $C(R)$ za razne vrednosti n , dobija se da nagib zavisnosti $\ln C(R) = f(\ln R)$ dovoljno brzo saturira (za $n = 10$), što se može dobiti i iz prikaza $D_2(n)$ – koji dobija **horizontalnu asimptotu** D_2 (već za $n = 10$) za konačnodimenzione atrakte (v. Sl. 5.12)! S druge strane, šum nema asimptotu, jer dimenzija atraktora određuje **donju granicu minimalnog broja varijabli** potrebnih za opisivanje nekog dinamičkog sistema, a za opisivanje neuređenog šuma potrebno je praktično beskonačno mnogo varijabli!

Ideja Grasbergera i Prokače postaje razumljivija ako se posmatra jednostavno periodično kretanje po graničnoj kružnici:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_\mu(t) &= \{x_1(t), x_2(t)\} = \{\sin 2\pi t, \cos 2\pi t\} = \\ &= \left\{ \sin 2\pi t, \sin \left(2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \right\} = \left\{ x_1(t), x_1 \left(t + \frac{1}{4} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Dakle, kretanje po graničnoj kružnici može se predstaviti samo pomoću jedne komponente, ali sa argumentom koji sadrži vremensko kašnjenje!

Različite vrednosti korelacionih dimenzija čudnih atraktora u različitim moždanim strukturama, prikazane na Sl. 5.12, ukazuju na **različito poreklo** spontane EEG aktivnosti ovih struktura! Osim toga, pošto D_2 ima *konačne vrednosti*, to nedvosmisleno ukazuje da spontani **EEG signal nije šum** (kako se to ponekad prepostavlja od nekih autora), već da **odražava koherentno ponašanje** neuronskih struktura *u različitim neuronskim mrežama mozga*!



SLIKA 5.12 Različiti načini predstavljanja čudnih atraktora EEG signala mačke, za tri moždane strukture (akustički korteks, retikularna formacija, hipokampus): (a) reprezentacija u ekvivalentnom dvodimenzionalnom faznom prostoru; (b) prikaz krivih $\ln C(R)$ u funkciji $\ln R$, sa $n = 2, 3, \dots, 10$ kao parametrom; (c) prikaz krivih $D_2(n)$, čije horizontalne asymptote određuju korelacionu dimenziju D_2 čudnih atraktora.

Treba istaći da je *iščezavanje* autokorelacione funkcije signala ($R_{xx}(\tau) \equiv 0$) jedan od glavnih kvantitativnih pokazatelja *nepostojanja kvaziperiodičnog kretanja, odnosno postojanja čudnog atraktora!* Naime, *nelinearna sprega* između različitih frekventnih modova EEG ili EP signala ima tendenciju da *razruši kvazi-periodična kretanja sa tri ili više frekvencija – i da ih zameni haosom!*

Dodajmo i da su *čudni atraktori* veoma **osetljivi na početne uslove**, tj. *najmanje u jednom pravcu* na čudnom atraktu dolazi do eksponencijalnog razdvajanja bliskih tačaka faznog prostora – i osetljivosti na početne uslove! Zato pojava *čudnog atraktora* u dinamici sistema označava pojavu **determinističkog haosa!**

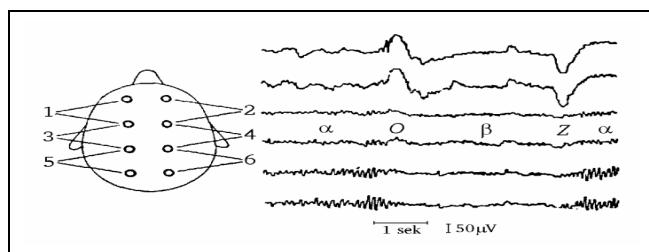
Takođe, čudni atraktori imaju karakteristiku **samosličnosti**, odnosno ponavljanje istog struktturnog motiva na *različitim hijerarhijskim nivoima* (što asocira i na *sličnost sa holografskim zapisom*, koji nosi istu informaciju u svakom deliću holograma)!

5.2.5 Moždani talasi i stanja svesti

Malo ko od istraživača bi mogao osporiti da su moždani talasi snimljeni na EEG-u odraz *krupnih* promena u stanju svesti. Međutim, promene stanja svesti *ponekad* nisu praćene i značajnim promenama u EEG-u, što je mnoge istraživače dovodilo u nedoumicu o povezanosti moždanih talasa i *suptilnijih* promena stanja svesti!

U spektru snage EEG ili EP signala može se uočiti nekoliko karakterističnih frekventnih traka: α , β , γ , θ i δ .

α -ritam (8–13 Hz) je glavna aktivnost zdrave osobe. Najjasnije je vidljiv *pri zatvorenim očima*, ako je osoba psihički relaksirana! Amplituda talasa je oko 50 μ V, a ponekad i 100 μ V. Ritam je obično skoro sinusoidalnog oblika. Najbolje je izražen u parijeto-okcipitalnom (temeno-potiljačnom) regionu, a ponekad se širi u temporalne (slepoočne) regije. Ovaj ritam je obostrano sinhron (u obe hemisfere). Pri *otvaranju očiju* dolazi do *blokirana α -ritma* (v. Sl. 5.13)! α -ritam pojavljuje se i u *meditaciji, autogenom treningu i hipnozi*!



SLIKA 5.13 Normalan EEG: blokiranje α -ritma pri otvaranju očiju (O), i ponovna pojava α -ritma pri zatvaranju očiju (Z).

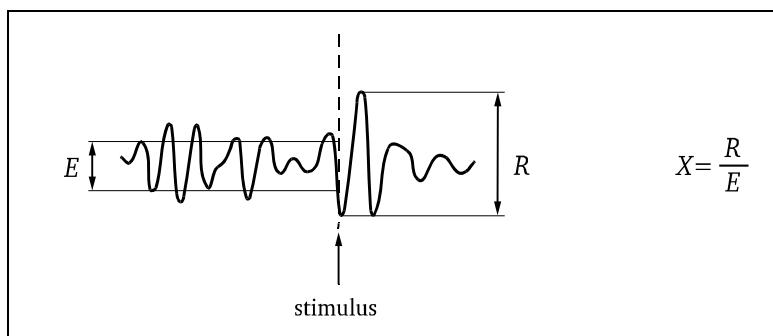
β -ritam (13–30 Hz) je drugi ritam zdrave osobe u budnom stanju. Amplitude su nešto niže, oko 5–25 μ V, obično u parijetalnim (temenim) i temporalnim (slepoočnim) regionima. Pojavljuje se pod dejstvom *čulnih draži* (recimo, pri otvaranju očiju, posle blokiranja α -ritma, v. Sl. 5.13), ili tokom neke *intelektualne* aktivnosti (rešavanje matematičkih problema, na primer)! Ovaj ritam se pojavljuje i tokom *REM-faze spavanja*, kada čovek intenzivno *sanja*! Javlja se i pod dejstvom *halucinogenih droga* (LSD, ...), a i u *meditaciji, autogenom treningu i hipnozi*!

γ -ritam (30–125 Hz) javlja se kao jedna od rezonantnih traka pri pojavi *evociranih potencijala* (EP), tokom stimulacije! Pojavljuje se i kao skenirajući ritam od ~ 40 Hz pri *vizuelnoj obradi signala*, zbog čega je u novije vreme njegova uloga povezivana i sa *svesnom obradom informacija* (Krik, 1994)!

θ -ritam (3,5–8 Hz) javlja se u toku *non-REM faze spavanja*, kada čovek praktično ne sanja (*nema haluzinantnih snova* karakterističnih za REM-fazu spavanja, već su u pitanju *kratki realistični snovi*, kao reminiscencije na podsvesno memorisane *kontekstualne informacije* iz prethodnog dana – tzv. *mentacije*)! Pojavljuje se *ponekad* i u stanju *meditacije*! Postoji u EEG-u *dece pretškolskog uzrasta* (dominantan od 3. do 5. godine, a prisutan pri emocijama i nezadovoljstvu), a i kod *odraslih* pri *psihičkim potresima* ili nekim *obolenjima mozga*! Amplituda mu je do 50 μ V. Pojavljuje se u parijetalnim (temenim) i temporo-frontalnim (slepoočno-čeonim) oblastima.

δ -ritam (0,5–3,5 Hz) javlja se takođe u toku *non-REM faze spavanja*, kada čovek praktično ne sanja! Postoji u EEG-u *male dece* (do 3. godine), a kod *odraslih osoba* on je znak *tumora i moždanih oštećenja* (kada se javlja *lokalizovano*) ili *kome* (kada je *difuzan*)! Amplituda mu je do 200 μ V.

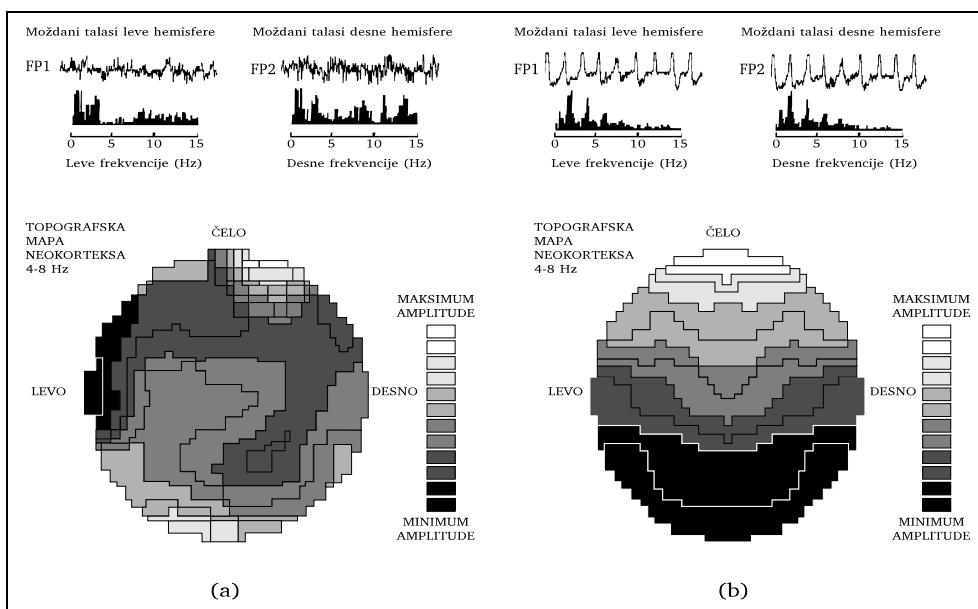
Tokom **spavanja** ritmički se smenjuju *non-REM faza* (θ - i δ -talasi) i *REM-faza* (β -talasi). REM faza čini 1/4 od ukupnog spavanja, dok tokom prosečnog života (70 godina) čovek u spavanju provede 20 godina!



SLIKA 5.14 Definisanje faktora pojačanja (X) na uzorku EEG-EP-ograma (R - je maksimalna amplituda evociranog potencijala (EP), a E - srednja kvadratna vrednost spontane EEG-aktivnosti pre stimulacije).

Evocirani potencijali (EP) javljaju se u EEG-snimku najčešće kao rezultat senzorne stimulacije! Na Sl. 5.14 prikazan je jedan EEG-EP kombinovani signal, za kojeg je definisan i faktor pojačanja (X) EP-signala u odnosu na prethodno postojeći spontani EEG-signal. Basar (1980) je razvio metod *uporedne analize* EEG-EP signala, smatrajući EEG kao *početno stanje mozga*, koje umnogome određuje *rezonantni EP-odgovor*! Takođe analizom Bašar (1981) je uspeo, na osnovu početnog EEG-signala, da predviđa potonji faktor pojačanja sa tačnošću do 30%. Ovako velike varijacije mogu se razumeti, imajući u vidu da EEG odražava deterministički haos (v. Od. 5.2.4), zbog čega je *veoma osetljiv na male promene početnih uslova!*

Sinhronizacija aktivnosti leve i desne hemisfere u opsegu θ -talasa, sa povećanjem njihove amplitude u frontalnom delu (v. Sl. 5.15), *bitna* je u kontrolisanom ulasku u *izmenjena stanja svesti* – posredstvom "mind-machine" metoda! Jedna od njih je "Hemi-Sinc" metoda razvijena 1980-ih u Monro institutu (SAD), gde se na levo i desno uho dovode audio-signali frekvencija f_L odnosno f_D , na koje možak reaguje rezonantnom aktivacijom na ($f_L - f_D$) frekvenciji, uz *raspad ultradijalnog ritma* (koji inače upravlja naizmeničnom aktivacijom i deaktivacijom dve moždane hemisfere, sa uobičajenom periodičnošću od 1,5-2 h)!



SLIKA 5.15 Uporedni prikaz frekventnog histograma snage i topografske EEG-aktivnosti leve i desne moždane hemisfere: (a) normalno budno stanje svesti (karakterisano nesinhronizovanom aktivnošću leve i desne hemisfere); (b) izmenjeno stanje svesti indukovano Hemi-Sync metodom (karakterisano punom sinhronizacijom dve hemisfere u frekventnom dijapazonu 4-8 Hz).

5.3 MOŽDANE HIJERARHIJSKE NEURONSKE MREŽE I KOGNITIVNE IMPLIKACIJE

Danas preovlađujuća naučna paradigma je da se procesiranje informacija na nivou centralnog nervnog sistema odigrava posredstvom *hijerarhijski* organizovanih i povezanih *neuronskih mreža*. Na primer, vizuelna informacija prvo se hijerarhijski procesira na nivou mrežnjače (počev od mreže fotoreceptornih čepića i štapića, pa do mreže ganglijskih ćelija), da bi se hijerarhijsko procesiranje nastavilo na nivou primarnih, sekundarnih i tercijarnih senzornih ili interpretacijskih područja u kori velikog mozga (od kojih se svako sastoji od hijerarhijski nekoliko neuronskih mreža). *Veze* unutar kao i između susednih neuronskih mreža u ovoj hijerarhiji ostvaruju se posredstvom *sinapsi* (jedan neuron može ostvariti oko 40.000 sinaptičkih veza sa susedima), koje mogu biti *eksitatorne* ili *inhibitorne*. Osim toga, tokom procesa učenja značajnu ulogu u globalnoj distribuciji (po celoj moždanoj kori) hijerarhijski obradivanih informacija igraju i moždani talasi.

Pored razvoja eksperimentalnih tehnika koje su omogućile fiziološko ispitivanje interakcija hijerarhijski povezanih susednih nivoa bioloških neuronskih mreža, značajan doprinos ustoličenju paradigmе neuronskih mreža predstavljali su teorijski prodori u ovoj oblasti u poslednjih dvadesetak godina.²

5.3.1 Razvoj koncepta veštačkih neuronskih mreža

Sekvencijalni (fon Nojmanovi) računari danas imaju takt $\sim 10^{-10}$ s, dok je prosečno vreme generacije akcionog potencijala neurona $\sim 10^{-3}$ s. Iako je ovaj odnos brzine aktivacije pojedinačnih procesirajućih elemenata $\sim 10^7$ puta veći kod sekvencijalnih poluprovodničkih računara, ipak je *mozak superioran* nad njima kada se radi o nekim *komplikovanim zadacima*, kao što su obrada i prepoznavanje slike, orijentacija i kretanje u prostoru promenljivih karakteristika, razumevanje govora itd. Razlog velikih mogućnosti *mozga* leži u *paralelnoj obradi informacija*.

² *Interdisciplinarno modeliranje mreža neurona i sinapsi započelo je još 1940ih godina, potom sredinom 1960ih nastupa period petnaestogodišnjeg zatišja (kada je koncept neuronskih mreža potisnut pod uticajem ogromnog autoriteta Minskog, rodonaćelnika oblasti veštačke inteligencije), da bi zatim do velikog uspona oblasti neuronskih mreža došlo pre svega zahvaljujući Hopfildu (1982-84). Termin neuronske mreže obično je kraći oblik termina veštačke neuronske mreže, koje se realizuju (češće) računarskim simulacijama ili (ređe) hardverskim implementacijama. Spektar veštačkih neuronskih mreža ide od tehnički orijentisanih imitacija primenjenih za obradu informacija (tzv. empirijski (eksterni) modeli različitih nebioloških procesa (v. Od. 5.3.1; Hek-Nilsen, 1990)), do biološki orijentisanih (tzv. teorijski (interni) modeli neuronskih procesa u živim sistemima, klasični (v. Od. 5.3.2; Kohonen, 1984; Hopfield, 1982; Haken, 1991) i kvantni (v. Od. 5.4.2; Peruš, 1995-2001; Raković, 1995-2007).*

Osim toga, pošto je broj neurona u mozgu, kao i broj veza između njih konstantan, znanje je *distribuirano po vezama*, a nove informacije se dodaju *podešavanjem jačine veza* između neurona. Takođe, određeni delovi informacija se ne nalaze na tačno određenim pozicijama, nego su distribuirani po regionima u mozgu. Time oštećenje neurona, pa čak i grupa neurona, ne utiče u većoj meri na pogoršanje performansi sistema, dok kod većine sekvencijalnih računara uništenje dela procesorske jedinice ili dela memorije vodi ili ka prestanku rada celog sistema ili do nepovratnog gubitka informacija.

Za razliku od sekvencijalnih računara, kod kojih centralna procesorska jedinica kontroliše sve interne aktivnosti i ima pristup memoriji, kod mozga je *upravljanje lokalno*. Ponašanje svakog neurona u mozgu zavisi samo od njegovog prethodnog znanja i od ulaznog okruženja, pa se može reći da je izlaz svakog neurona funkcija lokalno dostupne informacije.

Neuronske mreže, kao pokušaj modeliranja rada ljudskog mozga, imaju mnoga dobra *svojstva*: *paralelan rad*, izvršenje *komplikovanih zadataka* u relativno kratkom vremenu, *distribuiranu raspodelu informacija*, *slabu osetljivost na oštećenja*, kao i *mogućnost učenja*, odnosno adaptacije na promene u okruženju i poboljšanje rada na osnovu iskustva.

Ova dobra svojstva neuronskih mreža podstakla su mnoge naučnike na ideju da su one rešenje za većinu problema: sa dovoljno velikom mrežom i adekvatnim obučavanjem, mreže bi mogle da izvršavaju proizvoljne zadatke, bez poznavanja detaljnog matematičkog algoritma datog problema. Trenutno, ovakva očekivanja su još daleko od realizacije. Za sada je *realno* rešenje u pronalaženju odgovarajuće mrežne topologije i pravila obučavanja za svaki pojedinačni zadatak!

Jedan od prvih i najznačajnijih koncepata u oblasti neuronskih mreža predstavlja Hebovo (1949) *biološko pravilo učenja*, saglasno kome ojačavaju one sinapse koje se češće aktiviraju, a slabe one koje se ređe aktiviraju. Ovo pravilo je danas u neuroračunarstvu poznato kao **Hebovo pravilo obučavanja**. Za neuronsku mrežu tipa **linearnog asocijatora** (Sl. 5.16), koja se sastoji od jednog ulaznog sloja (od n neurona) i jednog izlaznog sloja (od m neurona), gde je svaki izlazni neuron povezan sa svim ulaznim neuronima, sa nekim težinskim faktorima w_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$) – matematički izraz Hebovog pravila obučavanja može se napisati u matričnom obliku:

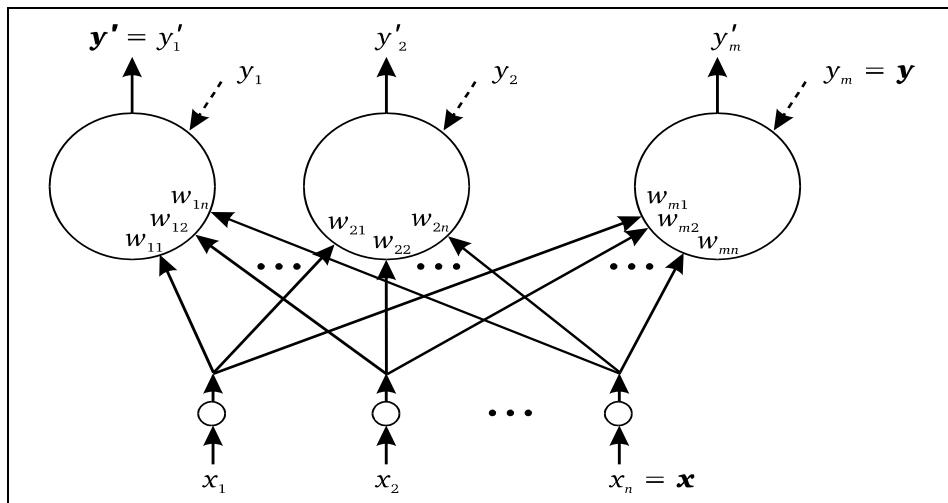
$$\mathbf{W} = \mathbf{y}_1 \mathbf{x}_1^T + \mathbf{y}_2 \mathbf{x}_2^T + \dots + \mathbf{y}_L \mathbf{x}_L^T, \quad (L \leq n) \quad (5.18)$$

gde je matrica težina \mathbf{W} dobila ovu formu posle L trening parova ulaznih i izlaznih vektora: $(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1), (\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2), \dots, (\mathbf{x}_L, \mathbf{y}_L)$. Vektori \mathbf{y}_k i \mathbf{x}_k predstavljaju matrice kolone sa komponentama y_{ki} ($i = 1, 2, \dots, m$) i x_{kj} ($j = 1, 2, \dots, n$), dok su \mathbf{x}_k^T matrice vrste dobijene transponovanjem matrica kolona \mathbf{x}_k .

Izraz (5.18) naziva se *suma spoljašnjih (tenzorskih) proizvoda* za matricu težina \mathbf{W} , što ukazuje da su promene matrice težine pri sukcesivnom obučavanju parovima vektora $(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k)$ date sukcesivnim uvećanjem matrice \mathbf{W} za doprinos $\mathbf{y}_k \mathbf{x}_k^T$, što je spoljašnji (tenzorski) proizvod vektora \mathbf{y}_k i \mathbf{x}_k . Ako su vektori $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L)$ ortonormirani ($\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j = \delta_{ij}$, gde je δ_{ij} Kronekerov delta simbol), tada je

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{W} \mathbf{x}_k, \quad (k = 1, 2, \dots, L) \quad (5.19)$$

odnosno *linearni asocijator* obavlja željenu ulazno-izlaznu transformaciju! Jasno je da **mora biti** $L \leq n$, zbog dimenzionalnosti \mathbf{x}_k vektora: maksimalni broj ortogonalnih vektora u n -dimenzionalnom vektorskem prostoru je n . Ovo je posledica **linearnosti** vektorskog prostora, odnosno transformacija (5.18) i (5.19)!



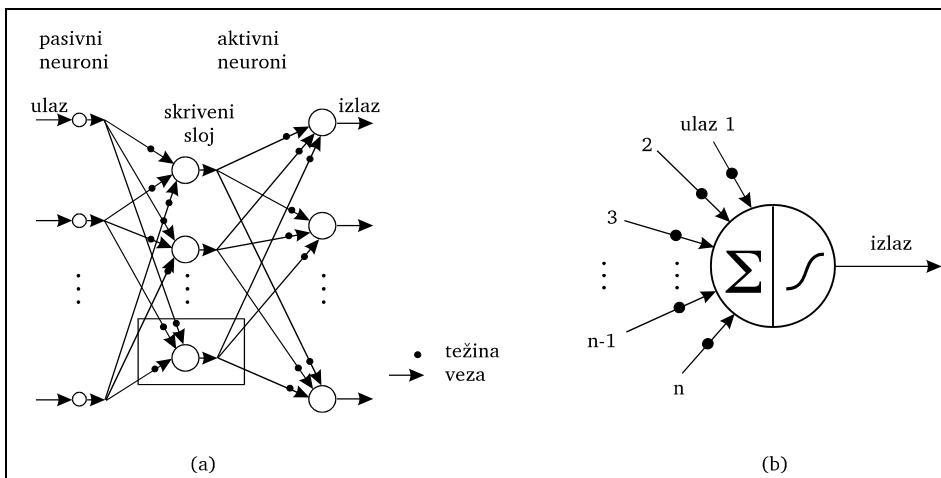
SLIKA 5.16 Jednostavna neuronska mreža tipa linearног asocijatora. Vektor \mathbf{x} ulazi u mrežu na dnu, a vektor \mathbf{y}' izlazi na vrhu. Izlaz y'_i i -tog neurona ($i=1, 2, \dots, m$) je linearна kombinacija komponenti x_j ulaznog vektora ($j = 1, 2, \dots, n$) sa trenutnim težinskim faktorima w_{ij} tog izlaznog neurona. Tokom svakog pokušaja treninga, i -ti izlazni neuron dobija komponentu signala y_i koju bi trebalo da ima tačan izlazni vektor \mathbf{y} . Pošto se te y_i -komponente zadaju samo tokom obučavanja mreže, ti ulazi su označeni isprekidanim linijama. Obučavanje mreže, podešavanjem težinskih faktora w_{ij} , završava se kada se izlazni vektori \mathbf{y}' poklope sa zadatim izlazima \mathbf{y} .

Da bi se prevazišlo ovo ograničenje, odnosno da bi *neuronska mreža* mogla da se obuci i prepozna i znatno veći broj vektora (L) od broja ulaznih neurona (n), potrebno je uvesti **nelinearnu transformaciju** $\mathbf{y}_k = \mathbf{W}^{nel} \mathbf{x}_k$! Današnje višeslojne neuronske mreže obično koriste neku *nelinearnu transformaciju* (S) linearne kombinacije (\sum) ulaznih signala (x_{kj}) i težinskih faktora (w_{ij}^l) neurona (v. Sl. 5.17):

$$y_{ki}^l = S \left(\sum_{j=1}^n w_{ij}^l x_{kj} \right), \quad (5.20)$$

gde indeks k prebrojava parove ulazno-izlaznih vektora ($k = 1, 2, \dots, L$), a indeks i prebrojava komponente izlaznog vektora ($i = 1, 2, \dots, m$) u l -tom sloju neuronske mreže ($l = 1, 2, \dots$).

U opštem slučaju, osim *ulaznog sloja* (koji samo distribuiru ulazne podatke narednom sloju) neuronska mreža može imati *nekoliko skrivenih slojeva*, koji prethode *izlaznom sloju*. S tim u vezi, važi **teorema Kolmogorova**: Svaka kontinualna funkcija $f(\mathbf{x}^{(n)}) = \mathbf{y}^{(m)}$ može se egzaktno implementirati *3-slojnom neuronskom mrežom*, koja ima n neurona u prvom (ulaznom) sloju, $2n+1$ neurona u srednjem (skrivenom) sloju i m neurona u poslednjem (izlaznom) sloju!



SLIKA 5.17 (a) Troslojna neuronska mreža, sa jednim skrivenim slojem; (b) Uvećani insert pokazuje strukturu jednog neurona u skrivenom sloju, sa šematskim prikazom nelinearne transformacije (S) linearne kombinacije (Σ) ulaznih signala i težinskih faktora neurona.

Znači, svako preslikavanje $\mathbf{x}^{(n)} \xrightarrow{f} \mathbf{y}^{(m)}$ ne zahteva više od *jednog skrivenog sloja* (v. Sl. 5.17), mada iz praktičnih razloga kada je n veliko, umesto jednog skrivenog sloja sa $2n+1$ neurona koristi se *dva ili više skrivenih slojeva sa znatno manje neurona*! Zavisno od broja slojeva i načina obučavanja (sa ili bez nadzora), postoji više tipova veštačkih neuronskih mreža (Heck-Nielsen, 1990).³

³ Među veštačkim neuronskim mrežama koje se obučavaju pod nadzrom, najpoznatija je "back-propagation" neuronska mreža (sa prostiranjem gradijenta greške sa izlaza unazad kroz mrežu), čiji

Dosadašnja **praktična iskustva** sa obučavanjem *veštačkih neuronskih mreža* ukazuju da je bitno da *obučavanje ne traje suviše dugo*, i da *nema suviše skrivenih neurona*, jer to dovodi do *pretreniranosti mreže* i tendencije da *samo memorije* ulazno-izlazne parove vektora, a *ne i da vrši generalizaciju (učenje)* – sa sposobnošću da prepozna i neki novi ulazni vektor za koji nije obučavana!

Međutim, **mozak** se sastoji od $\sim 10^{10}$ neurona, a istovremeno je vrlo *fleksibilan*, što jasno ukazuje da je *nešto drugačije organizovan* u odnosu na veštačke neuronske mreže! Zaista, iako su veštačke neuronske mreže nastale kao koncept kopiranja funkcije bioloških neuronskih mreža, mnoge od veštačkih neuronskih mreža nemaju suštinske sličnosti sa biološkim – koje su organizovane kao *hijerarhijske neuronske mreže*. Kod njih je povezanost između neurona susednih slojeva znatno proređenija, odnosno lokalizovanja: *neuroni svakog sloja povezani su samo sa ograničenim lokalizovanim podskupom neurona prethodnog sloja!* To implicira da *svaki neuron* može procesirati samo *parcijalnu informaciju*, odnosno onaj skup ulaznih signala koji može "videti".

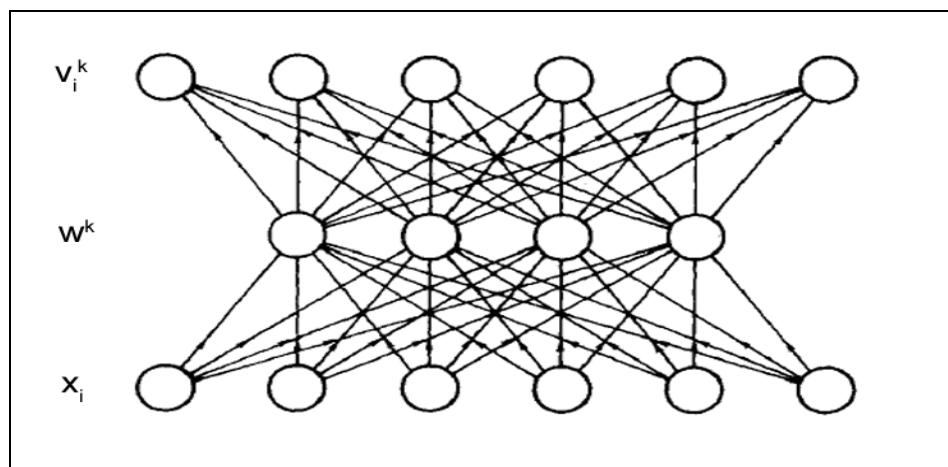
5.3.2 Hijerarhijski modeli moždanih neuronskih mreža

Prednost arhitekture hijerarhijskih neuronskih mreža je da **funkcionalno specijalizovani neuroni** svakog sloja procesiraju samo *ograničenu količinu informacija!* Uкупna globalna situacija se onda postepeno rekonstruiše kako se procesirajuća informacija pomera ka izlaznim slojevima hijerarhijske mreže. Ovakav pristup zahteva *daleko manji broj neurona* u hijerarhijskim neuronskim mrežama, nego što bi to bio slučaj u mrežama sa masivnim paralelizmom veza između susednih slojeva! Treba svakako istaći da su hijerarhijske mreže prilagođene za one zadatke gde ulazna informacija ima konzistentno povezane strukture nižeg, srednjeg i višeg nivoa, što je slučaj sa spoljašnjim čulnim dražima (slučajni podaci, međutim, nemaju takvu strukturu). Iz tog razloga su biološke neuronske mreže organizovane kao hijerarhijske mreže!

Hijerarhijski modeli moždanih neuronskih mreža trenutno su *najuspešniji modeli u kognitivnim neuronaukama*, i mogu se klasifikovati na: *samoorganizujuće mapirajuće unidirekciono* orijentisane višeslojne neuronske mreže (Kohonen, 1984); *asocijativne ili atraktorske* masivno i bidirekciono povezane neuronske mreže (Hopfield, 1982; Amit, 1989); i *sinergetske* višeslojne neuronske mreže, klasične (Haken, 1991) i neuro-kvantne (Peruš, 2001).

algoritam obučavanja je predložio Verbos (1974), ali je doživeo ogromnu ekspanziju zahvaljujući Rumelhartu i PDP-grupi (1985) kao pokušaj modeliranja kognitivnih funkcija, da bi potom znatno veću primenu doživeo u tehnici. Među samoobučavajućim mrežama, najpoznatija je Kohonenova (1984) samoorganizujuća mapirajuća mreža bez povratne sprege (v. Od. 5.3.2), mada i ovakve mreže ponekad imaju "back-propagation" povratnu spregu (za obučavanje pod nadzorom).

KOHONENOVE SAMOORGANIZUJUĆE MAPIRAJUĆE MREŽE jesu fiziološki opravdani model neuronskih mreža koje se prilagođavaju *perceptivnim podacima* razvojem moždanih mapa, sa očuvanim relacijama ulaznih podataka. Ovakve neuronske mreže bez povratne sprege mogu izvesti samo-organizujuće mapiranje od senzornih ulaza (niži sloj) ka unutrašnjim reprezentacijama (srednji sloj), i dalje od unutrašnjih reprezentacija do motoričkih izlaza (gornji sloj), v. Sl. 5.18. Najviše su korišćene za modeliranje **percepcije** (korišćenjem senzornih mapa) i **motorike** (korišćenjem motoričkih mapa), ali se primenjuju i za *klasifikaciju oblika* u računarskim naukama i robotici.



SLIKA 5.18 Mreža bez povratne sprege sa ulaznim (senzornim), skrivenim (reprezentacionim) i izlaznim (motoričkim) slojem.

U Kohonenovim mrežama kodiranje je konstruisano *redukovanjem razlika (grešaka)* između eksternog stanja i interne mrežne reprezentacije tog stanja. I interna i eksterno stanje predstavljeni su kao oblici aktivnosti, matematički opisani vektorima oblika. Sinaptičke veze, u kojima su oblici uskladišteni, menjaju se u skladu sa stepenom neslaganja između prototipa (interne reprezentacije) \vec{w} i eksternog oblika (na primer, oblik stimulusa iz okoline kojeg su detektovale senzorne ćelije) \vec{x} . Prototip može biti opisan kao 'učitelj' (učenje pod nadzorom) ili može biti ustanovljen u samo-organizujućoj proceduri (učenje bez nadzora).

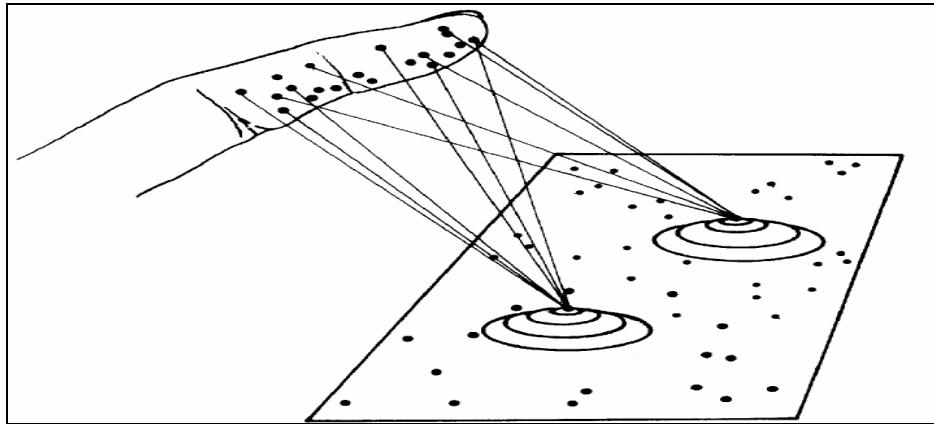
U drugom slučaju, koji je biološki relevantniji, prototip je najdominantniji neuron, tzv. **kardinalni neuron** lociran u \vec{r} (ili **ćelija-parametar uređenja**, jer uređuje celi sloj neurona nakon što je 'preuzeo svu moć'), koji kroz procese lateralne inhibicije pobeduje u nadmetanju među neuronima i *samošalno mapira prototip* $\vec{w}_{\vec{r}}$, koji *kodira odgovarajući specifični eksterni oblik receptivnog polja* \vec{x} senzornih ćelija.

Svako receptivno polje ulaznog sloja deluje kao *adaptivni filter* koji bira one senzorne oblike koji su najsličniji njegovom specifičnom receptivnom obliku, na kojeg potom specifično reaguje njemu odgovarajući specijalizovani kardinalni neuron skrivenog sloja!

Kohonenov model je *fiziološki najzasnovaniji*, jer se njime može predstaviti proces **lokalizovanog kodiranja specijalizovanih perceptualnih podataka** (Sl. 5.19). Pri tome, za lokalizovano kodiranje suštinsko je **topološki-korektno mapiranje**, tj. da su topološke relacije očuvane dok je ulazni oblik \vec{x} projektovan u izlazni oblik \vec{w} . Osim toga, za lokalizovano kodiranje suštinsko je i **samo-organizujuće mapiranje**, kod kojeg se sličnost ulaznih signala projektuje kao bliskost pobuđenih neurona, jer se u optimizacionom procesu stabilnost Kohonenove mreže nalazi formiranjem stanja sa minimalnom razlikom $\|\vec{w} - \vec{x}\|$:⁴

$$\|\vec{w}_{\vec{r}} - \vec{x}\| = \min_{\vec{r}} \|\vec{w}_{\vec{r}} - \vec{x}\|. \quad (5.21)$$

⁴ U neuronским mrežama dinamikom se uglavnom upravlja minimizacijom tzv. ‘cost funkcije’, koja je u Kohonenovom modelu srazmerna kvadratu razlike ulaznog oblika \vec{x} i izlaznog oblika \vec{w} , i analogna je energiji elastičnosti koja je srazmerna odstupanju od ravnotežne tačke (ovde je to \vec{w}). Mreža može da „uštedi energiju“ ako se slični odnosi između ulaznih oblika transformišu u slične prostorne odnose između odgovarajućih kardinalnih neurona, što je „energetski“ optimizovani proces. Samoorganizujuće mape su rezultat kontinualnog i nelinearnog približnog mapiranja koje je definisano implicitno samoorganizujućim procesima traženja stabilnosti kroz maksimalnu moguću saglasnost neurona. Ovaj proces se naziva učenjem i vođen je primerima iz evolucione istorije mreže. Korišćenjem topološki očuvanog mapiranja veliki skup od p ulaznih oblika \vec{x}^{k_i} ($k_i = 1, 2, \dots, P$) kodira se u manji skup P' prototipova $\vec{w}_{\vec{r}}$, gde je \vec{r} korišćeno kao indeks, koji ukazuje na lokaciju onih neurona do čijih je sinapsi transmitovan signal iz senzornih ćelija. Ulazni k_i -ti oblik je dat vektorom $\vec{x}_{k_i} = (\vec{x}_1^{k_i}, \vec{x}_2^{k_i}, \dots, \vec{x}_n^{k_i})$, čije komponente predstavljaju individualne piksele ulaznog oblika koji su projektovani u aktivnost n individualnih senzornih ćelija na retini oka (vid), spirali uha (sluh), itd. Prototip je dat vektorom $\vec{w}_{\vec{r}} = (w_{\vec{r}1}, w_{\vec{r}2}, \dots, w_{\vec{r}n})$, čije komponente $w_{\vec{r}l}$ predstavljaju sinaptičke veze između potencijalnih kardinalnih neurona na lokaciji \vec{r} i senzorne ćelije sa indeksom l (dakle, aktivnost neurona nije važna u ovom modelu, već samo njihove relacije $w_{\vec{r}l}$ sa konfiguracijom senzornih ćelija). Prema ovoj definiciji ulazni oblik \vec{x} i odredišni oblik $\vec{w}_{\vec{r}}$ imaju istu dimenziju (n) i mogu se oduzeti: $\|\vec{w} - \vec{x}\|$. Ako neki prototip $\vec{w}_{\vec{r}}$ odgovara ulaznom obliku \vec{x}^{k_i} više nego ostali prototipovi, tada odgovarajući potencijalni kardinalni neuron na lokaciji \vec{r} pobeduje konkurenčiju (druge potencijalne kardinalne neuron \vec{r}') i postaje stvarni kardinalni neuron – pobednik. U tom slučaju kaže se da je mreža prepoznala ulazni oblik \vec{x}^{k_i} tako što je klasifikovala ovaj ulaz kao primer prototipa $\vec{w}_{\vec{r}}$. Sa svakim novim ulaznim oblikom prototip promeni ponešto: novi izmenjeni prototip je rezultat kompromisa između starog prototipa i novog ulaznog oblika. Prototip je kodiran u sinaptičkim vezama $w_{\vec{r}l}$ ili u kardinalnim neuronima na lokaciji \vec{r} .



SLIKA 5.19 Kohonenova mreža reaguje na ulazni oblik (predstavljen u senzornim čelijama receptivnog polja prsta) lokalnom aktivacijom u okolini kardinalnog neurona koji je nosilac kodiranja ovog ulaznog oblika u mapi mozga.

Pomenuto samoorganizuće topološki očuvano mapiranje, istovremeno podrazumeva i **redukciju dimenzionalnosti reprezentacionog prostora**, jer se višedimenzionalni prostor ulaznih oblika (dimenzije n jednake broju senzornih čelija ulaznog sloja) smanjuje na dvodimenzione mape izlaznih oblika (određenih kardinalnim neuronima definisanim x i y koordinatama koje pripadaju kortikalarnoj mapi). Ovo mapiranje takođe podrazumeva i **kompresiju podataka**, jer mreža uči da raspozna najvažnije karakteristike ulaznih oblika, tako da će samo ove glavne karakteristike biti sačuvane.⁵

Dvodimenzione mape su uglavnom locirane u **primarnim zonama** korteksa, gde vrše odgovarajuće **ekstrakcije karakteristika**. Primeri su *somatotopska mapa* (u somatosenzorskom korteksu) površine kože, *tonotopska mapa* (u auditornom korteksu) spirale uha, *retinotopska mapa* (u vizuelnom korteksu)⁶ retine oka, *aromotopska mapa* (u mirisnom korteksu)⁷ sluzokože nosa, itd. Pri tome, vektori veza i kardinalni neuroni nisu genetički predodređeni, već evoluiraju postepeno pod selektivnim uticajem okoline.

⁵ Iako je predstavljeni Kohonenov model važan pre svega u neurofizici, može se očekivati da će imati značajan uticaj na fiziku uopšte, jer je u pitanju algoritam za redukovanje dimenzije u kompleksnim sistemima, koji objašnjava kako iz samoorganizućih paralelnog distribuiranih procesa proističu lokalizovane strukture.

⁶ Grosberg sa saradnicima (1988) modelirao je biološke hijerarhijske neuronske mreže prilagođene za modeliranje percepcije osvetljenosti vidnog polja, pokazujući da ovakva mreža može dobro da prepozna i različite psihološke iluzije vezane za probleme osvetljenosti površina.

⁷ Friman sa saradnicima (1990) modelirao je biološke hijerarhijske neuronske mreže prilagođene za percepciju mirisa kod sisara, uvodeći sistem povratnih sprega na različitim hijerarhijskim nivoima mreže, pokazujući da ovakva mreža dobro odražava dinamiku mirisnog sistema.

U korteksu se nalaze i *vertikalne kolumnе*, kao proizvod samoorganizujućeg topološki očuvanog mapiranja. Specijalizovane su za *ekstrakciju karakteristika perceptivnih oblika* (orientacije, brzine i pravca kretanja, ivica, periodičnosti, nijanse boja itd.), ili za *regulisanje motoričkih akcija* (inervacija mišića). U asocijativnim oblastima, kolumne su gusto povezane da bi kolektivno izvršavale složene zadatke kao što su prepoznavanje lica, razumevanje govora, planiranje putanja ruke itd. Kolumnne obezbeđuju informacione osnove za više moždane funkcije koje su modelovane atraktorskim asocijativnim neuronskim mrežama.

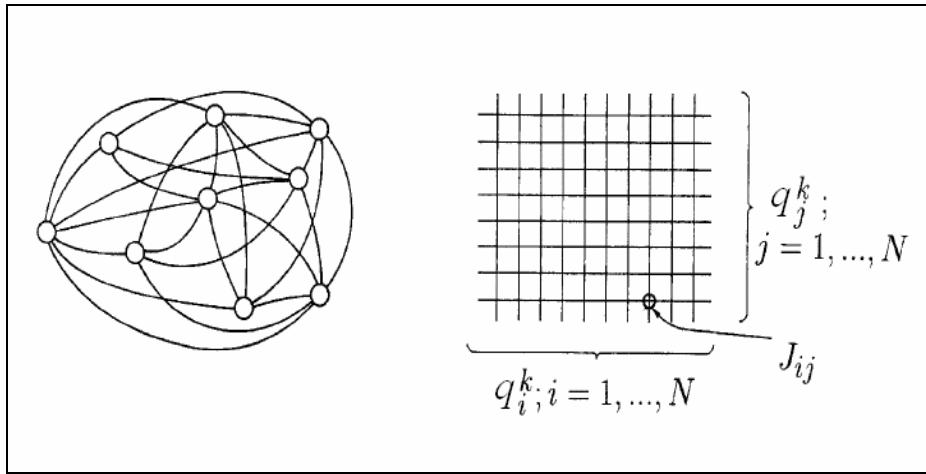
HOPFIELDOVE ASOCIJATIVNE MREŽE jesu *neuropsihološki opravdani* model neuronskih mreža za opis i simulaciju **asocijativnih kognitivnih procesa** (*učenje, pamćenje, prepoznavanje, klasifikacija, generalizacija, ekstrakcija najrelevantnijeg informacionog sadržaja...*) u sekundarnim, tercijarnim i prefrontalnim asocijativnim zonama korteksa. Ovi procesi mogu se uspešno modelovati korišćenjem Hopfieldovih neuronskih mreža, organizovanih u funkcionalne i/ili virtualne hijerarhije. Na Sl. 5.20 levo dat je prikaz **masivno i bidirekciono povezane** strukture Hopfieldove neuronske mreže, dok je na slici desno dat dijagram funkcionalne šeme strukture njene **memorijske korelace matrice J** prema Hebovoj jednačini za **sinaptičke veze**, čiji elementi J_{lj} predstavljaju sumu sprega l -tог neurona $q_l^{k_i}$ i j -tог neurona $q_j^{k_i}$ participirajućih u svih k_i ($i = 1, \dots, P$) memorijskih oblika neuronske mreže K .⁸

$$J_{lj} = \sum_{i=1}^P q_l^{k_i} q_j^{k_i} \quad (5.22)$$

⁸ Hebova jednačina (5.22) pokazuje kako sinaptičke veze kodiraju korelacije među aktivnostima neurona u jednom memorijskom obliku: ukoliko je pojedinačni proizvod u sumi pozitivan (negativan), tada veza jača (slabi) – što je u skladu sa neurofiziološkom činjenicom formulisanom u poznatom Hebovom pravilu obučavanja. Jačina veze J_{lj} određena je sumom ovakvih sprega po svim memorijskim oblicima k_i ($i = 1, \dots, P$), smeštenim u mrežu istovremeno. Ako je stanje dva povezana neurona $q_l^{k_i}$ i $q_j^{k_i}$ koji sarađuju u formiranju k_i -tог oblika istog znaka, onda oni doprinose stabilnosti k_i -tог oblika u neuronskoj mreži; ako su im znaci različiti, tada će oni oslabiti oblik. Oblici su u sinaptičkim vezama smešteni jedan preko drugog. Veze su određene lokalno prema uzajamnoj (ne)saglasnosti parova neurona. Globalno, veze određuju (ne)stabilnost svih konfiguracija. Neuroni se lokalno nadmeću međusobno, svaki teži da prevlada i preokrene ostale u sopstveno stanje. Neuron uspeva u ovome ukoliko je u najboljoj saglasnosti sa ostalim neuronima i ukoliko ima najveću podršku od ostatka mreže. Tada neuron ima dominantno eksitatorne veze. U suprotnom slučaju neuron ima dominantno inhibitorne veze. Uočiti i da je u prikazanom Hopfieldovom bidirekcionom modelu Hebova matrica J_{lj} simetrična, odnosno sinapsa je jednako propustljiva u oba smera: $J_{lj} = J_{jl}$.

S druge strane, Hebova jednačina za **neuronske aktivnosti** opisuje stanje i -tog neurona koji prima informacije od skupa svih $j = 1, \dots, N$ neurona u mreži K :⁹

$$q_i = Sgn\left(\sum_{j=1}^N J_{ij} q_j\right), \quad (5.23)$$



SLIKA 5.20 Dijagram neuronske mreže na osnovu Hopfieldovog modela (levo) i dijagram memorijске matrice J (desno)

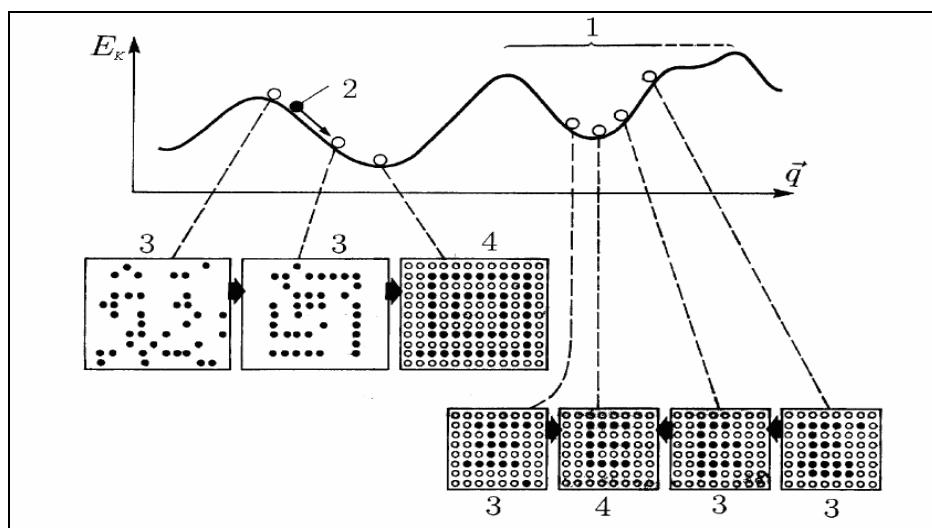
Dinamika Hopfieldove asocijativne neuronske mreže, na makroskali asocijativnog kortexa može se predstaviti u **energetsko-konfiguracionom prostoru**, v. Sl. 5.21.¹⁰

⁹ Funkcija Sgn znači da je rezultat q_i jednak +1 (neuron je aktiviran) ako je gornja suma veća od praga provođenja, ili da je rezultat jednak -1 (neuron je u stanju mirovanja, neaktiviran) ako je gornja suma manja od praga provođenja neurona. Dakle, funkcija Sgn daje motornom (eferentnom) neuronu znak sume svih signala senzornih (afferentnih) neurona. Ako je P celobrojna vrednost koja predstavlja broj memorijskih oblika smeštenih u neuronskoj mreži, tada svaki element matrice veza J uzima vrednosti iz skupa celobrojnih vrednosti $\{-P, -P+1, \dots, P-1, P\}$. Neuroni šalju jedan drugom elektrohemispske signale prema principu 'svi za jednog, jedan za sve'. Jedan neuron može povećati (preko eksitatorne sinaptičke veze) ili smanjiti (preko inhibitorne sinaptičke veze) trenutno stanje drugog neurona. Posebno, ako suma doprinosa signala koju neuron dobija od svih drugih neurona prelazi određenu vrednost praga provođenja, tada neuron postaje aktiviran i emitovaće signal.

¹⁰ Dinamika u Hopfieldovom modelu rezultat je minimizacije 'cost funkcije' srazmerne slobodnoj energiji sistema:

$$E_K = -\frac{1}{2} \sum_{l=1}^N \sum_{j=1}^N J_{lj} q_l q_j - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^N T_l q_l .$$

Svaka tačka na horizontalnoj osi predstavlja **neuronsku konfiguraciju**, opisanu vektorom $\vec{q} = (q_1, q_2, \dots, q_N)$ koji označava stanje cele mreže K u toj trenutnoj neuronskoj konfiguraciji (sa svakom komponentom q_i koja označava stanje svakog konstitutivnog neurona te konfiguracije), dok tačke na vertikalnoj osi predstavljaju **slobodnu energiju** E_K svake takve konfiguracije. Kao što se može videti sa slike, *trenutna neuronska konfiguracija*, predstavljena crnom lopticom, kreće se u energetsko-konfiguracionom prostoru svih mogućih konfiguracija s ciljem da nađe *stabilno stanje*. Tamo gde se optica zaustavi konfiguracija predstavlja **atraktorski oblik**.



SLIKA 5.21 Konfiguraciono-energetski prostor: 1 - jama privlačenja/atrakcije; 2 - trenutno stanje sistema; 3 - nestabilna konfiguracija; 4 - atraktorski oblik, tj. stabilna konfiguracija.

U biološkim neuronskim mrežama *nije neophodno* da jedan neuron bude povezan *direktno* sa svim ostalim, jer je u odsustvu direktnih veza *moguće* uspostavljanje veza

Vidi se da je funkcija slobodne energije E_K sistema niža ako su neuroni usaglašeni (njihove aktivnosti q_i i q_j imaju isti znak u određenom trenutku), pri čemu je veza J_{ij} pozitivna (postignuta usaglašenost i u prošlosti), ili neusaglašeni, pri čemu je veza negativna (više neslaglosti u prošlosti); s druge strane, E_K raste ako su neuroni neusaglašeni, pri čemu je veza J_{ij} negativna, ili ako su neuroni neusaglašeni, a veza je pozitivna. Istovremeno, energija se smanjuje sa povećanjem usaglašenosti neurona sa neuronskim poljem T_l („mišljenje javnosti”), koje predstavlja uticaj neuronskog polja na l -ti neuron, ili u drugoj interpretaciji, T_l može predstavljati „prag provođenja” neurona, njegov sopstveni ili određen od strane drugih neurona.

preko posrednika. Takve biološke neuronske mreže unutar odgovarajućih asocijativnih zona korteksa, ponašaju se kao da su svi *neuroni* te asocijativne zone *masivno povezani*. Ovakva situacija se onda može *modelirati* Hopfieldovim asocijativnim mrežama, u kojima se pojavljuju različite potencijalne jame u energetsko-konfiguracionom prostoru, kao *atraktorski oblici* kolektivne organizacije neuronskih stanja koji privlače sve druge konfiguracije, zbog čega se tačka na dnu potencijalne jame naziva **atraktor!** Jednom kad mreža 'upadne' u takvu konfiguraciju, svi sledeći procesi promene konfiguracije prestaju sve do prijema novog stimulusa.

Kao odgovor na različite promenljive stimuluse, dolazi do procesa adaptacije jačine sinapsi Hopfieldove mreže odnosno **učenja**, tokom čega se energija celog sistema smanjuje i dno potencijalne jame produbljuje, odnosno *energetsko-konfiguraciona površina se menja* u ovom procesu; tako se može formirati novi oblik pojavom nove potencijalne jame, vezano za objekat koji nikad do tada nismo videli. Ukoliko je, s druge strane, oblik već postojao i bio sačuvan u memoriji, tada se oblik asocijativno prepoznaje i regeneriše; stimulacija koja prati povratak perceptualnog događaja gledanja predmeta, vrlo je slična stimulaciji indukovanoj tokom prvog gledanja ovog objekta.

Pri tome, više sličnih konfiguracija može konvergirati ka dnu iste potencijalne jame, ako su u blizini konvergencije istog atraktora (v. Sl. 5.21). Na ovaj način neuronska mreža ostvaruje **klasifikaciju**, što omogućava prepoznavanje objekta pod nešto drugačijim okolnostima od onih pod kojima je objekat viđen u nekom trenutku u prošlosti. Tokom češćih ponavljanja, konfiguracija koja odgovara viđenom objektu postaje jača i stabilnija. Pa ipak, percepcija spoljašnjeg oblika pod novim okolnostima praćena je promenama odgovarajuće interne konfiguracije, jer se oblik sintetizuje od informacija iz okoline, iz memorije, kao i od kontekstualnih informacija iz drugih centara, i tada se tako *revidiran i ispravljen oblik ponovo memoriše*. Dakle, **prepoznavanje** je identično sa *konstrukcijom, rekonstrukcijom i kratkotrajnim pamćenjem oblika* u sistemu bioelektričnih procesa neurona.

Prilikom dugotrajnog memorisanja, informacija se potom transferiše kroz proces učenja od '*manifestne svesti*' (u neuronima, \vec{q}) do '*latentne svesti*' (u sinapsama, J). Tako je pamćenje jednoznačno mapiranje neke slike eksternog objekta u internu virtuelnu sliku, najpre u *sistem neurona (kratkotrajno pamćenje)* posle čega se ova slika transferiše u *sistem sinaptičkih veza (dugotrajno pamćenje)*. Pri tome, u jednom trenutku u sistemu neurona (*manifestne svesti*) može postojati samo jedan atraktorski oblik, dok u sistemu sinaptičkih veza (*dugotrajan memoriji/latentnoj svesti/podsvesti*) može istovremeno postojati mnoštvo atraktorskih oblika, mada ih je potrebno prizvati iz memorije: *tokom prizivanja memorija se prevodi iz sistema sinaptičkih veza u sistem neurona!* Uslov za ovo je obično sličan spoljašnji

stimulus koji vuče neuron u 'kopiju' spolja nametnutog oblika, mada takav uslov može doći i iz drugih cerebralnih submreža.

Dakle, u neuronskim mrežama asocijativnih zona korteksa glavni faktori u određivanju smera **mentalnih asocijativnih procesa** jesu *atraktorski oblici*, a ne pojedinačni neuroni i sinapse, pa zbog toga čak i velike povrede korteksa *ne uništavaju funkcionalnost* asocijativne memorije ako su *atraktorske strukture očuvane!* Ako asocijativna neuronska mreža ima **simetrične veze** (sinapse jednako propustljive u oba smera, $J_{lj} = J_{jl}$), tada sistem može formirati **stabilne atraktore** u energetsko-konfiguracionom prostoru, koji predstavljaju *implicitni poredak* i određuju formacije budućih *virtuelnih mentalnih struktura*. S druge strane, ako asocijativna neuronska mreža ima **nesimetrične veze** (sinapse različito propustljive u različitim smerovima: $J_{lj} \neq J_{jl}$), tada atraktorski oblici postaju nestabilni pa jedan oblik nestaje a drugi nastaje, i sistem može opisivati periodične, kvazi-periodične, ili potpuno haotične putanje oblika u energetsko-konfiguracionom prostoru, čije sekvene ili epizode mogu predstavljati **asocijativne lance toka misli**.

HAKENOVE KLASIČNE SINERGETSKE MREŽE jesu *neuro-kognitivno opravdani* model neuronskih mreža za opis **kolektivnih virtuelnih kognitivnih procesa**. Sinergetske mreže ujedinjuju višeslojne neuronske mreže i asocijativne neuronske mreže, sa intra- i inter-slojnim vezama. Svaki sloj je zapravo zasebna asocijativna mreža koja može imati funkcionalnu interpretaciju (**kardinalni neuroni** u drugom sloju) ili virtuelnu interpretaciju (**kardinalni domeni** kao parametri uređenja c_{k_i} u drugom sloju, ili **atraktorski oblici** \vec{q}^{k_i} u trećem sloju). U Hakenovoj mreži K **parametri uređenja** c_{k_i} mere vrednost *preklapanja* atraktorskog oblika \vec{q}^{k_i} sa stvarnim memorijskim stanjem mreže \vec{q} . Dakle, c_{k_i} je projekcija \vec{q} na \vec{q}^{k_i} :

$$c_{k_i} = \sum_{l=1}^N q_l^{k_i} q_l = \langle \vec{q}^{k_i}, \vec{q} \rangle. \quad (5.24)$$

gde je l indeks komponente vektora, a k_i indeks atraktorskog oblika. Parametri uređenja c_{k_i} ponašaju se kao koeficijenti u redu $\vec{q} = \sum_{i=1}^P c_{k_i} \vec{q}^{k_i}$.

U modeliranju viših moždanih funkcija, mogu se koristiti sinergetske neuronske mreže sa *generalisanom interpretacijom neurona i veza*: **generalisani neuroni** mogu biti *kardinalni neuroni*, *kardinalni domeni*, *kortikalne kolumnе* ili *virtuelni atraktorski oblici* različitog reda, dok **generalisane veze** mogu biti sinaptičke veze na nivou mozga ili virtuelne veze između oblasti korteksa. *Virtuelni atraktorski*

oblici višeg reda sadrže oblike nižeg reda, sa velikom hijerarhijom koja je vrlo osetljiva, fleksibilna i mobilna!

Mreža sa *asimetričnim generalisanim vezama* formira konstantni potencijalni gradijent, duž kojeg sistem prelazi brže iz jedne konfiguracije u drugu, sa većim asocijativnim kontekstom kroz svoje veze sa drugim atraktorskim oblicima koji su unutar domena atrakcije posmatranog dinamičkog oblika, čineći *asocijativne lance toka misli*. Ako su pojedini *nelokalni* atraktorski oblici povezani sa svojim *lokализovanim* kardinalnim celijama ili odgovarajućim parametrima uređenja u centrima za **govor** (Vernikeova oblast), tada je takav tok misli kodiran ili *simbolizovan*, i moguće ga je *verbalizovati* (Brokina oblast).

PERUŠOVE NEURO-KVANTNE SINERGETSKE MREŽE predstavljaju *kvantnu extrapolaciju* Hakenovih klasičnih sinergetskih mreža, sa ciljem modeliranja viših moždanih funkcija i procesualnih osnova svesti, objedinjavanjem moždanih neuronskih i virtualnih procesa sa subčelijskim i kvantnim procesima. Tako je moguće modelirati različite **asocijativne, intuitivne i semantičke** procese, mada je za modeliranje viših *simboličkih, sintaksičkih i logičkih* procesa neophodno **hbridno kombinovanje** sa simboličkim modelima veštacke inteligencije.

Odnos **mozak-svest** je nesumljivo više-nivoski fenomen, sa sledećom generalnom šemom: *čista svest je kvantne prirode; virtuelne reprezentacije su povezane sa neuronskim oblicima; spoljašnji objekti su klasične prirode – pa samo hijerarhijska objedinjena interakcija moždanih neuronskih i virtualnih procesa sa subčelijskim i kvantnim procesima* može da proizvede efekte svesnog doživljaja, poput konačnog povezivanja perceptualnih odlika u **jedinstveno holističko kvalitativno iskustvo** (manifestno svesno stanje). Peruš je pokazao da postoje direktnе **matematičke paralele** između *kvantnih procesa u Fejnmanovoј verziji kvantne mehanike i neuro-informacionih procesa u Hopfieldovim asocijativnim neuronskim mrežama*. Iako su osnovni elementi kvantnog i neuronskog sistema (modelovanog formalnim neuronima i vezama) vrlo različiti, njihovi zajednički procesi se povejavaju istim zakonima (v. Zad. 5.1 i Dod. D.1.22). Tako Hebova korelaciona matrica (5.22) memorijskih sinaptičkih veza kod Hopfieldovih asocijativnih neuronskih mreža odgovara **Grinovoj funkciji** (*kvantnom propagatoru*) u Fejnmanovoј verziji Šredingerove jednačine:

$$G(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) = \sum_{i=1}^P \Psi^{k_i}(\mathbf{r}_2) \Psi^{k_i*}(\mathbf{r}_1) \quad (5.25)$$

gde je Ψ^{k_i} *i-ti kvantni memorijski atraktor* (tj. eksplisitno kratkotrajno pamćenje *i*-tog kvantnog stanja/atraktora), a G **kvantna memorija** (tj. implicitno dugotrajno pamćenje svih P kvantnih stanja/atraktora u kvantnoj memoriji) ovako **informaciono**

interpretiranog (svakog) kvantnog sistema $S!$ (Re)konstrukcija kvantnih atraktorskih oblika, odnosno transformacija reprezentacije *dugotrajne memorije* (kvantne latentne svesti/podsvesti) u reprezentaciju *prisećanja/kratkotrajne memorije* (kvantne manifestne svesti), opisana je procesom sličnim *kolapsu talasne funkcije*.

Korišćenjem ovih analogija u **neuro-kvantnim sinergetskim sistemima**, može se postići obrada podataka sa **visokom hijerarhijom oblika** koja se sastoji od skupa *funkcionalnih nivoa i virtuelnih nivoa apstrakcije*: neuroni (prvi biološki nivo); oblici (drugi biološki nivo – prvi virtuelni nivo, generalisani neuroni); oblici višeg reda (šeme, kategorije, meta-reprezentacije, simboli); dinamičke sekvene oblika (asocijativni lanci, epizode, tokovi misli); mnogostruktost oblika (kombinacije viših oblika različitih tipova i porekla, sa nekim zajedničkim karakteristikama); semantičke, simboličke ili konceptualne mreže; globalni atraktorski konglomerati (ličnost, ego) i svest (interakcija na više nivoa subčelijskih i kvantnih sistema).

Ove neuro-kvantne sinergetske neuronske mreže *samoorganizovano i interaktivno optimalno rade i konsoliduju se istovremeno na svim hijerarhijskim virtuelnim nivoima*. Mogući biofizički mehanizam povezivanja oblika nižeg reda u složene oblike višeg reda ili u informaciono jedinstvo svih oblika, mogla bi predstavljati **makroskopska neuro-kvantna koherencija svih virtuelnih nivoa**.

5.3.3 Implikacije za modeliranje kognitivnih funkcija

Biokibernetički hijerarhijski modeli klasično-elektrohemski moždanih neuronskih mreža opisani u prethodnom odeljku pokazuju ohrabrujući napredak u pogledu modeliranja kognitivnih funkcija.

Svest se, prema klasičnoj neuropsihološkoj paradigmi, povezuje sa ulogom *hijerarhijskog proširenog retikularno-talamičkog aktivirajućeg sistema* (ERTAS), koji na svakih $\sim 0,1$ s selektira i pojačava jednu informaciju među mnoštvom senzornih i introspektivnih informacija, koje se trenutno procesiraju unutar hijerarhije moždanih neuronskih mreža. Prema modelu *neuro-kvantnih sinergetskih mreža*, samo *hijerarhijsko objedinjavanje po svim hijerarhijskim virtuelnim nivoima* (neuronski, virtuelni, subčelijski, kvantni) može da proizvede efekte svesnog doživljaja, poput konačnog povezivanja perceptualnih odlika u *jedinstveno holističko kvalitativno iskustvo*.

Percepcija (slike, zvuka, mirisa, ukusa, dodira) se, prema klasičnoj neuropsihološkoj paradigmi, odigrava kao čulno-posredovana i ERTAS-selektovana i filtrirana komunikacija hijerarhijskih moždanih neuronskih mreža sa senzornim okruženjem. Prema modelu *samoorganizujućih mapirajućih mreža*, percepcija predstavlja samo-organizujuće mapiranje od senzornih ulaza ka unutrašnjim reprezentacijama, razvojem dvodimenzionih senzornih mapa u *primarnim strukturama* moždane kore sa očuvanim topološkim relacijama ulaznih senzornih podataka.

Učenje je, prema modelu hijerarhijskih moždanih neuronskih mreža, povezano najpre sa samo-organizujućim mapiranjem *lokalizovanih kardinalnih neurona primarnih struktura*, i potom sa njima interaktivno spregnutim generisanjem i konsolidovanjem na svim hijerarhijskim virtuelnim nivoima *nelokalnih atraktorskih oblika u asocijativnim sekundarnim i tercijarnim strukturama* moždane kore, čije sinapse dinamički ojačavaju i slabe saglasno Hebovom pravilu. Neuro-fiziološka istraživanja ukazuju da *moždani talasi* izgleda igraju suštinsku ulogu u (globalnoj) *distribuciji informacija*¹¹ od primarnih prema sekundarnim i tercijarnim strukturama¹² – gde ERTAS selektira i pojačava jednu od procesirajućih informacija na svakih $\sim 0,1$ s do *svesnog nivoa* (više-frekventnih α , β ili γ moždanih talasa), dok ostale informacije ostaju nepojačane na *nesvesnim nivoima* (niže-frekventnih δ ili θ moždanih talasa).

Memorisanje je, prema modelu hijerarhijskih moždanih neuronskih mreža, jednoznačno mapiranje neke slike eksternog objekta u internu virtuelnu sliku, najpre u *sistem neurona (kratkotrajno pamćenje)* posle čega se ova slika transferiše u *sistem sinaptičkih veza (dugotrajno pamćenje)*; zato čak i velike povrede moždane kore *ne uništavaju funkcionalnost asocijativne dugotrajne memorije* ako su *atraktorske strukture očuvane*. U jednom trenutku u sistemu neurona (*manifestne svesti*) može postojati samo jedan atraktorski oblik, dok u sistemu sinaptičkih veza (*dugotrajnoj memoriji/latentnoj svesti/podsvesti*) može istovremeno postojati mnoštvo atraktorskih oblika, samo ih je kroz **sećanje** potrebno prizvati iz memorije, *asocijativnim prevođenjem memorije iz sistema sinaptičkih veza u sistem neurona!*

Mišljenje bi, prema modelima hijerarhijskim sinergetskih mreža sa *asimetričnim generalisanim vezama*, moglo biti vezano za brzo promenljive *asocijativne lance toka misli*, u kojima sistem prelazi brže iz jedne konfiguracije u drugu kroz svoje veze sa drugim atraktorskim oblicima koji su unutar domena atrakcije posmatranog dinamičkog oblika. Osim toga, prema klasičnoj neuropsihološkoj paradigmi, mišljenje bi moglo da se razdvoji bar na dva dela: najpre, ERTAS selekciju i pojačanje jedne informacije praćenu njenom *emocionalnom* i *jezičkom modulacijom* do svesnog nivoa, i potom,

¹¹ Friman (1990) sa saradnicima je u dinamičkom modeliranju bioloških hijerarhijskih mreža za *percepciju mirisa kod sisara*, dobio čudne atraktore sa višestrukim "krilima", gde se centralni deo atraktora može interpretirati kao bazalna haotična električna aktivnost mirisnog sistema (koja simulira moždanotalasnu elektroencefalogramsku (EEG) aktivnost bez prisustva mirisnog stimulusa), dok se krila atraktora mogu interpretirati kao "kvazi-granične kružnice", koje odgovaraju kvaziperiodičnim stanjima indukovane moždanotalasne aktivnosti (tzv. evocirani potencijali (EP)), pri pojavi različitih mirisnih stimulusa. Ovakve neuronske mreže sa ugrađenom EEG-aktivnošću ne zavise od početnih uslova mreže, odnosno mogu klasifikovati neprekinituti niz stimulusa, što ukazuje i da je EEG (bez prisustva stimulusa) *pripremna aktivnost mozga*, koja omogućava njegov brži odgovor na stimulus!

¹² Međutim, kada se učenje završi (habituacija), isti vizuelni stimulus može se naći samo u primarnom vizuelnom sistemu (Džon i sar, 1986) tj. ne distribuiraju se dalje prema sekundarnim i tercijarnim strukturama (verovatno, jer bi to bila redundantna informacija)!

rešavanje problema vezano za tu informaciju posredstvom prefrontalne zone i asocijativnih sekundarnih i tercijarnih moždanih struktura.

Jezik je, prema klasičnoj neuropsihološkoj paradigmii, semantičko/pragmatično/sintaktički organizovan kroz hijerarhijske primarne, sekundarne i tercijarne zone moždane kore.¹³ Osim toga, ako su u hijerarhijskim sinergetskim mrežama sa *asimetričnim generalisanim vezama* pojedini nelokalni atraktorski oblici povezani sa svojim lokalizovanim *kardinalnim celijama* ili odgovarajućim *parametrima uređenja* u centrima za **govor** (Vernikeova oblast), tada je odgovarajući *asocijativni lanac toka misli* kodiran ili *simbolizovan*, i moguće ga je *verbalizovati* (Brokina oblast).

Emocije bi, prema neurofiziološkim istraživanjima, mogle biti povezane sa amplitudnom i frekventnom ERTAS modulacijom, što je u osnovi mehanizam "*emocionalnog bojenja*" selektovanih i pojačanih informacija do svesnog nivoa (višefrekventnih α , β ili γ moždanih talasa).

5.4 TELESNE HIJERARHIJSKE NEURONSKE MREŽE I PSIHOSOMATSKO-KOGNITIVNE IMPLIKACIJE

Kako je rečeno u prethodnom odeljku, danas preovlađujuća naučna paradigma je da se procesiranje informacija na nivou centralnog nervnog sistema odigrava posredstvom *hijerarhijski organizovanih i povezanih neuronskih mreža*.

Međutim, izgleda da se ova hijerarhija bioloških neuronskih mreža spušta sve do subcelijskog *citoskeletalnog* nivoa, za kojeg neki istraživači veruju da predstavlja *interfejs* između *neuralnog* i *kvantnog* nivoa (Hameroft, 1987; Penrouz, 1994; Koruga, 1995). Istovremeno, za *kvantni nivo* se nedavno ispostavilo da je u Fejnmanovoj propagatorskoj verziji Šredingerove jednačine opisan matematičkim formalizmom analognim **Hopfieldovoj kvantno-holografkoj asocijativnoj neuronскоj mreži** (Peruš, 1996-2001).

Pomenuta analogija otvara i dodatno fundamentalno pitanje kako sa *kvantnog* paralelno procesirajućeg nivoa nastaje *klasični* paralelno procesirajući nivo, što je inače i generalni problem veze kvantnog i klasičnog nivoa u tzv. *kvantnoj teoriji dekoherenčije* (v. Dod. D.1.20). Isto pitanje je blisko povezano i sa fundamentalnom

¹³ Prema Pribramu (1971) poznati su osnovni moždani mehanizmi odgovorni za organizaciju prirodnog jezika: semantičko procesiranje (koje povezuje indikanta i simbol sa senzornim ulazom od kojeg se oni izvode) u sistemima koji obuhvataju posteriorne asocijativne oblasti koje okružuju primarne senzorne oblasti; pragmatično procesiranje (koje povezuje znak i simbol sa njihovim korisnikom) u ERTAS-sistemima koji obuhvataju frontolimbičke kortikalne formacije; sintaktičko procesiranje (uređivanje indikanata i simbola) u motoričkim sistemima na koje se projektuju i posteriorne i frontalne kortikalne formacije.

prirodnom **svesti**, čija indeterministička svojstva *slobodne volje* (fon Nojman, 1955; Stap, 1993; Raković, 1995) i druge holističke manifestacije poput *izmenjenih stanja svesti* (Tart, 1972), *prelaznih stanja svesti* (Raković, 1995) i *prožimanja tela svešću* (Šimoni, 1995) – nužno ukazuju na njene **kvantne osnove** – sa značajnim *psihosomatsko-kognitivnim implikacijama*, o čemu će biti reči u nastavku odeljka.

5.4.1 Makroskopski kvantni efekti u biofizici i kvantne osnove svesti: psihosomatske implikacije

Kako pokazuju kvantno-koherentne karakteristike rusko-ukrajinske škole (Zaljubovskaja, 1970; Devjatkov et al, 1973-94; Sitko et al, 1982-94) *mikrotalasne rezonantne terapije* (MRT) (visoko rezonantni mikrotalasni senzorni odgovor obolelog organizma, biološki efikasno netermalno mikrotalasno zračenje ekstremno niskog intenziteta i energije, i zanemarljivi mikrotalasni energetski gubici duž akupunktturnih meridijana), **akupunkturni sistem**¹⁴ je jedini *makroskopski kvantni sistem* u našem telu (dok mozak izgleda ipak to nije; Tegmark, 2000), pa se zato **svest**¹⁵ vezuje za njegovo mikrotalasno (MT) ultraniskofrekventno (UNF) modulisano elektromagnetsko (EM)

¹⁴ Akupunkturni sistem je kineski koncept energetsko-informacionih kanala/meridijana i tačaka, odgovoran za psihosomatsko zdravlje i bolest čoveka. Tehnikama akupunkture (odgovarajuće stimulacije tačaka iglama ili drugim stimulusima) moguće je preventivno ili kurativno balansiranje akupunkturnog sistema u ravnotežno zdravo stanje (v. Od. 6.3). Na bolju uredenost ćelijskih struktura i kvantu elektromagnetno/jonsku osnovu akupunkturnog sistema ukazuje nekoliko činjenica: (1) oko 10 puta veća električna provodnost kože "akupunktturnih tačaka" u odnosu na okolno tkivo kao i znatno veća resorcija aerojona u tim tačkama, u skladu su sa u njima oko 10 puta većom koncentracijom "gap junction" kanala (posredstvom kojih se odvija evolutivno stariji tip interćelijske komunikacije, čija se provodnost može modulisati unutar-ćelijskim pH-faktorom, Ca²⁺-jonima, neurotransmiterima i sekundarnim "mesendžerima" – i čak naponom, v. Od. 3.1); (2) pozitivni joni imaju katabolički uticaj (yang) dok negativni joni imaju anabolički uticaj (yin), pa uloga akupunkturne stimulacije može biti balansiranje aktivnosti pozitivnih i negativnih jona u telu što odgovara normalnom zdravom stanju, a istu ulogu ima i jonska ravnoteža u vazduhu i pravilno rithmičko disanje na nos u jogi; (3) jonske akupunkturne struje, i elektromagnetska (EM) polja koja ih prate, imaju ultraniskofrekventnu (UNF) i mikrotalasnu (MT) komponentu, tj. MT komponenta je modulisana UNF komponentom, što je u saglasnosti sa rezonantnim prozorima u frekvenciji i intenzitetu u interakcijama tkiva sa ekstremno slabim "bespragovnim" EM poljima (nedetektibilna nervnim sistemom "pragovnih" elektrohemijskih sinapsi, v. Od. 3.1 i Od. 6.2), kao i sa uspesima namačke škole UNF rezonantne terapije i rusko-ukrajinske škole rezonantne MT terapije (v. Od. 6.3).

¹⁵ Svest je jedan od najznačajnijih i najmisterioznijih problema psihologije, biologije, neuronauke, biofizike, filozofije i religijsko-ezoteričkih sistema Istoka i Zapada, koji odoleva dubljem naučnom razumevanju od osvita Civilizacije do današnjih dana, pre svega zbog odsustva jasne telesne lokacije, ali i zbog svojih misterioznih nelokalnih transpersonalnih manifestacija u izmenjenim i prelaznim stanjima svesti (Vujčić, 1995).

polje u okviru *biofizičkog kvantno-holografskog/ kvantno-relativističkog modela svesti* (Raković, 1995-2004).¹⁶

A pošto nedavna Perušova teorijska istraživanja pokazuju da svaki *kvantni sistem* ima formalnu matematičku strukturu *kvantno-holografske Hopfieldove asocijativne neuronske mreže* – to se **memorijski atraktori akupunkturne mreže** mogu tretirati kao *psihosomatski poremećaji* koji predstavljaju elektromagnetni (EM) mikrotalasni (*kvantno)holistički zapis* (koji se otuda samo holistički može i izbrisati, na šta ukazuje izuzetno visoka efikasnost MRT terapije, koja uklanja i samu informaciju o psihosomatskim poremećajima, v. Sl. 5.22 u Od. 5.4.2, Od. 6.3 i Dod. D.1.20 i 22) – što može predstavljati biofizičku osnovu (*akupunkturno privremeno reprogramabilne!*) (**kvantno)holističke lokalne psihosomatike** (Raković et al, 1995-2004).

Naime, prema **tibetanskoj tradicionalnoj medicini** akupunkturna procedura mora se *ponavljati* svakih nekoliko meseci – verovatno kao posledica *obnovljenih* pacijentovih mentalnih opterećenja iz njegovog *mentalnog transpersonalnog okruženja* blisko povezanih rođaka/neprijatelja/pokojnika, koji su ostali *nereprogramirani* na nivou kvantno-holografske kolektivne svesti, što podržava i tibetanska *puls dijagnostika* bazirana na 20 pulseva, koja omogućava preciznu dijagnozu psihosomatskih poremećaja ne samo pacijenata već i njihovih članova familije i neprijatelja; v. Petrović, 2000).

Dodatnu potvrdu da je akupunktturni sistem zaista povezan sa svešću i psihosomatikom, predstavljaju nove **meridijanske (psihoenergetske) terapije** (sa vrlo brzim uklanjanjem upornih fobija, alergija i drugih psihosomatskih poremećaja (Kalahan, 1996-2001; Mihajlović Slavinski, 2000), kod kojih se simultani efekti *vizualizacije i tapkanja/dodirivanja akupunktturnih tačaka* mogu teorijski interpretirati kao *rasplinjavanje i asocijativna integracija memorijskih atraktora* psihosomatskih poremećaja, kroz sukcesivno postavljanje novih graničnih uslova u prostoru energija-stanje akupunktturnog sistema pri vizualizacijama psihosomatskih problema (Raković, 2002).

¹⁶ Biološka jonska sredina, koja podržava kretanje akupunktturnih MT/UNF modulisanih jonskih struja, mora pri tome biti nehomogena, da osigura da "subjektivni" posmatrač vezan za svest (pridružen EM komponenti referentnih MT/UNF modulisanih akupunktturnih struja), koji se kreće kroz deo sredine većeg ϵ_r , može registrovati relativistički vremenski razvučenu informaciju iz brže EM komponente akupunktturnih struja iz susednog dela sredine manjeg ϵ'_r (Raković, 1995). Onda je u svakom trenutku "subjektivni" posmatrač pridružen EM komponenti akupunktturnih struja u dielektrički "gušćoj" sredini, i ceo taj sistem ponaša se kao neki "centar svesti". Informacioni sadržaj takvog "subjektivnog" posmatrača neprekidno se zamenjuje novo-dolazećom EM komponentom akupunktturnih struja, pa tako permanentno imamo neki "tok svesti". Još preciznije, da bi dolazeća informacija (u formi MT/UNF modulisanih akupunktturnih struja, dodatno UNF prostorno-vremenski kodiranih i iz moždanih neuronskih mreža) mogla biti prepoznata od strane strukturirane jonske sredine, ta sredina mora imati formu neke vrste kvantno-optičke neuronske mreže – tako da je "subjektivni" posmatrač pridružen EM komponenti akupunktturnih struja u dielektričnim "kondenzacijama" (većeg ϵ_r), koje se ponašaju kao "raspodeljeni centri svesti" (tzv. "akupunkturne tačke" u kineskoj tradiciji zaista imaju tu konotaciju, kao i "čakre" u indijskoj tradiciji!).

S druge strane, ako svest ima indeterminističke karakteristike (*slobodne volje*), ona mora ipak igrati suštinsku ulogu u tzv. **kvantnom kolapsu talasne funkcije**¹⁷ (fon Nojman, 1932; Stap, 1993; Raković, 1995), jedinom indeterminističkom svojstvu kvantne mehanike, koji još ima *manifestno otvorene probleme* fizičke prirode *nelinearnog kolapsa* i relativistički nekonzistentnog trenutnog delovanja na daljinu *nelokalnog kolapsa* talasne funkcije (Stap, 1993; Raković, 1995).

Jedno od rešenja problema **nelinearnog kolapsa** predložio je Penrouz (1989-94) u *gravitaciono-indukovanoj objektivnoj redukciji* talasnog paketa u kojem gravitaciono polje aparature uključeno u superpoziciju korespondentnih mogućih probabilističkih stanja mernih aparatura implicira superpoziciju različitih prostorno-vremenskih geometrija, pa kada te geometrije postanu dovoljno različite (na Plank-Vilerovoj skali $\sim 10^{-35}$ m) to implicira prestanak standardne probabilističke superpozicije stanja kvantni sistem/merna aparatura (kvantno nedefinisane u striktno razdvojenim prostorno-vremenskim geometrijama) pa Priroda mora izabrati jedno od njih čime izaziva *objektivnu redukciju* (OR) talasnog paketa.¹⁸ (A što se tiče nealgoritamskih kvantno-gravitacionih aspekata svesti, Penrouzov

¹⁷ Svest kao fizički fenomen prvi put se prirodno pojavljuje tek početkom 20. veka, sa pojavom Kvantne mehanike. U kvantnoj teoriji merenja se pojavljuje tzv. problem redukcije/kolapsa talasnog paketa (v. Dod. D.1.6 i 19), gde u aktu merenja (uključujući, u krajnjoj instanci, i sam svesni akt opservacije mernog rezultata) makroskopska merna aparatura (uključujući svest kao "subjektivnog" posmatrača) vrši redukciju talasnog paketa početne talasne funkcije u jedno od mogućih probabilističkih svojstvenih funkcija sistema! Problem redukcije talasnog paketa u nekom aktu merenja se "ortodoksnog" interpretira u kvantnoj teoriji merenja kao diskontinualna promena indukovana opservacijom veličine sa svojstvenim stanjima Ψ_1, Ψ_2, \dots , u kojoj će početna talasna funkcija $\Psi = \sum_i c_i \Psi_i$ biti transformisana u stanje Ψ_j sa verovatnoćom $|c_j|^2$. Kolaps talasne funkcije i odgovarajuće pridruživanje statističkih verovatnoća ne sledi iz Šredingerove jednačine – oni su posledica spoljašnje a priori metafizike, kojoj se dozvoljava da interveniše u tom momentu i suspenduje Šredingerovu jednačinu, odnosno da zameni granične uslove njenog rešenja onima koji odgovaraju redukovanoj/kolapsiranoj/dekoheriranoj talasnoj funkciji. Ovaj problem nije konzistentno razrešen do današnjih dana, mada je bio predmet mnogih ozbiljnih teorijskih npora, od samih početaka Kvantne mehanike! S druge strane, kvantna mehanika je nelokalna teorija, pošto su u njoj i veoma udaljeni delovi sistema (koji ne mogu da razmene svetlosni signal) fizički korelirani u kvantnomehaničkom aktu merenja. U krajnjoj instanci, to ukazuje da bi svest kao "subjektivni opserver" u ovakvoj vrsti eksperimenta moralno imati nelokalna svojstva! Radikalni proponenti uloge svesti u kolapsu talasne funkcije bili su fon Nojman (1932), Vigner (1963) i Stap (1993), a treba pomenuti i Šredingera (1935) sa čuvenim paradoksom "Šredingerove mačke" (v. fusuotu 1 u Uvodu).

¹⁸ Potpuno konzistentnu fizičku sliku ovog procesa (povezanog sa Plank-Vilerovom skalom) treba tražiti u budućoj Kvantnoj teoriji gravitacije. Jedan od konkretnih prilaza kvantnoj gravitaciji bio je suočen sa teorijski nerešivim problemom topološke ekvivalencije 4D prostorno-vremenskih geometrija, koji je onda povezan i sa nemogućnošću konzistentne dekompozicije kvantno-gravitacionog stanja u superpoziciju po svim prostorno-vremenskim geometrijama. Drugi problem je da se u ovakvoj kvantno-gravitacionoj superpoziciji moraju uzeti, poređ "razumnih" prostorno-vremenskih geometrija u kojima se vreme ponaša prilično normalno, i one "bizarre" u kojima postaje zatvorene prostorno-vremenske trajektorije (vremensko putovanje u sopstvenu prošlost; pomenimo da se takva rešenja dobijaju i iz klasičnih Ajnštajnovih

pokušaj da potraži postojanje dovoljno izolovanih makroskopskih kvantnih stepeni slobode u mikrotubularnim citoskeltalnim strukturama neurona, Tegmark je podvrgao žestokoj kritici!)

Saglasno *biofizičkom kvantno-holografiskom/kvantno-relativističkom modelu svesti* (Raković, 1995-2004), slična **nelinearna objektivna redukcija** talasnog paketa može imati kvantno-gravitaciono poreklo u minijaturnim prostorno-vremenskim "wormhole" tunelima visoko neinercijalnih mikročestičnih interakcija u situacijama sličnim kvantnom merenju (potpuno ekvivalentnim, prema Ajnštajnovom principu ekvivalencije, snažnim gravitacionim poljima u kojima se otvaraju "wormhole" tuneli; Torn et al, 1988-94) – implicirajući i da je fon Nojmanov *ad hoc projekcioni postulat baziran na kvantno-gravitacionim fenomenima*, koji su na dubljem nivou od nerelativističkih kvantno-mehaničkih!¹⁹ Osim toga, **nelokalnost kolektivne svesti**,²⁰ kao *džinovske prostorno-*

gravitacionih jednačina, kao tзв. Ajnštajn-Rozenovi prostorno-vremenski tuneli (wormholes)). Takve bizarne prostorno-vremenske geometrije su akauzalne (uzrok i posledica izmenjuju svoje uloge!), i zato se ne mogu algoritamski simulirati. Pošto je, prema Penrouzu, rešenje problema kvantne teorije merenja uslov za razumevanje fenomena svesti, sama svest se ne može algoritamski simulirati (što je dodatno podržano Gedel-Turingovim argumentom da se ljudsko razumevanje i kreativnost ne mogu modelirati Turingovom mašinom, tj. ne mogu se redukovati na kompjuterski algoritam). Međutim, to nužno ne znači da budući kompjuteri slični mozgu sa veštačkom sveštu nisu mogući: oni se mogu bazirati na biofizičkim principima na kojima mi ljudi funkcionišemo, ali oni sigurno neće biti slični sadašnjim algoritamskim kompjuterima.

¹⁹ Neophodnost primene Kvantne mehanike na fenomene povezane sa Ajnštajn-Rozenovim "wormhole" tunelima takođe je istaknuta (Torn, 1994; v. i Dod. D.3.5) pri analizi indeterminističkih trajektorija klasičnih tela (zbog mogućeg povratnog mehaničkog uticaja tela na samog sebe, posle izlaska kroz prostorno bliski izlaz tunela smešten pogodno u prošlosti u odnosu na ulaz, za iste početne uslove može biti potencijalno mnogo trajektorija tela kroz Ajnštajn-Rozenov tunel, koje zadovoljavaju klasične zakone održanja) – sa odgovarajućim verovatnoćama za svaku od njih, kao što je slučaj kod kvantomehaničkih mikročestica! Ovo takođe implicira i da su Kvantna mehanika i Opšta teorija relativnosti duboko međupovezane na mikročestičnom nivou (v. i Dod. D.3.5), ukazujući da se mikročestice neprekidno stvaraju i rasplinjavaju (podvrgnute, naravno, odgovarajućim zakonima održanja) u interakcijama sličnim kvantomehaničkom procesu merenja, što bi moglo da baci novo svetlo na talasno-čestični dualizam i druge kvantno-mehaničke fenomene! Tako, u gravitaciono indukovanim kolapsu talasne funkcije, fizički mehanizam za taj proces moglo bi biti neprekidno otvaranje i zatvaranje lokalnih mikročestičnih Ajnštajn-Rozenovih tunela, čije bi izlazne adrese bile povezane (probabilistički) sa jednim od mogućih svojstvenih stanja odgovarajućih mikročestica – i sve bi to bilo povezano sa odgovarajućim probabilističkim adresiranjem delokalizovane "kosmičke svesti" (uključujući stanje merne aparature).

²⁰ Treba istaći da je, u kontekstu potrebnih uslova za ostvarenje dekoherenčije (v. Dod. D.1.20), definisanje otvorenog kvantnog sistema i njegovog okruženja – simultani proces – tako da je u kontekstu univerzalnog važenja kvantne mehanike svest relativan koncept, nelokalno određen i udaljenim delovima postojećeg opsviriranog svemira (i obrnuto!) (Dugić et al, 2002), istovremeno stvarajući uslove i za proces dekoherenčije u kontekstu postojanja relativne granice:

$$|\Phi\rangle_S |\Psi\rangle_E \equiv |(\text{parcijalna})\text{ individualna/kolektivna svest}\rangle_S |(\text{komplementarno})\text{ okruženje}\rangle_E.$$

Ovo bi bilo u punom skladu sa prepostavkom o kolektivnoj svesti kao mogućem ontološkom svojstvu samog fizičkog polja, sa različitim mikrovantnim i makrovantnim (i nebiološkim i biološkim, i realnim i virtualnim) eksitacijama. U religijskim tradicijama to je stanje Bogo-svesti, Hristove svesti, Apsolutne

vremenske asocijativne neuronske mreže sa raspodeljenim individualnim svestima (koje su, saglasno našem biofizičkom kvantno-holografskom/kvantno-relativističkom modelu svesti vezane kod čoveka za telesne akupunkturne EM/jonske mikrotalasne ultranisko-frekventno-modulisane kvantno-holografske neuronske mreže, i koje međusobno interaguju kvantno-gravitaciono u prelaznim stanjima individualnih svesti; v. dalje), može objasniti (prividno) **trenutno delovanje na daljinu u nelokalno kanalisanom kolapsu posredstvom kolektivne svesti.**

Relikt pomenutih mikroskopskih procesa ostao je izgleda i na makroplanu u prelaznim stanjima individualne svesti (kao visoko neinercijalnim procesima van-telesnog prostorno-vremenskog kvantno-gravitacionog mentalno-kanalisanog tuneliranja dela akupunkturne EM/jonske kvantno-holografske neuronske mreže,²¹ Raković, 1995),

svesti ili Kosmičke svesti, koje su kroz molitvene ili meditativne prakse, polazeći od najnižeg stanja individualne ego-svesti, kroz razna međustanja dosezali mistici svih tradicija (Vujičić, 1995).

²¹ Tokom smenjivanja normalnih i izmenjenih stanja svesti, pri odvajanju jonske strukture od tela, u njoj lokalizovano EM polje skokovito menja brzinu od $c_0/\sqrt{\epsilon_r} \ll c_0$ (za $\epsilon_r \gg 1$, u telu) do $c_0/\sqrt{\epsilon_r} \approx c_0$ (za $\epsilon_r \approx 1$, u gasovitoj blago jonizovanoj vantelesno dislociranoj strukturi), u intervalu $\tau \sim 0,1$ s, sa ekvivalentnim ubrzanjem $a_i \sim c_0/\tau \sim 10^9$ m/s², kakvo se sreće samo u veoma snažnim gravitacionim poljima! A prema Principu ekvivalencije (između inercijalne i gravitacione mase, odnosno inercijalnih i gravitacionih ubrzanja, na čemu je bazirana Ajnštajnova Opšta teorija relativnosti, v. Dod. D.3.4), u prelaznim stanjima svesti sa tako velikim ubrzanjima mogli bismo očekivati fenomene slične onima koje predviđa Opšta teorija relativnosti pri kolapsiranju masivnih zvezda, u kojima se javljaju gravitaciona ubrzanja istog reda veličine – poput otvaranja tzv. Ajnštajn-Rozenovih prostorno-vremenskih tunla (tzv. "wormholes" – crvotocene, v. Dod. D.3.5), čiji ulaz i izlaz mogu biti i u međusobno veoma udaljenim tačkama prostor-vremena! Zaista, o situacijama dislociranja svesti izvan tela svedoče pacijenti reanimirani iz kliničke smrti, koji su imali osećaj da su posmatrali operaciju iznad svog tela sa mnogobrojnim kasnije verodostojno reprodukovanim detaljima, uz reminiscenciju i na brzi "prolazak" kroz nekakav dugački tunel (na čijem izlazu su imali kontakt sa "svetlosnim bićima" iz svojih religijskih tradicija; Moody, 1975; Sabom, 1982). Pri tome, u prelaznim stanjima izgleda da "adresiranje" svesti na određeni prostorno-vremenski događaj određuje izlaznu tačku Ajnštajn-Rozenovog tunela (što potvrđuje tehnika kojom se služe "ekstrasensi" kada žele da ostvare neki uticaj na daljinu: oni uvek intenzivno vizualizuju osobu ili mesto, kao željene mete uticaja; Markides, 1990). To bi moglo biti dublje povezano i sa gore pomenutom ulogom svesti u nelokalnom kanalisanju kolapsa talasne funkcije, a ukazuje i da bi nelinearni kolaps talasne funkcije mogao imati veze sa kvantno-gravitacionim generisanjem Ajnštajn-Rozenovih tunela.

Istaknimo da, pored EM polja (zarobljenog u dislociranoj jonskoj strukturi), koje je podvrgnuto velikim inercijalnim ubrzanjima u prelaznim stanjima svesti, kroz lokalno stvoreni Ajnštajn-Rozenov most mora protunelirati i dislocirana jonska struktura (u formi EM/jonske kvantno-holografske neuronske mreže, koja ima senzornu funkciju u dugodometnim interakcijama tog tipa!). U ezoterijskoj literaturi ovo se naziva "astralnim projekcijama" svesti, koje su verovatno osnova religioznih iskustava (uključujući spiritualna isceljenja, pri adresiranju na jonski bogate spiritualne strukture, kada dolazi do jonsko-informacionog transféra na dislociranu jonsku strukturu obolelog u prelaznim stanjima svesti) kao i nekih paranormalnih fenomena (Džan, 1982; Talbot, 1991) koji transcendiraju prostorno-vremenske barijere (vidovitost, prekognicija, retrokognicija...). To ujedno pokazuje zašto su

što može predstavljati biofizičku osnovu za mnoge *transpersonalne komunikacije* bez prostorno-vremenskih barijera (kreativnost, prekognicija²² i druge ezoteričko/religijske

ovi fenomeni kratkotrajni i teško ponovljivi u laboratoriji: uslovi za njih se spontano stiču tek na svakih 1,5-2 sata, sa periodičnošću ultradijalnih ritmova koji upravljaju smenom normalnih i izmenjenih stanja svesti. Treba dodati da taj fizički mehanizam, koji može ostvariti prostorno-vremensko tuneliranje i dislocirane akupunkturne jonske strukture pomoći relativno slabih EM polja $\sim 10^2 \text{ V/cm}$, otvara teorijsku mogućnost za tuneliranje i masivnijih objekata korišćenjem jačih EM polja, mada na tom putu verovatno treba rešiti još mnoge praktične probleme! U teoriji gravitacije crnih rupa slične mogućnosti bile su predmet ozbiljnijih analiza, uz primedbu da kontrola ovih procesa znatno prevazilazi tehnološke mogućnosti ove civilizacije; to svakako nije slučaj sa kontrolom prelaznih stanja svesti, koja je u granicama dostupnih tehnoloških mogućnosti.

²² U tom kontekstu, interesantno je razmotriti šta je to što se može prekognitivno **anticipirati** u prelaznim stanjima individualne svesti (Raković, 2006). Kosmičko kvantno-holografsko stanje ($|\Phi(t)\rangle_S |\Psi(t)\rangle_E = \sum_i c_i |\Phi_i(t)\rangle_S |\Psi_i(t)\rangle_E$) kao kompozitno stanje kosmičke kolektivne svesti ($|\Phi(t)\rangle_S = \sum_i c_i |\Phi_i(t)\rangle_S$, koincidentne po hipotezi modela sa 'poljem' samog Kosmosa) i komplementarnog 'čestičnog' kosmičkog okruženja ($|\Psi(t)\rangle_E = \sum_i c_i |\Psi_i(t)\rangle_E$) – evoluira bez kolapsa (dekoherencije) usled odsustva komplementarnog van-kosmičkog okruženja (v. Dod. D.1.19–20)! Zato se kosmičko kvantno-holografsko stanje može opservirati samo u nestacionarnim kvantno-koherentnim superpozicijama stanja (v. Dod. D.1.22), karakterističnim za kvantno-holografska (kreativno-religijska) prelazna stanja svesti: individualne, $|\phi^k(t)\rangle_{S_k} = \sum_i c_{k_i} |\phi^{k_i}(t)\rangle_{S_k}$ ili kolektivne, $|\Phi(t)\rangle_S \sim \prod_k |\phi^k(t)\rangle_{S_k} = \sum_i c_i |\Phi_i(t)\rangle_S$ (u aproksimaciji skoro ne-interagujućih individualnih svesti). Ovo gledište je blisko iskustvima mnogih šamanističkih tribalnih tradicija, koje smatraju da istinsku (kvantno-holografsku!) stvarnost predstavljaju snovi, a da je (klasično-redukovano!) budno stanje privid (maja, kako se ističe i u tradicijama Istoka)! To je u skladu sa tzv. (Kvantno)holografskom paradigmom (Bom, 1980; Pribram, 1971; Raković, 2007) prema kojoj bi Univerzum mogao biti džinovski kvantni hologram, vrsta konstrukta uma na granici subjekat/objekat, koje relativizira pitanje da li objektivna stvarnost postoji ili fluktuirala između (kvantno-holografskog) "implicitnog poreta" i (klasično-redukovanih) "eksplicitnog poreta". U tom kontekstu je (kvantno-holografski) "implicitni poredek" kosmičke kolektivne svesti ili Univerzuma (kao celine) moguće detektovati samo direktno-ekstrasenzorno u (kvantno-holografskim) prelaznim stanjima svesti (Raković, 2007), dok je (klasično-redukovani) "eksplicitni poredek" (dela) kosmičke kolektivne svesti ili (dela) Univerzuma moguće detektovati, bilo u formi usrednjenog stanja klasično-redukovanih statističkih "klasičnih mešavina" (dela) kvantno-holografske stvarnosti posredstvom čula/klasičnih mernih aparatura, bilo u formi klasično-redukovanih "stacionarnih kvantnih stanja" (dela) kvantno-holografske stvarnosti posredstvom makroskopskih semi-quantnih mernih aparatura. U istom kontekstu, neophodnost neposredne kvantno-holografske sprege individualne i kosmičke kolektivne svesti u opserviranju kosmičkog kvantno-holografskog stanja zahteva da bi **slabu spregu svest-okruženje**, odnosno prethodno reprogramiranje svih psihosomatskih opterećenja. Zaista, jaka

nelokalne pojave i vantelesna iskustva (ukazujući na *istu biofizičku osnovu* ovih fenomena u višemilenijumskoj praksi različitih religijsko/ezoterijskih tradicija Istoka i Zapada,²³ Džan & Dan 1982-88; Talbot, 1991), i istovremeno objašnjava zašto su ti

sprega kosmičke kolektivne svesti $|\Phi(t)\rangle_S \sim \prod_k |\phi^k(t)\rangle_{S_k}$ i komplementarnog 'čestičnog' kosmičkog okruženja $|\Psi(t)\rangle_E$, dovodi do dekoherenčije 'polja' svesti u stacionarno parcijalno opservirajuće stohastičko klasično-redukovano stanje: redukovano k-to individualno, $\hat{\rho}_S^{(k)}(t) = \sum_i |c_i|^2 |\phi^{k_i}(t)\rangle_{SS} \langle \phi^{k_i}(t)|$ ili kolektivno, $\hat{\rho}_S(t) = \sum_i |c_i|^2 |\Phi_i(t)\rangle_{SS} \langle \Phi_i(t)|$, sa verovatnoćama $|c_i|^2$ opservacije odgovarajućih klasično-dekoherenčnih i-tih stanja k-te individualne ($|\phi^{k_i}(t)\rangle_S$) odnosno kosmičke kolektivne svesti ($|\Phi_i(t)\rangle_S$), v. Dod. D.I.19, 20 i 22. U pomenutom prekognitivno anticipativno-opservirajućem kontekstu, sasvim je moguće da postoje *jake preferencije* za individualnu i kolektivnu budućnost, upravljane interpersonalnim mentalnim opterećenjima, kako se široko tvrdi u tradicijama Istoka (Evans Venz, 1968), što verovatno podržava i savremeno matematičko otkriće skrivenog "Biblijskog koda" (Vitzum et al, 1994; Drosnin, 1997, 2002). Tako, fascinantna mogućnost da je istorija civilizacije preferentno kodirana ključnim rečima imena istorijskih ličnosti i njihovih zabeleženih karakteristika, kompjuterski pronađenih ekydistantnim preskokom slova u originalnom Starom Zavetu otkrivenom Mojsiju na planini Sinaju pre 3000 godina, mogla bi se interpretirati kao posledica kvantno-holografske prirode kosmičke kolektivne svesti (Boga!?) i svake njene izvorne manifestacije (uključujući Stari Zavet i svaku individualnu svest). Ona ipak ne znači striktnu determinisanost istorije postajećim stanjem kolektivne svesti, čiji se memorijski atraktori najefikasnije mogu reprogramirati milosrdnom molitvom za druge sa kojima smo emocionalno povezani (rodbinu, (ne)prijatelje, umrle...), ne-Šredingerovski neunitarno kvantno-gravitaciono posredovane moćnim i pročišćenim EM/jonskim eksitiranim vakuuumskim arhetipskim makro-quantnim spiritualnim strukturama (različito racionalizovanim u personalizovanim panteonima religijskih tradicija Istoka i Zapada; Elijade, 1996).

²³ U tom kontekstu, saglasno teorijskoj povezanosti svest/akupunktturna makroskopska kvantno-holografska EM/jonska asocijativna neuronska mreža (Raković et al, 1995-2004), ezoterijski pojmovi kao što su astralno telo (lingasara u Hinduizmu, manovijnana u Budizmu, ka u Egiptu, psyche u Grčkoj, duša u Hrišćanstvu, finotvarno ili psihičko telo u novijoj zapadnoj ezoteriji...) i mentalno telo (suksmasara u Hinduizmu, manas u Budizmu, ba u Egiptu, thymos u Grčkoj, duh u Hrišćanstvu, noetičko ili spiritualno telo u novijoj zapadnoj ezoteriji...) mogu se biofizički povezati sa **vantelesno dislociranim delom jonskog akupunktturnog sistema** (povezanim sa telom minijaturnim "wormhole" tunelom), i sa njemu sadržanom **EM komponentom jonskih MT UNF-modulisanih struja**, respektivno; u istom kontekstu, **jonske kondenzacije** u strukturiranom akupunktturnom sistemu, sa EM komponentom jonskih struja u njima, ponašaju se kao distribuirani centri svesti (čakre u Hinduizmu); konačno treba istaći i **jonsku prirodu** eterične vitalnosti (či u Kini, prana u Hinduizmu, pneuma u Grčkoj, mana u Hrišćanstvu, bioenergija u novijoj zapadnoj ezoteriji...) i eteričnog tela (povezanog sa nediferenciranim jonima, sveprisutnim u organizmu i suštinski važnim za mnogobrojne biohemijske procese). Treba istaći i da mogućnost i efikasnost savremenih transpersonalnih cirkularnih meridijanskih (psiho) terapijskih procesa, tj. sa svih relevantnih mentalno-adresiranih tačaka gledišta drugih osoba koje učestvuju u tretiranoj traumi (Slavinski; 2000, 2008), potvrđuje da su te interakcije kvantno-

fenomeni *kratkotrajni i slabo reproduktivni*, kao i zašto se najlakše *mentalno kontrolišu* neposredno pred ulazak u izmenjeno stanje svesti, poput spavanja) – kod kojih neophodnost *mentalnog adresiranja* na metu implicira i jednoznačni *ontološki ličnosni aspekt individualne ljudske svesti* (Raković et al, 1995-2004), što je široko rasprostranjena teza *hrišćanske tradicije*.

U pomenutom prekognitivno-opservirajućem kontekstu, anticipirano stanje može se redefinisati izmenom trenutnog stanja nekoliko kvantno-holografski mentalno/emocionalno međupovezanih individualnih svesti participirajućih u kolektivnoj svesti, tako ostavljajući najveći prostor za **slobodnu volju**, implicirajući da je najefikasnija mogućnost za *uticaj na budućnost* praktikovanje **molitve za druge** (ne-Šredingerovski neunitarno kvantno-gravitaciono *posredovane* moćnim i pročišćenim EM/jonskim eksitiranim vakuumskim arhetipskim makrokvantnim spiritualnim strukturama iz

gravitacione prirode posredstvom minijaturnih 'wormhole' prostorno-vremenskih tunela u prelaznim stanjima svesti traumom povezanih osoba (tzv. 'srebrnih vrpci' od vitalne energije astralno/mentalnog tela, ekstrasenzorno opservabilnih u izmenjenim stanjima svesti između srčanih, stomačnih ili grlenih čakri povezanih osoba). U istom kontekstu, pomenimo i da se u afričko-haičanskoj vudu magiji vizualizacijom namerno stvara 'srebrna vrpca' između operatora i žrtve, dok se u havajskoj hooponopono tradiciji vizualizacijom preseca 'srebrna vrpca' i tako uklanja traumatska emocionalna veza – koja inače prirodno postoji između majke i deteta, a spontano nastaje i intenzivnom razmenom vitalne energije između rođaka, bliskih saradnika, sadašnjih i bivših ljubavnika, prijatelja i neprijatelja, pri čemu može opstati i post mortem između žive i umrle osobe (Slavinski, 2008).

Na istoj liniji, treba posebno istaći da sa racionalno/empirijske tačke gledišta, postoje tri suštinska metodološka aspekta koja moraju biti u fokusu svakog uporednog istraživanja religije i epistemologije (sa potencijalno izuzetno značajnim društvenim implikacijama): fenomenologija transpersonalno-mističnih, bliskih smrti, vantelesnih i ekstrasenzornih stanja svesti; epistemologija dva modusa spoznaje, direktno-mističnog i indirektno-racionalnog; utilitarnost i/ili ograničenja transpersonalnih šamanskih tribalnih rituala, meditacijskih praksi Istoka i molitvenih praksi Zapada, u isceljenju ili spasenju duše. Na osnovu dosadašnjih istraživanja koja uključuju sva tri pomenuta aspekta, stiče se snažan utisak da bi dublje razumevanje same prirode svesti i transpersonalnih fenomena moglo uskoro dovesti i do naučnog razumevanja nekih fundamentalnih filozofsko-religijskih pitanja (poput tri ključna Kantova pitanja – postoji li Bog, ima li života posle smrti, postoji li slobodna volja – na koja bi odgovor po svoj prilici mogli biti pozitivni). Tako bi realnost transpersonalnih religijskih fenomena implicirala duhovnu obavezu svakoga da rastereti svoje mentalno okruženje i tako dopriene rasterećenju kolektivne svesti i "kraju istorije" sukoba, čime se daje puni smisao životu svakog pojedinca bez obzira na njegov socijalni status (i redefiniše njegov značaj i potencijalna istorijska odgovornost, kroz optimizaciju molitvom preferencija kvantno-holografske kolektivne svesti) – što postaje fundamentalno pitanje i mentalne higijene i građanske pristojnosti, odnosno i duhovnog i građanskog morala. To ukazuje i na suptilni putokaz za duhovnu obnovu Civilizacije, sa teško obremenjenom kolektivnom svešću – jasno demonstrirajući ultimativnu neophodnost redefinisanja globalnih edukativnih/informacionih/političkih ciljeva, sa preorientacijom prema "holističkim blagim akcijama" za globalna rešenja "svetskog društva rizika" (Bek, 1999; Raković, 2002; Kreculj & Marić, 2002; Uskoković, 2004 i 2006)!

religijskih tradicija,²⁴ uklanjajući u tim interakcijama kao neto-efekat međusobne konflikte dve osobe interagujuće kroz spiritualno posredovanu molitvu, u saglasnosti sa bogatim iskustvima duhovnih tradicija; Vlahos, 1998; Markides, 1990; Svami Rama, 1978).

S druge strane, **spontane transpersonalne komunikacije** sa informacionom nesvesnom razmenom u prelaznim stanjima individualne svesti imaju evidentno **negativne efekte**. Slično važi za sve *lokalno-orijentisane metode integracije ličnosti*, poput *meditacije* (kao izmenjenog stanja svesti, koje doprinosi *ubrzanoj integraciji svesnih i nesvesnih nivoa ličnosti*, v. fusnotu 36, sa značajnim anti-stres efektima; Šnajder et al, 2005), *autogenog treninga* (kao najsavremenije metode medicinske relaksacije, koja pomaže *kontekstualnim porukama* da se asocijativno memorišu na podsvesnom nivou i da sa tog nivoa *umekšavaju nepoželjne psihosomatske reakcije* na svakodnevne stresogene situacije; Šulc, 1951), *dubinskih psihoterapeutskih tehnika* (usmerenim na *prepoznavanje nesvesnog konflikta i njegovo osvećivanje*, time *uklanjajući njegovu ulogu u nesvesnom generisanju subliminalnih misli*; Milenković,

²⁴ *Takve neopterećene makroskopske vakuumske spiritualne eksitacije (čije pobuđivanje molitvama budi asocijacije na "Milost Božju" kao indeterminističku intervenciju u inače determinističkoj kvantno-holografskoj evoluciji kosmičke (i ljudske) Istorije, koja ne-Šredingerovski postavlja neophodne suštinski nove granične uslove!) – mogле bi modifikovati "kosmičku kolektivnu svest" ($|\Phi\rangle_S \sim \prod_k |\phi^k\rangle_{S_k}$) i time kosmičko kompozitno kvantno stanje ($|\Phi\rangle_S |\Psi\rangle_E$), odnosno klasično-redukovano stohastičko stanje "kosmičke kolektivne svesti" ($\hat{\rho}_S = \sum_i |c_i|^2 |\Phi_i\rangle_{SS} \langle \Phi_i|$), ukazujući tako na mogućnost optimizacije-molitvom (najverovatnije – i energetski najpovoljnije) preferencije kosmičke kolektivne svesti (i recipročno, na modifikaciju kosmičkom-svešću-opservabilnog klasično-redukovanih stohastičkog stanja komplementarnog "čestičnog" kosmičkog okruženja ($\hat{\rho}_E = \sum_i |c_i|^2 |\Psi_i\rangle_{EE} \langle \Psi_i|$), odnosno na mogućnost optimizacije-molitvom preferencije budućih kosmičkih alternativa; Raković, 2006). Ovo pogotovo važi ako je stanje Φ veoma osetljivo na male promene početnih uslova što je inače slučaj sa fizičkim sistemima opisanim determinističkim haosom, a imajući u vidu da stanje φ_k "individualne svesti" takav sistem (jer je modulisano UNF EM poljem moždanih talasa, v. Od. 5.2.4), onda je i samo kompozitno stanje Φ "kosmičke kolektivne svesti" takođe opisano determinističkim haosom – i veoma osetljivo na male promene početnih uslova. Čini se da zato hrišćanstvo toliko insistira na pokajanju i praštanju, što predstavlja odraz spiritualne zrelosti osoba, sa obavezom da kroz molitvu za druge pomažu u rasterećenju konflikata i onda kada su one same žrtve sukoba ("A ja vam kažem: ljubite neprijatelje svoje, blagosiljajte one koji vas kunu, činite dobro onima koji vas mrze i molite se Bogu za one koji vas gone", Mt.5,44); čak nije dopustivo ni da se vidi zlo u bližnjem i da se on osuđuje (drevna biblijska zapovest dana čoveku u Raju, koja zabranjuje kušanje "s drveta od znanja dobra i zla" – kod drugih – "jer u koji dan okusiš s njega umrijećeš" (Post.2,17), čije je kršenje dovelo do Adamovog grehopada i posejalo klicu budućeg "terora istorije"), insistirajući samo na ličnom pokajanju i praštanju, što jedino vodi konačnom rasterećenju misaono/emocionalnih konflikata.*

1997), ili *meridijanskih (psihoenergetskih) terapija* (sa ubrzanim uklanjanjem fobija, alergija i drugih psihosomatskih poremećaja,²⁵ kroz "rasplinjavanje" memorijskih atraktora *psihosomatskih poremećaja* pri suksesivnom dodirivanju odabranih akupunktturnih tačaka i uz vizualizaciju psihosomatskih problema; Kalahan, 1996) – koje imaju holistički karakter lokalne psihosomatike i privremene efekte na nivou individualne svesti (Raković et al, 1995-2004) pošto nereprogramirani međuljudski konflikti u drugim osobama uzrokuju njihovo (nesvesno) ponovno transpersonalno indukovanje u prvu osobu (koja je tako uzaludno individualno radila na integraciji ličnosti!) u prelaznim stanjima svesti tih osoba, tako *reindukujući prethodno opterećenje kolektivne svesti* – i na duge staze dovodeći do neminovnog **globalnog povećanja psihosomatskih opterećenja** na nivou makroskopske kvantno-holografske prostorno-vremenske mreže **kolektivne svesti** – što i predstavlja "*motor istorije*".

Istovremeno, analogija matematičkih formalizama Hopfieldove asocijativne neuronske mreže i Fejnmanove propagatorske verzije Šredingerove jednačine ukazuje na **kolektivnu svest** kao moguće *ontološko svojstvo samog fizičkog polja*, sa različitim *mikrokvantnim i makrokvantnim* (i nebiološkim i biološkim, i realnim i virtuelnim) *eksitacijama*, što je i široko rasprostranjena teza istočnjačkih ezoteričko/religijskih tradicija – pa onda **memorijski atraktori kvantno-holografske prostorno-vremenske mreže kolektivne svesti** mogu biti tretirani kao psihosomatski kolektivni poremećaji koji predstavljaju *generalizovane (kvantno)holističke povezane-sa-poljem zapise* (uključujući molitvom-konačno-reprogramabilna inter-personalna opterećenja) – što može predstavljati biofizičku osnovu (**kvantno**) **holističke globalne psihosomatike** (Raković et al, 1995-2004) – sa religijsko/društvenim implikacijama o neophodnosti transpersonalnog spiritualno-posredovanog kvantno-holografskog brisanja svih nepoželjnih kolektivnih memorijskih atraktora (koji će ne-reprogramirani molitvom inače vremenom dovesti do razvoja psihosomatskih bolesti ili međuljudskih sukoba u ovoj i/ili narednim generacijama kojima se transpersonalno i nesvesno prenose). Tako se čini da je ustvari **čitava psihosomatika kvantni hologram**,²⁶ i da se to odnosi i na kolektivnu i na individualnu

²⁵ U slučaju trauma koje nose veći energetski naboj, individualna ego-svest ne može izdržati ovakav energetski pritisak, i takav se memorijski atraktor (memorijsko stanje) na hiperpovrši energija-stanje akupunktturnog sistema raspada na dva ili više razdvojenih atraktora, koji mogu da nastave da funkcionišu kao autonomna ego-stanja (odnosno višestruke ličnosti). Psihoterapijskim tehnikama moguća je njihova ponovna integracija, što osobi donosi bolje psihosomatsko funkcionisanje, kako zbog normalizovanog protoka energije duž akupunktturnog sistema, tako i zbog normalnog asocijativnog integrisanja novih kognitivnih sadržaja na nivou individualne ego-svesti.

²⁶ U tom kontekstu, moglo bi se reći da postoje **tri linije fronta integrativne psihosomatske medicine** (Raković, 2002-06): (1) duhovnost, koja kroz molitvu za druge trajno uklanja uzajamne memorijske atraktore na nivou kolektivne svesti; (2) istočnjačka tradicionalna holistička medicina i dubinska psihoterapija, koja privremeno uklanja memorijske atraktore na nivou akupunktturnog sistema/individualne svesti i sprečava ili ublažava njihovu somatizaciju, kao posledicu nemara na prvom nivou; (3) zapadnjačka simptomatska medicina, koja kroz imunologiju, farmakologiju, preventivnu

svest, što asocira na hinduistički odnos Braman/Atman, kao celine i dela u kome je sadržana informacija o celini.²⁷

Pomenuta kvantno-holografska slika implicira i da kvantno-holografski hijerarhijski delovi nose informaciju o celini, omogućavajući suptilnu *kvantno-informacionu fraktalnu spregu* između različitih hijerarhijskih nivoa (na šta ukazuju *akupunktturni sistem i njegove mnogobrojne projekcione zone*; Vu, 1991), što izgleda podržava i neobično otkriće *kvantno-holografskog uticaja jezičke komunikacije na ekspresiju čelijskog genoma* (govornom-modulacijom obasjavajućeg laserskog-signala; Garjajev, 1997). Ona implicira i *kvantno-holografski povratni uticaj EM polja akupunktturnog sistema na čelijske konformacione enzimske promene i ekspresiju genoma* (Raković et al, 2005-06; tzv. makroskopski "downward causation"), a ne samo obrnuto (mikroskopski "upward causation"), uz uzajamnu kvantno-informacionu *kontrolu ontogeneze/embriogeneze i morfogeneze*, i to počev od prve deobe oplodjene jajne čelije kojom započinje i diferenciranje akupunktturnog sistema (električno-sinaptičkih) GJ-spojeva (v. Od. 3.1).

5.4.2 Kvantne i klasične telesne hijerarhijske neuronske mreže za modeliranje dva modusa svesti: kognitivne implikacije

U duhu navedenog u prethodnom odeljku, može se govoriti o **dva kognitivna modusa individualne svesti** (Raković et al, 1995-2004): *kvantno-koherentnom direktnom* (religijsko/kreativnom, u izmenjenim i prelaznim stanjima svesti) i *klasično-redukovanim indirektnom* (čulno/racionalno posredovanom, u normalnim stanjima svesti) – na koja se mogu primeniti teorijske metode asocijativnih neuronskih mreža i kvantne neuronske holografije (Peruš et al, 1996-2001), kombinovane sa kvantnom teorijom dekoherenčije (Raković et al, 2004-06). Tako izgleda da nauka zatvara krug, ponovo

dijagnostiku i hirurgiju sprečava ili ublažava somatizovane posledice nemara na prva dva nivoa. Posebno treba istaći, da nužne aktivnosti na drugom i trećem nivou, uz zanemarivanje prvog, imaju za posledicu dalje prenošenje memorijskih atraktora na nivou individualne i kolektivne svesti u ovoj i narednim generacijama, samo nagomilavajući kvantno-holografska nelokalna opterećenja koja prouzrokuju potom ne samo bolesti, već i međuljudske sukobe, ratove i druga stradanja.

²⁷ Hinduizam je preko 4.000 godina stara indijska religijska tradicija bez poznatog osnivača, kao potpuno decentralizovani sistem bez formalnih institucionalnih dogmatskih kontrola, uz jedini zahtev za prihvatanje autoriteta Veda, koje pak takođe zahtevaju intenzivno individualno angažovanje i proveru njihovih istina kroz lično meditativno iskustvo. Glavna spoznaja drevnih vedskih mudraca formulisana je jednostavno: Atman je Braman! Pri tome je Atman koncept božanske manifestacije u formi svetske duše ili univerzalnog ja, koje postoji u svemu: predmetima, drveću, životinjama i ljudima, mada ono nije svuda realizovano u istom stepenu, dok je Braman koncept najvišeg Boga, u svom nemanifestovanom i nediferenciranom jedinstvu, koji sadrži sve mogućnosti pre-božanskog stvaranja; apsolutna samo-svesna inteligencija u bez-prostornoj i bez-vremenoj potencijalnosti; nedostupna ljudskoj spoznaji i razumevanju sve dok smo utemeljeni u nižim svetovima manifestacije (Vujićin, 1995).

otkrivajući dva različita modusa spoznaje i istovremeno postavljajući i sopstvena **epistemološka ograničenja** naučnog saznanja.²⁸

Direktni kognitivni modus individualne svesti mogao bi biti vezan za *neposrednu i slabu komunikacionu spregu svest-okruženje* kroz kvantno-holografsku spregu Hopfieldove EM/jonske akupunkturne mreže individualne svesti i kvantno-holografske/ kvantno-gravitacione prostorno-vremenske mreže kosmičke kolektivne svesti (karakteristično za vantelesnu²⁹ kvantno-kohерentna *prelazna i izmenjena stanja individualne svesti* u religijsko/ezoterijskim mističnim transpersonalnim komunikacijama, uključujući *quantno-holografsku anticipaciju* u intuiciji, prekogniciji i dubokim kreativnim umetničkim i naučnim uvidima (Raković, 2007)³⁰ – što se potom *quantnim kolapsiranjem* u klasično/

²⁸ *Ta spoznaja je sačuvana milenijumima u šamanističkim tribalnim tradicijama, u kojima inicirani šamani ritualno ulaze u izmenjena stanja svesti u kojima dobijaju odgovore na zdravstvene probleme pripadnika svog plemena, i na metode njihovog iscelenja koje se u osnovi svode na reprogramiranje opterećenja na nivou kolektivne svesti (Hadži-Nikolić, 1995). Osim toga, ovu spoznaju je pre više od dva milenijuma jezgrovito opisao Patandali u Joga sutramu, ističući da je mistično iskustvo (samadhi) "ispunjeno istinom" i da je ono "iznad zaključivanja i svetih spisa" ("Kada u meditaciji bljesne svetlost prave prirode predmeta, neiskriviljena umom posmatrača"; Vujičić, 1995). Slično je početkom prošlog veka Berdajev u Filozofiji slobode tu razliku vere i znanja formulisao kao razliku dva načina saznanja, molitvom-posredovanog "projavljivanja stvari nevidljivih" i racionalno-posredovanog "projavljivanja stvari vidljivih".*

²⁹ *Fundamentalno-teorijski razlozi za ovu vantelesnu dislokaciju svesti leže u neophodnosti da svest mora imati makar u (kvantno-kohерentnim) izmenjenim/prelaznim stanjima dovoljno izolovane relevantne makroskopske kvantne stepene slobode (Raković et al, 1995-2007) – kako bi imala indeterminističke karakteristike slobodne volje – što inače nije moguće u jakom telesnom okruženju koje uzrokuje brzu kvantnu dekoherenčiju svesti u (klasično-redukovano) normalno stanje (Tegmark, 2000).*

³⁰ *Jedan od načina za kontrolu kreativnih procesa je vizuelizacija problema u budnom meditativnom izmenjenom stanju svesti (Tesla kao sjajno dokumentovani slučaj; Raković, 2007). Još jednostavniji način je vizuelizacija problema pred spavanje, posle čega sledi prelazak u izmenjeno stanje praćeno kratkotrajnom "astralnom projekcijom" svesti (odnosno "tuneliranjem" dislocirane jonske strukture na adresiranu "metu", povezanu sa problemom) i anticipacijom rešenja – koje se zatim tokom spavanja procesira i kodira zajedno sa drugim asocijativno spregnutim informacijama u formi snova, da bi konačno pri buđenju retikularno-talamička formacija dala prioritet pojačanju onog "lucidnog sna" (i u njemu kodiranog odgovora) koji se odnosi na postavljeni problem (inače, iskustva mnogih šamanističkih tribalnih tradicija ukazuju da su "lucidni snovi" grupne poruke za čitavo pleme, a da su lucidni snevači samo komunikacioni kanal za poruke sa nivoa kolektivne svesti; MekTagart, 2002). Procedura je veoma efikasna, ali glavni problem je u pravilnoj interpretaciji dobijenog asocijativno kodiranog odgovora (Raković, 2007). Čak i duboki umetnički doživljaji publike mogu imati jaku spiritualnu notu, kroz spontano "adresiranje" umetničke publike na remek delo (koje ih pobuduje u izmenjeno stanje svesti), i preko njega na inspirativnu ideju i njen energetski naboj – povezane sa umetnikom u nekadašnjem aktu kreacije; isto bi se moglo odnositi i na izvođače u različitim umetničkim scenskim predstavama. Slično važi i za duboke spiritualne doživljaje vernika kroz mentalno adresiranje na ikone/relikvije. Cela situacija budi asocijacije na kontakte sa Jungovim arhetipovima ili sa Platonovim svetom ideja, čija fizička priroda bi mogla biti u kvantno-*

normalno stanje svesti, kroz ponovo uspostavljenu jaku spregu kvantno-holografskih sadržaja svesti sa telesnim okruženjem, dalje indirektno jezički/umetnički/naučno filtrira moždanim hijerarhijskim neuronskim *proširenim retikularno-talamičkim aktivirajućim sistemom* (ERTAS; Baars, 1988) redukujući tako direktno dobijeni kvantno-informacioni sadržaj – time objašnjavajući i *principijelno ograničenu epistemološku racionalizaciju* svakog direktnog kvantno-holografskog religijsko/kreativnog iskustva, uključujući dogmatske, naučne ili umetničke *ontološke pretenzije*³¹). Neophodnost neposredne kvantno-holografске sprege individualne i kosmičke kolektivne svesti zahteva slabu van-telesnu kvantno-komunikacionu spregu svest-okruženje, odnosno prethodno *brisanje svih psihosomatskih opterećenja*.³²

Indirektni kognitivni modus individualne svesti mogao bi biti vezan za *jaku komunikacionu spregu svest-telo-okruženje* posredstvom prostorno-vremenski ograničenih čulnih senzacija obrađivanih klasično/elektrohemski moždanim neuronskim mrežama i racionalno filtriranih u svesni sadržaj aproksimativnim empirijsko/umetničko/naučnim konceptima zavisnim od kulturno/naučne tradicije i obrazovanja pripadnika jedne društvene zajednice (karakteristično za telesna klasično-redukovana *normalna stanja*)

holografskoj memoriji/propagatoru "kosmičke kolektivne svesti" (v. Sl. 5.22), koja sadrži sve kosmičke informacije i predoblikuje moguće kosmičke budućnosti (v. Od. 5.4.1). To onda otvara i pitanje prirode kvantomehaničkih talasnih funkcija – koje bi trebalo da daju sliku fizičke realnosti na kvantnom nivou (a ne da služe samo kao računska alatka, korisna jedino za računanje verovatnoća, ili kao izraz eksperimentatorovog "stanja znanja" o fizičkom sistemu)!

³¹ Primer takvih ontoloških pretenzija jeste višemilenijumska kontroverza o *post mortem evoluciji duše*, radikalno ispoljenoj u dva udaljena gledišta hrišćanstva (prenos greha na naredne generacije, ali i ličnosna sudbina svake duše) i hinduizma (prenos karmičkih opterećenja, i sa njima povezane seobe duše kroz niz (kvazi)personalizovanih reinkarnacija). Sa stanovišta ovde razmotrenog teorijskog modeliranja transpersonalnih interakcija, u pitanju je interpretativni epistemološki nivo racionalizovanja prenosa mentalno-adresiranih opterećenja unutar postojeće generacije i dalje na naredne – odnosno informacija je ta koja se transpersonalno prenosi posredstvom mreže kolektivne svesti, sa mogućim impresijama da se naročito jaki konflikti prenose kao "ego-stanja" koja ostavljaju snažan utisak prethodno proživljenih života!? A kakva je ontološka spiritualna stvarnost – moglo bi ostati trajna kontroverza svakog principijelno ograničenog pokušaja ljudske racionalizacije.

³² U duhu religijskih tradicija, to podrazumeva očišćenje od posesivnih ili hedonističkih emocionalno-mentalnih grehovnih/karmičkih veza sa svetom – koje bi inače kao opterećujuće 'mentalne adrese' dovodile do kvantnog projektovanja mentalno-kanalizane tunelirane svesti na odgovarajuće vantelesno okruženje, i time do klasično-redukovanih vantelesnih ekstrasenzornog opserviranja mentalno-adresiranog okruženja! U istom duhu je i razumljiv napor mistika svih tradicija da kroz spiritualnu praksu (molitvu, meditaciju, ...) prethodno očiste svest/dušu i tako dosegnu svoj konačni eshatološki cilj (Carstvo Božje, nirvanu, ...), odnosno post-mortem spasenje (bezgrešne, nevezane) duše! To ipak ostavlja prostor i za personalnu ljubav, čija najviša manifestacija jeste upravo sposobnost i spremnost za stalno i bezuslovno praštanje onome drugome (i zbog njega svima drugima!), u spiritualnoj molitvi i (sa njom kvantno-holografski suptilno uzajamno povezanoj) životnoj praksi.

individualne svesti u svakodnevnim komunikacijama, dodatno moždano filtrirana ERTAS-sistemom – što se potom prepisuje u svesni sadržaj kvantno-informacione akupunkturne mreže individualne svesti, posredstvom EM polja moždanih talasa na svakih $\sim 0,1$ s – generišući tako normalni "tok svesti").

Na toj liniji, definisanim otvorenog kvantnog sistema S_k tako da uključi k -ti akupunkturni sistem/individualnu svest i njegovo komplementarno okruženje E_k , primenom *kvantne teorije dekoherencije* kvantno-koherentno stanje akupunkturnog sistema/individualne svesti S_k , $|\phi_e^{(k)}(t)\rangle_{S_{ke}} = \sum_i c_{k_i}(t) |\phi_e^{(k_i)}\rangle_{S_{ke}}$, može se opisati superpozicijom svih njegovih mogućih stanja ($\phi_e^{(k_i)}$), koja posle kvantnog kolapsiranja u klasično-redukovano stanje dovodi do stohastičkog stanja opisanog operatorom gustine $\hat{\rho}_{S_{ke}}^{(k)}(t) = \sum_i |c_{k_i}(t)|^2 |\phi_e^{(k_i)}\rangle_{S_{ke}} \langle \phi_e^{(k_i)}|$, sa verovatnoćama $|c_{k_i}|^2$ realizacije jednog od klasično-redukovanih stanja $|\phi_e^{(k_i)}\rangle_{S_{ke}}$ – u procesu sličnom kvantnom merenju nad inicijalnim kvantno-koherentnim stanjem $|\phi_e^{(k)}\rangle_{S_{ke}}$.

Vremenska evolucija $|\phi_e^{(k)}(t)\rangle_{S_{ke}}$ (neperturbovanog okruženjem) *kvantno-koherentnog stanja* akupunkturnog sistema/individualne svesti može se u Fejnmanovoj reprezentaciji opisati kvantno-holografskom Hopfieldovom neuronskom mrežom preko dinamičke jednačine za *kvantno-holografsku memoriju/propagator*, dok se vremenska evolucija (perturbovanog okruženjem) *klasično-redukovanih stohastičkih stanja* $\hat{\rho}_{S_{ke}}^{(k)}(t)$ akupunkturnog sistema/individualne svesti S_k može opisati klasičnom Hopfieldovom neuronskom mrežom *predstavljenim promenama oblika više-elektronske hiperpovrši* u prostoru energija-stanje $E_{S_k}(\phi_e^{(k)})$ otvorenog akupunkturnog sistema/individualne svesti S_k (v. Sl. 5.22, kao i Dod. D.1.22).

Ova dva kognitivna modusa individualne svesti smenjuju se sa periodičnošću ~ 2 -satnog **ultradijalnog ritma** (Brouton, 1986) i u budnom stanju i snu, što prema našem *biofizičkom kvantno-holografskom/kvantno-relativističkom modelu svesti* (Raković, 1995-2006) može biti uzrok veoma značajnih promena u *subjektivnom osećaju* pri smeni normalnih i izmenjenih stanja svesti (sa *dramatičnim ubrzavanjem procesiranja informacija*, uz *osećaj drastično proširene subjektivne "vremenske baze"*³³ i *halucinantnog mešanja normalno svesnih i nesvesnih sadržaja*³⁴).

³³ U izmenjenim stanjima svesti biohemski procesi se značajnije ne ubrzavaju, tako da za objašnjenje drastičnog ubrzanja procesiranja informacija preostaju samo neki dodatni biofizički mehanizmi,

poput kvantno-paralelnog procesiranja (v. Dod. D.1.21-22) i relativističkog proširenja subjektivne "vremenske baze". U našem biofizičkom modelu svesti, s tačke gledišta inercijalnog "subjektivnog" posmatrača ($v = c_0 / \sqrt{\epsilon_r} = \text{const}$) vremenska relativistička analiza pokazuje drastično proširenje subjektivne vremenske baze (Raković, 1995; v. Dod. D.3.2),

$$\Delta t^{\text{subj}} = \frac{\Delta t_0^{\text{obj}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t_0^{\text{obj}}}{\sqrt{1 - \frac{\epsilon'_r}{\epsilon_r}}} \quad \gg \Delta t_0^{\text{obj}}.$$

$\left| \frac{\epsilon'_r}{\epsilon_r} \approx 1 \right|$

saglasno relativističkoj formuli između vremenskih intervala: "subjektivnog" (Δt^{subj}) i "objektivnog" (Δt_0^{obj}), laboratorijskog; u gornjem izrazu $c = c_0 / \sqrt{\epsilon_r}$ - označava brzinu prostiranja upadnog EM polja unutar susednog dela sredine niže relativne dielektrične permitivnosti ($\epsilon'_r < \epsilon_r$). Uslov $\epsilon_r / \epsilon'_r \approx 1$, pri kome je $\Delta t^{\text{subj}} \gg \Delta t_0^{\text{obj}}$, može se ostvariti samo u nisko-dielektričnoj blago jonizovanoj gasovitoj strukturiranoj sredini (sa $\epsilon_r \geq \epsilon'_r \approx 1$), u stanjima dislociranja jonskog (akupunktturnog) sistema čoveka izvan granica tela! Naime, telo je visoko nehomogena struktura u kojoj ϵ_r može varirati od $\epsilon_r \geq 2$ (karakteristično za biopolimere), preko $\epsilon_r \approx 81$ (karakteristično za slobodnu tkivnu vodu), pa do $\epsilon_r \sim 10^5$ - 10^6 (karakteristično za ćelijске membrane, sa drastičnim polarizacijama jonskih koncentracija, koje izrazito zavise od metaboličkih ćelijskih procesa). U nehomogenoj sredini ($\epsilon'_r < \epsilon_r$) gornji izraz može se smatrati kao aproksimacija (odgovarajućeg izraza iz Opšte teorije relativnosti), koja je sasvim zadovoljavajuća za linearne dimenzije lokalnih zgusnuća (sredine većeg ϵ_r) znatno manje u odnosu na linearne dimenzije okruženja (sredine manjeg ϵ'_r); takođe, gornji izraz ne važi za homogenu dielektričnu sredinu, gde je $\epsilon'_r = \epsilon_r$ (v. fusnotu 1 u Dod. D.3.3). Isto se odnosi i na izraz u donjoj fusnoti.

³⁴ U našem biofizičkom modelu svesti, s tačke gledišta inercijalnog "subjektivnog" posmatrača ($v = c_0 / \sqrt{\epsilon_r} = \text{const}$) frekventna relativistička analiza daje relativistički Doplerov efekat (Raković, 1995; v. Dod. D.3.2),

$$f^{\text{subj}} = f_0^{\text{obj}} \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \cos \alpha} \quad \left|_{\alpha=\pi} \right. = f_0^{\text{obj}} \frac{\sqrt{1 - \frac{\epsilon'_r}{\epsilon_r}}}{1 + \sqrt{\frac{\epsilon'_r}{\epsilon_r}}} \quad \ll f_0^{\text{obj}},$$

$\left| \frac{\epsilon'_r}{\epsilon_r} \approx 1 \right|$

koji prikazuje drastičan Doplerov pomeraj pobudene "objektivne" frekvencije (f_0^{obj} , merene u "objektivnom" laboratorijskom sistemu na EEG-u) do iščezavajuće "subjektivno" registrovane moždane frekvencije ($f^{\text{subj}} \approx 0$, bez obzira koliko je f_0^{obj}). Tako, iako dva EEG snimka, u normalnom i izmenjenom stanju svesti (npr. normalno budno stanje i REM faza spavanja) mogu biti veoma slična, subjektivno se uočava ogromna razlika: u normalnom budnom stanju ($\epsilon_r / \epsilon'_r \gg 1$) dobija se Doplerovski preslikan dobro izdiferenciran "subjektivni" spektar sa razdvojenim normalno svesnim (α, β, γ) i normalno nesvesnim (θ, δ) sadržajima, a u izmenjenom stanju svesti REM faze sna

Prema ovom modelu, **izmenjena stanja svesti** (REM faza spavanja,³⁵ hipnoza, meditacija, halucinantna stanja, neka psihopatološka stanja, klinička smrt) posledica su van-telesnog odvajanja dela jonskog akupunktturnog sistema (kada se u njemu "zarobljena" EM komponenta MT/UNF-modulisanih akupunktturnih jonskih struja kreće kroz niskodielektričnu slabo nehomogenu blago jonizovanu vantelesnu gasovitu sredinu karakterisanu sa $\epsilon_r / \epsilon'_r \approx 1$ ³⁶ (v. fusnotu 16), u kojoj je *oslabljen i efekat*

($\epsilon_r / \epsilon'_r \approx 1$) dolazi do "subjektivnog" mešanja normalno svesnih i nesvesnih sadržaja, što je upravo ono što se dešava u snovima i drugim izmenjenim stanjima svesti! To je, izgleda, biofizički mehanizam sanjanja, koji ukazuje i na psihološki značaj sanjanja: u snovima dolazi do integrisanja normalno svesnih i nesvesnih sadržaja oko zajedničkog asocijativnog jezgra, što dovodi do integrisanja i rasta ličnosti (inače podeljene na svesna i nesvesna "ego" stanja) a što doprinosi ublažavanju emocionalnih konflikata! Ovo je, verovatno, razlog zašto indijski jogini pribegavaju dugotrajanju meditaciji (i po više godina): to produžava proces integracije, sve dok se ne integrišu svi sadržaji oko jednog "ego" stanja, čime se postiže puna kontrola svesti i u izmenjenim stanjima svesti (inače, običan čovek u ovim stanjima gubi tu kontrolu, jer odmah nastaju asocijativno generisane halucinacije, kroz sprezanja svesnih i nesvesnih sadržaja organizovanih oko različitih asocijativnih jezgara mnogobrojnih "ego" stanja!

³⁵ REM faza spavanja je brzotalasna (β) faza spavanja sa halucinantnim snovima, koji mešaju normalno svesne i nesvesne prethodno registrovane senzorne sadržaje, sa drastično izmenjenim osećajem ubrzanog proticanja subjektivnog vremena. Po tome liče na procesiranje informacija u izmenjenim stanjima svesti, mada su izmenjena budna stanja karakterisana sporotalasnom (θ , α) fazom procesiranja informacija.

³⁶ Dislocirana jonska struktura sklona je rasplinjavanju, pošto difuzioni rasplinjavajući pritisak ($n_j kT \sim 1 \text{ Pa}$) znatno nadmašuje magnetni konfinirajući pritisak ($\mu_0 I_0^2 / 8\pi^2 r^2 \sim 10^{-10} \text{ Pa}$!). Pri tome su uzete razumne vrednosti biofizičkih parametara u kanalima: $I_0 \sim 10^7 \text{ A}$ (karakteristično za EEG), $r \sim 1 \mu\text{m}$ (karakteristično za ćelijske dimenzije), $T \sim 300 \text{ K}$ (sobna temperatura) i $n_j = I_0 / e\bar{v}_d r^2 \pi \sim 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ (koncentracija jona, izračunata za driftovsku brzinu jona reda veličine termalno ravnotežne, $\bar{v}_d = (3kT/m_j)^{1/2} \sim 10^3 \text{ m/s}$, gde je $m_j \sim 10^{-26} \text{ kg}$ - masa jona, a $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ - Boltmanova konstanta), kao i $\mu_0 = 12,566 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ (magnetna propustljivost vakuum). Vreme rasplinjavanja dislocirane jonske strukture određeno je dominirajućim procesom difuzije: $\tau = L^2 / D \sim 1 \text{ h}$ (gde je $D \sim 0,2 \text{ cm}^2/\text{s}$ - koeficijent difuzije u vazduhu na sobnoj temperaturi, a L - difuziona dužina procenjena iz uslova da se rasplinjavanje jonske strukture završava kada koncentracija jona n_j , u njenim kanalima, dostigne onu u vazduhu $\sim 10^4 \text{ cm}^{-3}$: iz izraza za jonsku struju je poluprečnik rasplinutog kanala jednak $r = (I_0 / n_j e\bar{v}_d \pi)^{1/2} \sim 30 \text{ cm} \sim L$). Tokom ovog procesa se izgubi određena količina (dislociranih) jona, koja se može nadoknaditi i u samom procesu disanja za vreme $\sim 1 \text{ h}$ (naime, ako uzmemo da je ukupna dužina jonskih akupunktturnih kanala $l \sim 10 \text{ m}$, tada je potrebno nadoknaditi $n_j (\pi r^2 l) \sim 10^{10} \text{ jona}$, za šta je potrebno udahnuti $10^{10}/10^4 \text{ cm}^{-3} \sim 10^3 \text{ l}$ vazduha za 1 h , za šta je potrebno $10^3 \text{ l} / (5 \text{ l/udisaj}) \sim 200 \text{ udisaja}$ za $\sim 1 \text{ h}$, odnosno ~ 3 udisaja za 1 min , što je razumna procena!) – i proces se periodično ponavlja sa **ultradijalnim ritmom** ($\sim 1,5 \div 2 \text{ h}$), koji je eksperimentalno registrovan kao **moždani ritam** smenjivanja dominacije aktivnosti leve i desne moždane hemisfere, koji se može uočiti i kroz **nazalni ritam** smene dominirajuće prohodnosti leve i desne nozdrve (kada je aktivnija desna

dekoherencije na drastično ubrzano kvantno-paralelno procesirajuće (v. Dod. D.1.21-22) kvantno-kohерентно stanje k -tog akupunktturnog sistema/individualne svesti S_k , $\left| \phi_e^{(k)}(t) \right\rangle_{S_{ke}} = \sum_i c_{k_i}(t) \left| \phi_e^{(k_i)} \right\rangle_{S_{ke}}$), dok su **normalna stanja svesti** (budno normalno stanje,³⁷ non-REM faza spavanja,³⁸ ...) ostvarena kada nema tog odvajanja (kada je *zbog jake dekoherencije* klasično-redukovano stanje akupunktturnog sistema/individualne svesti opisano stohastičkim operatorom gustine, $\hat{\rho}_{S_{ke}}^{(k)}(t) = \sum_i |c_{k_i}(t)|^2 \left| \phi_e^{(k_i)} \right\rangle_{S_{ke}} \left\langle \phi_e^{(k_i)} \right|$).

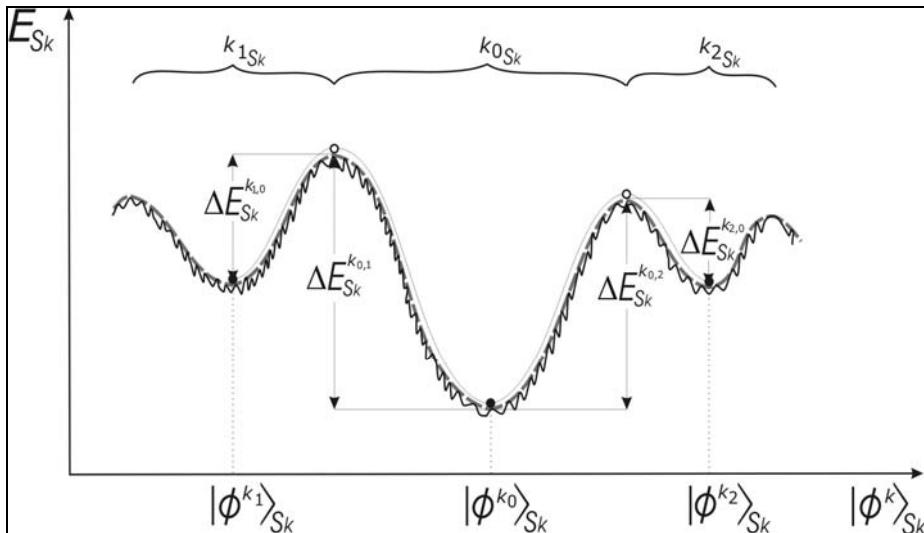
Gore pomenuta *podela na dva kognitivna modusa* individualne svesti, *kvantno-kohерентni direktni* (u religijsko/kreativnim izmenjenim i prelaznim stanjima svesti) i *klasično-redukovani indirektni* (u čulno/racionalno posredovanim *normalnim stanjima svesti*) – ipak nije sasvim oštra!

hemisfera prohodnija je leva nozdryva, i obrnuto – što je rezultat fiziološke činjenice da desna moždana hemisfera upravlja levom stranom tela, i obrnuto! Ovaj ritam je izuzetno značajan za zdravstveno stanje čoveka: čim se naruši dolazi do bolesti (indijska svara joga do detalja poznaže zdravstveni značaj ovog ritma, o čemu će još biti reči u Od. 6.3).

Na kraju procesa rasplinjavanja dislocirane jonske strukture, jonske akupunkturne struje počinju da se kreću kroz jednako provodnu atmosferu, čime se skokovito povećavaju dimenzije "antene" za emisiju UNF komponente EM polja (MT komponenta se i pre toga lako emituje!) na dimenzije čitave atmosfere ($d \sim 10^7$ m), zbog čega intenzivnost emitovanog talasa skokovito raste ($I \sim d^2/\lambda^4$), i povećava se $\sim 10^{14}$ puta – usled čega se na krajevima perioda izmenjenih stanja svesti oslobođa i emituje u atmosferu UNF EM polje modulišućih moždanih talasa (dok pre toga UNF EM talasi velike talasne dužine, $\lambda = c_0/f \sim 10.000$ km za $f \sim 10$ Hz, nisu mogli biti izračeni antenama telesnih dimenzija, pa je Priroda izgleda evoluciono selektirala UNF moždane talase, da bi modulišuća komponenta EM polja svesti vezana za njih, bila najveći deo vremena lokalizovana oko tela odnosno dislociranog dela EM/jonskog akupunktturnog sistema), što bi mogla biti biofizička osnova za "kolektivno nesvesno" bioloških vrsta (v. Šeldrajk, 1987). Dalje rasplinjavanje tačaka dislociranog dela jonskog akupunktturnog sistema čini ceo jonski sistem homogenim, bez mogućnosti da nova informacija bude razdvojena "subjektivnim" referentnim sistemom, dovodeći do prekida "toka svesti" (kada "sopstveno vreme" za fotone identički iščezava). Objektivno, ceo dislocirani jonski sistem je kompletno otvoren za razmenu informacija u EM UNF domenu, donoseći punu povezanost sa okolnim svetom, a subjektivno, to je stanje prazne svesti, iako je mozak i dalje veoma aktivan. Detaljnije o dugodometnim EM interakcijama i njihovim biofizičkim implikacijama biće reči u Od. 6.2!

³⁷ Budno normalno stanje se manifestuje brzotalasnom (β, γ) moždanom fazom.

³⁸ Non-REM faza spavanja je sporotalasna (δ, θ) moždana faza spavanja sa tzv. mentacijama, realističnim kratkotrajnim snovima, koji obrađuju od prethodnog dana nesvesno registrovane senzorne sadržaje. Po tome liče na procesiranje informacija u normalnim stanjima svesti, mada su budna stanja karakterisana brzotalasnom (β, γ) moždanom fazom procesiranja informacija.



SLIKA 5.22 Šematska prezentacija memorijskih atraktora u prostoru energija-stanje ($E_{S_k}(\phi^k)$) kvantno-holografske memorije/propagatora biološkog makroskopskog otvorenog kvantnog sistema S_k (ćelijskog ferment/supstrat biomolekularnog; akupunktturnog/svesti; kolektivne svesti; Raković et al, 2005-6):

$$G^{(k)}(\mathbf{r}_2, t_2, \mathbf{r}_1, t_1) = \sum_i \phi^{(k_i)}(\mathbf{r}_2, t_2) \phi^{(k_i)*}(\mathbf{r}_1, t_1) = \sum_i A_{k_i}(\mathbf{r}_2, t_2) A_{k_i}(\mathbf{r}_1, t_1) e^{\frac{i}{\hbar}(\alpha_{k_i}(t_2, t_2) - \alpha_{k_i}(t_1, t_1))}.$$

Treba istaći da kvantna dekoherencija verovatno igra fundamentalnu ulogu u biološkim kvantno-holografskim neuronskim mrežama, kroz prikazanu adaptaciju oblika prikazane energetske hiperpovrši (za razliku od nisko-temperaturnih veštačkih kvantnih kubitnih računara gde se mora po svaku cenu izbegavati do krajnjeg akta očitavanja kvantnog računanja, kako je to opisano u Dod. D.1.21) – što nagoveštava da je Priroda izabrala elegantno sobno-temperatursko rešenje za biološko kvantno-holografsko procesiranje informacija, stalno fluktuirajuće između kvantno-koherenntnog stanja

$$|\phi^k(t)\rangle_{S_k} = \sum_i c_{k_i}(t) |\phi^{k_i}\rangle_{S_k} \text{ i klasično-redukovani stanja } \hat{\rho}_{S_k}^k(t) = \sum_i |c_{k_i}(t)|^2 |\phi^{k_i}\rangle_{S_k} \langle \phi^{k_i}|$$

biološkog makroskopskog otvorenog kvantnog sistema S_k kroz nestacionarne interakcije sa vantelesnim daljim okruženjem i kroz dekoherenciju telesnim bližim okruženjem (v. Dod. D.1.20 i D.1.22). Ovo bi se moglo odnositi na niži hijerarhijski kvantno-holografski makroskopski otvoreni kvantni ćelijski enzimsko-genomski nivo (v. Od. 1.7), koji funkcioniše na nivou neprekidnog kvantno-konformacionog kvantno-holografski sličnog molekularnog prepoznavanja, ali i na viši hijerarhijski nivo kvantno-holografskog makroskopskog otvorenog kvantnog akupunktturnog sistema/svesti (v. i Od. 6.3) – pa bi tako kvantna neuronska holografija kombinovana sa kvantnom dekoherencijom mogla biti veoma značajan element povratno-spregnute bioinformaticke, od nivoa ćelije do nivoa organizma; gornji prikaz bi se mogao generalizovati i na najviši hijerarhijski nivo kvantno-holografske kolektivne svesti, sa religijsko/društvenim implikacijama o neophodnosti transpersonalnog spiritualnog kvantno-holografskog brisanja svih nepoželjnih bočnih memorijskih atraktora (koji bi inače vremenom doveli do razvoja psihosomatskih bolesti ili međuljudskih sukoba u ovoj i/ili narednim generacijama kojima se transpersonalno i nesvesno prenose ova memorijска opterećenja na nivou kolektivne svesti).

Naime, u religijsko/kreativnim *izmenjenim i prelaznim stanjima svesti*, nestacionarni kvantno-koherentni direktni modus može se *transformisati u stacionarni klasično-redukovani indirektni modus*, u slučaju jake vantelesne interakcije svest-okruženje, sa klasično-redukovanim vantelesnim **ekstrasenzornim opserviranjem** *mentalno adresiranog okruženja*, koje prevodi vantelesno dislocirani deo individualne svesti iz gore opisanog nestacionarnog kvantno-koherentnog stanja kvantno-holografske Hopfieldove neuronske mreže u stacionarno klasično-redukovano stanje klasične Hopfieldove neuronske mreže. Po prestanku ove interakcije, sa povratkom vantelesno dislociranog dela individualne svesti u kvantno-gravitacionom mentalno kanalisanom tuneliranju dislociranog dela individualne svesti na sopstveno telo, ova informacija se dalje prepisuje kroz (MT/UNF) EM interakciju akupunktturni sistem/nervni sistem i potom jezički/umetnički/naučno filtrira moždanim hijerarhijskim neuronskim ERTAS-sistemom. Pri tome se odigrava prateće neuronsko-oscilatorno (Elias & Grosberg, 1975) moždano-talasno "frekventno podizanje" misli od niže-frekventne UNF (δ, θ) nesvesne forme subliminalne misli do više-frekventne UNF (α, β, γ) svesne forme, ukazujući na sam mehanizam **mišljenja** (Raković, 1997) – blisko povezan sa mehanizmom frontolimbičkog pojačanja pragmatičkog jezičkog procesiranja (Pribram, 1971), koji se dominantno odigrava na nesvesnom nivou.

To je od značaja i za razumevanje *osvećivanja transpersonalno dobijenih informacija* – istovremeno doprinoseći i poboljšanju i razvoju novih **psiholingvističkih tehnika** kontekstualnog učenja generalno, povezanog sa *nesvesnim procesiranjem informacija i memorisanjem*. Naime, ERTAS-slični mehanizam pragmatičnog procesiranja, u kombinaciji sa porastom dominantne EEG frekvencije od δ do β moždanih talasa tokom ontogeneze (v. Od. 5.2.5), implicira da se *maternji jezik* generalno memoriše na niže-frekventnim δ i θ nivoima (koji su kasnije nesvesni kod odraslih), nasuprot *drugom i narednim jezicima* kod bi-lingvala i multi-lingvala koji se memorišu na više-frekventnim α , β i γ nivoima (koji su kasnije svesni kod odraslih). Ovo onda implicira da se drugi i naredni jezici teško inkorporiraju na nesvesnim (automatskim) nivoima, sa izuzetkom jedino kontekstualnog učenja koje dozvoljava nesvesno procesiranje konteksta – ukazujući na razlike u *učenju jezika* kod odraslih i male dece, kao i u školi (svesno/gramatičko *nekontekstualno*) i u svakodnevnom okruženju (nesvesno/negramatičko *kontekstualno*) (Raković, 1997).

Treba istaći da (MT/UNF) EM **interakcija akupunktturni sistem/nervni sistem** ima svoj **pragovni potencijal** nervnih elektrohemijskih sinapsi (za razliku od *bespragovnog potencijala* akupunktturnih električnih GJ-sinapsi, što čini telesni akupunktturni sistem ekstremno osetljivim *kvantnim senzorom* koji može rezonantno "detektovati" i ultraslabu EM polja (Adej, 1980)³⁹ – pa zato **filtrira** sve ovako

³⁹ Na ekstremnoj osetljivosti akupunktturnog sistema na ultraslabu EM polja, verovatno su i bazirani radiestezisko-dijagnostički, štetno-geopatogeni, ili kvantno-terapeutski efekti (Janjić, 2005).

ekstrasenzorno dobijene informacije *ispod nervnog pragovnog potencijala*, sprečavajući ih da se dodatno jezički/umetnički/naučno artikulišu moždanim hijerarhijskim neuronskim ERTAS sistemom. Time se omogućuje dalja obrada samo onim informacijama koje su dovoljno "emocionalno obojene", odnosno imaju potrebnu kritičnu dubinu MT/UNF EM akupunktturnih memorijskih atraktora (v. Sl. 5.22), ili imaju *snažniji opšti akupunktturni energetski potencijal* (urođeno ili stečeno kroz različite tradicionalne tehnike stimulacije, dubokog disanja, relaksacije, meditacije, molitve).

Za razliku od toga, obrnuta **interakcija nervni sistem/akupunktturni sistem**, kojom se jezički/umetnički/naučno artikulisana moždana informacija potom prepisuje u svesni sadržaj akupunkturne mreže individualne svesti (posredstvom UNF EM polja moždanih neuronskih aktivnosti na svakih ~ 0,1 s generišući tako normalni "tok svesti" i UNF-modulišući akupunkturne MT-memorijiske atraktore) – odvija se **bez pragovnog ograničenja**. U istom kontekstu, u čulno/racionalno posredovanim *normalnim stanjima svesti*, klasično-redukovani indirektni modus može se *transformisati u kvantno-koherentni direktni modus individualne svesti* posle UNF EM prepisivanja moždano artikulisane informacije u svesni sadržaj tokom interakcije nervni sistem/akupunktturni sistem, u slučaju kratkotrajnih *nestacionarnih pobuđenja akupunktturnog sistema* u interakcijama sa jako promenjenim okruženjem (tipa MRT ili druge vrste akupunkturne stimulacije, inhalacije aerojona dubokim jogom disanjem i njihovom preraspodelom po akupunktturnom sistemu, različitih meditativnih i drugih psihomističnih tehnika relaksacije, stresogenih situacija, prelaznih i izmenjenih stanja svesti). Ona prevode akupunktturni sistem iz stacionarnog klasično-redukovano stanja klasične Hopfieldove neuronske mreže u nestacionarno kvantno-koherentno stanje kvantno-holografske Hopfieldove neuronske mreže, koje potom ponovo kolapsira u naredno stacionarno klasično-redukovano stanje.

Ovo može biti model i za čulno/racionalno indukovane jake *intencionalne* klasično/kvantno/klasične stacionarno/nestacionarno/stacionarne povratne hijerarhijske (inter)akcije nervni/akupunktturni/nervni sistem, kojima se adekvatno adaptira *oblik više-elektronske hiperpovrši* $E_{s_k}(\phi_e^{(k)})$ *otvorenog akupunktturnog sistema/individualne svesti* S_k (v. Sl. 5.22) – odnosno model za **slobodnu volju**, sa *najvećim prostorom* za adaptaciju/slobodnu volju kroz **molitvu za druge** uz trajno transpersonalno uklanjanje konfliktnih memorijskih atraktorskih stanja individualnih i kolektivne svesti.

5.4.3 Implikacije za modeliranje psihosomatsko-kognitivnih funkcija

Biofizički kvantno-holografski/kvantno-relativistički model svesti, opisan u prethodna dva odeljka, mogao bi imati velikog uticaja na razumevanje mnogih *psihosomatsko-kognitivnih funkcija*, ukoliko budući eksperimentalni testovi potvrde teorijska predviđanja modela, odnosno jedinu hipotezu – o prirodi svesti!

Individualna svest je, saglasno modelu, suptilna *akupunkturna makroskopska kvantno-holografska neuronska mreža* u formi *EM komponente* MT/UNF-modulisanih jonskih struja (lokalizovanih u *nehomogenoj jonskoj strukturi*), u koji se neprekidno mehanizmom EM indukcije kodiraju nadpragovne UNF informacije iz moždanih neuronskih mreža, odnosno bespragovne ekstrasenzorne širokopojasne informacije iz kvantnog okruženja! **Kolektivna svest** je, saglasno modelu, suptilna *kosmička makroskopska kvantno-holografska neuronska mreža* vezana za jedinstveno fizičko polje Univerzuma.

Slobodna volja je, saglasno modelu, čulno/racionalno posredovana jaka intencionalna klasično/kvantno/klasična povratna hijerarhijska (inter)akcija nervni/akupunktturni/nervni sistem, kojom se adekvatno adaptira *oblik više-elektronske hiperpovrši energija-stanje otvorenog akupunktturnog sistema/individualne svesti* – sa *najvećim prostorom* za adaptaciju/slobodnu volju kroz **molitvu za druge** uz trajno transpersonalno uklanjanje konfliktnih memorijskih atraktorskih stanja individualnih i kolektivne svesti.

Izmenjena stanja svesti (REM faza sna, hipnoza, meditacija, opijenost halucinogenim drogama, neka psihopatološka stanja, klinička smrt, ...) posledica su *odvajanja dela jonsko/EM makroskopskog kvantnog akupunktturnog sistema* izvan granica tela (kada je $\varepsilon_r \approx 1$) – kada je, saglasno modelu, *biofizički ekstremno ubrzano kvantno-paralelno procesiranje informacija*, kada dolazi i do *relativističkog mešanja normalno svesnih i nesvesnih sadržaja* i kada je *relativistički ekstremno proširena subjektivna "vremenska baza"*. **Normalna stanja svesti** (budno stanje, non-REM faze sna, ...) ostvarena su kada *nema tog odvajanja* (kada se akupunkturne jonske struje prostiru isključivo kroz telesnu sredinu, sa $\varepsilon_r \gg 1$)!

Prelazna stanja svesti praćena su, saglasno modelu, "*projekcijama svesti*", odnosno *tuneliranjem dislociranog dela akupunkturne jonsko/EM makroskopske kvantne neuronske mreže* kroz Ajnštajn-Rozeneve mostove (*prostorno-vremenske "wormhole" tunele*), koji mogu povezivati i veoma udaljene prostorno-vremenske događaje! Tada svest (kao i u prethodnom pasusu) ima ulogu *aktivnog kvantnog displeja*, sa ekstrasenzornim informacijama koje nisu posledica aktivnosti moždane neuronske mreže: uloge ovih mreža su izmenjene!

Dislocirana jonsko/EM akupunkturna struktura ima, saglasno modelu, formu *blagojonizovane gasovite EM MT/UNF-modulisane makroskopske kvantne neuronske mreže*, koja igra ulogu *kvantnog senzora u izmenjenim stanjima svesti*, sa percepcijom okoline u širokom frekventnom dijapazonu. Jasno je da je takva kvantna **percepcija ekstrasenzorna** (vančulna)!

Sanjanje i slična halucinantna stanja su karakteristika vantelesnih *izmenjenih stanja svesti*, sa ulogom *integracije normalno svesnih i nesvesnih nivoa ličnosti* oko jednog asocijativnog jezgra odnosno "ego-stanja", što dovodi do *rasta ličnosti* i do *ublažavanja emocionalnih konflikata*! **Meditacija**, kao *prolongirano izmenjeno stanje*

svesti, omogućava *efikasnije integrisanje ličnosti*, ali je neizbežno praćena *raspadom 2-satnog ultradijalnog ritma!*

Kreativnost je, saglasno modelu, posledica intenzivne koncentracije na neki problem uoči *prelaznih stanja svesti*, kada dolazi do "projektovanja individualne svesti" na (asocijativno povezani) *odgovor na problem unutar kvantno-holografske memorije/propagatora kolektivne svesti*, uz pojačanje odgovora pri povratku u normalno budno stanje! Jedan od načina za kontrolu kreativnih procesa je *vizuelizacija problema* u budnom *meditativnom* izmenjenom stanju svesti, dok je jednostavnije koristiti u ove svrhe *prelazni period budnost-spavanje*, mada je glavni problem dekodiranje odgovora u formi pojačanog asocijativno-simboličnog sna!

Memorisanje informacija u mozgu je, saglasno modelu, i *ultra-niskofrekventno* (niže-frekventno δ, θ -nesvesno i više-frekventno α, β, γ -svesno), a ne samo kroz Hebovu prostornu raspodelu električnih potencijala u mozgu! Osim toga, postoji i *psihosomatsko prostorno memorisanje* u formi *kvantno-holografskih atraktora akupunkturne mreže* (kao osnove holističkih psihosomatskih poremećaja), uz EM UNF interakcije i sa hijerarhijskim neuronskim moždanim ERTAS mrežama.

Učenje se, saglasno modelu, odigrava i u *nelinearnim kvantno-holografskim akupunkturnim mrežama* (kroz generalizaciju), uz *distribuciju* generalisanih informacija *posredstvom EM interakcija* akupunkturne mreže sa hijerarhijskim neuronskim moždanim ERTAS mrežama. Osim toga, *nelokalna distribucija* (lokalno naučenih) informacija u hijerarhijskim neuronskim moždanim ERTAS mrežama odigrava se *posredstvom UNF moždanih talasa* (pre habituacije).

Mišljenje je, saglasno modelu, povezano i sa izmenjenim stanjima svesti (sa *intenzivnim asocijativnim mešanjem* normalno svesnih i nesvesnih memorijskih sadržaja vezanih za dati problem, što može doprineti njegovom bržem rešavanju) i sa prelaznim stanjima svesti (sa anticipativnim *kreativnim uvidima* sa nivoa kolektivne svesti), pri čemu je posebno značajno *osvećivanje* obrađivanih ili dobijenih misli kroz njihovo "frekventno podizanje" pod uticajem ERTAS-pojačanja od niže-frekventne δ, θ -nesvesne forme subliminarne misli do višefrekventne α, β, γ -svesne forme – što može pružiti fundamentalnu informaciju o *vezi svesti i mišljenja*.

Jezik se, saglasno modelu, uči na UNF niže-frekventnom δ, θ -nesvesnom nivou u slučaju *učenja maternjeg jezika i kontekstualnog učenja stranog jezika*, odnosno na više-frekventnom α, β, γ -svesnom nivou u slučaju *školsko-gramatičkog učenja stranog jezika*. Osim toga, kvantno-holografska fraktalna sprega različitim hijerarhijskim nivoima u organizmu, ukazuje na *jedinstvenost kvantno-holografskog koda genoma, akupunkturnog sistema, svesti i jezika*.

Emocije su, saglasno modelu, *povezane sa produbljenim kvantno-holografskim atraktorima akupunkturnog sistema*, uz EM interakcije sa hijerarhijskim neuronskim moždanim

ERTAS mrežama. Ovo ima *višestruke holističke psihoterapijske implikacije* vezane za sanjanje i meditaciju, autogeni trening, dubinske psihoterapeutske tehnike, meridijanske (psiho)energetske terapije i transpersonalne hrišćansko religijske tehnike molitve.

Interakcije organizma i okoline (dugodometne i kratkodometne, v. Gl. 6) jesu *značajna implikacija modela*. "Projekcije svesti" u prelaznim stanjima verovatno su osnova i različitih *mističnih iskustava*: religioznih i paranormalnih (vidovitost, pre-kognicija, retrognicija...). Jedno od neobičnih mističnih iskustava je *stanje "ispražnjene" individualne svesti*, kada se ostvaruje direktna *kvantno-holografska sprega* sa *kosmičkom kolektivnom svešću!*

5.5 MODELIRANJE KOGNITIVNIH I PSIHOSOMATSIH FUNKCIJA: PREGLED

U Tabeli 5.1 dat je komparativni prikaz mogućnosti *modeliranja kognitivnih i psihosomatskih funkcija*, kombinovanim korišćenjem hijerarhijskih moždanih i telesnih akupunkturnih neuronskih mreža.

Uočljivo je da neki biokibernetički modeli moždanih hijerarhijskih neuronskih mreža opisani u Od. 5.3 (*samoorganizujuće mapirajuće* neuronske mreže, *asocijativne* ili *atraktorske* neuronske mreže, i klasične i neuro-*kvantne sinergetske* neuronske mreže), pokazuju ohrabrujući napredak u pogledu modeliranja kognitivnih funkcija – što i nije iznenađenje imajući u vidu da se procesiranje informacija na nivou centralnog nervnog sistema odigrava posredstvom hijerarhijski organizovanih i povezanih neuronskih mreža.

Ipak, za modeliranje većine psihosomatskih i kognitivnih funkcija neophodne su i suptilne biofizičke kvantno-holografske MT Hopfieldove telesne akupunkturne neuronske mreže (modulisane UNF poljima moždanih talasa) kombinovane sa kvantnom teorijom dekoherencije, kako je to pokazano u Od. 5.4.

TABELA 5.1 *Uporedni prikaz mogućnosti modeliranja kognitivnih i psihosomatskih funkcija kombinovanim korišćenjem klasičnih i neuro-kvantnih hijerarhijskih moždanih neuronskih mreža, s jedne strane, i kvantno-holografskih mikrotalasnih (MT) Hopfieldovih telesnih hijerarhijskih akupunktturnih neuronskih mreža modulisanih ultraniskofrekventnim (UNF) elektromagnetnim (EM) poljima moždanih talasa, s druge strane.*

FUNKCIJA	KLASIČNE I NEURO-KVANTNE HIJERARHIJSKE MOŽDANE NEURONSKE MREŽE	KVANTNO-HOLOGRAFSKE MT HOPFIELDOVE AKUPUNKTURNE NEURONSKE MREŽE MODULISANE UNF POLJIMA
SVEST	<ul style="list-style-type: none"> •hijerarhijsko objedinjavanje po svim hijerarhijskim virtuelnim nivoima neuro-kvantnih sinergetskih mreža (neuronski, virtualni, subčelijski, kvantni) •hijerarhijski prošireni retikularno-talamički aktivirajući sistem ERTAS (amplitudna i frekventna modulacija) 	<ul style="list-style-type: none"> •biofizička kvantno-holografska priroda individualne svesti, vezana za MT/UNF-modulisano EM polje akupunktturnog sistema •biofizička kvantno-holografska priroda kolektivne svesti, vezana za jedinstveno fizičko polje •kvantno-koherentna prelazna i izmenjena stanja svesti (REM san, meditacija, hipnoza, halucinogena stanja, vantelesna iskustva kliničke smrti, ...) •klasično-redukovana normalna stanja svesti •slobodna volja kao čulno/racionalno posredovana jaka intencionalna klasično/kvantno/klasična povratna hijerarhijska (inter)akcija nervni/akupunktturni/nervni sistem, sa najvećim prostorom kroz molitvu za druge uz trajno transpersonalno uklanjanje konfliktnih memorijskih atraktorskih stanja
PERCEPCIJA	<ul style="list-style-type: none"> •indirektna (čulno-posredovana, selektovana i racionalno-filtrirana klasično-elektrohemijska) komunikacija hijerarhijskih moždanih neuronskih mreža sa bliskim okruženjem (slika, zvuk, miris, ukus, dodir) •samoorganizujuće mapiranje od senzornih ulaza ka unutrašnjim reprezentacijama, razvojem 2D senzornih mapa u primarnim strukturama moždane kore 	<ul style="list-style-type: none"> •direktna (ekstrasenzorna transpersonalna religijsko-kreativna kvantno-holografska) komunikacija akupunkturne mreže individualne svesti sa mentalno-adresiranom metom unutar kvantno-gravitacione mreže kolektivne svesti, u prelaznim i izmenjenim stanjima svesti – koja povratkom u normalno stanje svesti pod "pritiskom" telesnog makroskopskog okruženja "kolapsira" u jednu od kvantnih alternativa, time postajući klasična indirektno jezički/umetnički/naučno filtrirana informacija

TABELA 5.1 (nastavak)

KREATIVNOST	-	<ul style="list-style-type: none"> •anticipativna mentalno kontrolisana kvantno-holografska stanja, u prelaznim i izmenjenim stanjima svesti •intenzivno asocijativno sprezanje svesnih i nesvesnih sadržaja u izmenjenim stanjima svesti
MEMORISANJE	<ul style="list-style-type: none"> •kratkotrajno pamćenje u sistemu neurona (neuro-električno) •dugotrajno pamćenje u sistemu sinaptičkih veza (neuro-hemijsko) 	<ul style="list-style-type: none"> •UNF memorisanje za različite nižefrekventne (δ, θ) nesvesne nivoe i višefrekventne (α, β, γ) svesne nivoe •prostorno memorisanje u formi kvantno-holografskih atraktora akupunkturne mreže (kao osnove holističkih psihosomatskih poremećaja) - uz EM interakcije i sa hijerarhijskim neuronskim ERTAS mrežama
UČENJE	<ul style="list-style-type: none"> •samo-organizujuće mapiranje lokalizovanih kardinalnih neurona primarnih struktura moždane kore, uz interaktivno hijerarhijsko generisanje i konsolidovanje nelokalnih atraktorskih oblika u asocijativnim sekundarnim i tercijarnim strukturama moždane kore •moždanotalasna nelokalna distribucija informacija od primarnih prema sekundarnim i tercijarnim strukturama moždane kore, uz ERTAS selekciju i pojačanje do svesnog nivoa 	<ul style="list-style-type: none"> •nelinearne kvantno-holografske akupunkturne mreže (generalizacija), uz distribuciju generalisanih informacija posredstvom EM interakcija akupunkturne mreže sa hijerarhijskim neuronskim ERTAS mrežama •nelokalna distribucija (lokalno naučenih) informacija u hijerarhijskim neuronskim ERTAS mrežama posredstvom UNF moždanih talasa (pre habituacije)
MIŠLJENJE	<ul style="list-style-type: none"> •brzo promenljivi asocijativni lanci toka misli u hijerarhijskim sinergetskim mrežama sa asimetričnim generalisanim vezama •emocionalna i jezička modulacija informacije •procesiranje u asocijativnim sekundarnim i tercijarnim zonama, kao i u prefrontalnom području moždane kore 	<ul style="list-style-type: none"> •kreativni aspekti mišljenja u prelaznim i izmenjenim stanjima svesti •"frekventno podizanje" misli pod uticajem ERTAS-pojačanja od nižefrekventne UNF (δ, θ) nesvesne forme subliminarne misli do višefrekventne UNF (α, β, γ) svesne forme

TABELA 5.1 (nastavak)

JEZIK	<ul style="list-style-type: none"> • simbolizovani i verbalizovani asocijativni lanci toka misli, u formi nelokalnih atraktorskih oblika povezanih sa lokalizovanim kardinalnim celijama ili parametrima uređenja u centrima za govor • hijerarhijske primarne, sekundarne i tercijarne zone moždane kore, za semantičko/pragmatično/sintaktičku organizaciju 	<ul style="list-style-type: none"> • UNF niže-frekventno (δ, θ) nesvesno učenje maternjeg jezika i kontekstualno učenje stranog jezika, i više-frekventno (α, β, γ) svesno školsko-gramatičko učenje stranog jezika • jedinstvenost kvantno-holografskog koda genoma, akupunktturnog sistema/svesti i jezika
EMOCIJE	<ul style="list-style-type: none"> • amplitudna i frekventna ERTAS modulacija 	<ul style="list-style-type: none"> • produbljeni kvantno-holografski atraktori akupunktturnog sistema, uz EM interakcije sa hijerarhijskim neuronskim ERTAS mrežama • holističke psihoterapijske implikacije: <ul style="list-style-type: none"> <i>sanjanje i meditacija</i> (integracija svesnih i nesvesnih slojeva ličnosti); <i>autogeni trening</i> (podsvesno memorisanje autosugestivnih kontekstualnih anti-stres poruka); <i>dubinske psihoterapeutske tehnike</i> (prepoznavanje i osvećivanje nesvesnog konflikata, uz dalju integraciju ličnosti); <i>meridijanske (psiho)energetske terapije</i> ("rasplinjavanje" i asocijativna integracija memorijskih atraktora psihosomatskih poremećaja, kroz sukcesivno postavljanje novih graničnih uslova tapkanjem/dodirivanjem akupunktturnih tačaka pri vizualizacijama psihosomatskih problema); <i>transpersonalne hrišćansko-religijske tehnike molitve</i> (usmereno i istovremeno rasterećenje kvantno-holografskih akupunktturnih memorijskih atraktora osoba povezanih njihovim uzajamnim konfliktom, kroz spiritualno posredovanu isihastičku molitvu u prelaznim stanjima svesti moljoca, kao jedini način za trajno pročišćenje kolektivne svesti/"motora istorije" i menjanje preferencija za individualnu i kolektivnu budućnost)

TABELA 5.1 (nastavak)

TRANS-PERSONALNE INTERAKCIJE	-	<ul style="list-style-type: none"> • kratkodometne interakcije mehanizmom MT/UNF EM indukcije (neverbalna hipnoza i "bioenergetska" dijagnostika) i/ili transferom jona ("bioenergetska" iscelenja), uz potonju kvantno-holografsku akupunktorno-genomsку kontrolu ontogeneze i morfogeneze • dugodometne globalne UNF EM interakcije na kraju izmenjenih stanja svesti ("kolektivno nesvesno" bioloških vrsta) • dugodometno usmereno mentalno-adresirano kvantno-gravitaciono tuneliranje akupunktturnog sistema individue, u kratkotrajnim prelaznim stanjima svesti ("astralne projekcije" svesti na organske i neorganske "mete", bez prostorno-vremenskih ograničenja; "spiritualne" dijagnostike i iscelenja, uz potonju kvantno-holografsku akupunktorno-genomsку kontrolu ontogeneze i morfogeneze
------------------------------	---	--

5.6 ZADACI

5.1 Razmotriti Perušove glavne funkcionalne analogije matematičkih formalizama teorije asocijativnih neuronskih mreža i kvantne teorije, kao i njihov informacioni značaj.

Rešenje:

Proučavanja svesti u poslednje dve decenije predstavljala su važnu motivaciju za istraživanje paralela između kvantnih procesa i procesa u neuronskim mrežama, ukazujući na mnoge matematičke analogije između teorije asocijativnih neuronskih mreža i kvantne teorije (Peruš, 1996-2001; i tamošnje reference). Budući da simulacije neuronskih mreža rade dobro, mogu se potražiti slične efektivne mogućnosti obrade informacija koje liče na svesne na kvantnom nivou. U nastavku je dat Perušov širi pregled neuro-kvantnih analogija (za kraći pregled ovih analogija v. Dod. D.1.22).

1. Vektor neuronskog stanja ↔ Kvantna talasna funkcija

U teoriji neuronskih mreža stanje sistema neurona opisano je sa $q(\vec{r}, t)$, što označava aktivnost individualnog neurona (opisanog pomoću \vec{r}) u trenutku t ; *neuronski oblik* \vec{v} je posebna neuronska konfiguracija \vec{q} koja predstavlja informaciju od značaja. U kvantnoj teoriji stanje kvantnog sistema na lokaciji \vec{r} u trenutku t opisano je talasnom funkcijom $\Psi(\vec{r}, t)$. Obe funkcije predstavljaju vektor stanja koji opisuje paralelno distribuirane konfiguracije složenog sistema.

2. Neuronsko stanje kao superpozicija neuronskih oblika ↔ Kvantna talasna funkcija kao superpozicija kvantnih svojstvenih stanja

Neuronska konfiguracija \vec{q} može se opisati kao linearna kombinacija neuronskih oblika $\vec{v}_k (k=1,2,\dots,p)$, gde je p broj oblika koji su istovremeno predstavljeni u kombinaciji. Slično tome, talasna funkcija Ψ može se opisati kao linearna kombinacija svojstvenih talasnih funkcija ψ_k ('kvantni oblici'):

$$q(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^p c_k(t) v_k(\vec{r}); \quad (1)$$

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^p C_k(t) \psi_k(\vec{r}). \quad (2)$$

Neuronski oblici i svojstvene talasne funkcije mogu predstavljati neke objekte svesti na različitim nivoima.

3. Ortogonalnost ↔ normalnost

Ortogonalnost odnosno normalnost imaju dva skupa vektora, \vec{v}_k i ψ_k . Prva karakteristika obezbeduje prisećanje oblika bez greške, jer isključuje mešanje između oblika ili kvarenje oblika zbog toga. Dakle, mešanje između oblika mora biti sprečeno tokom prisećanja da bi izašao ispravan oblik. Mešanje mora da se eliminiše samo tokom prisećanja oblika, jer je u asocijativnim memorijama interferencija između oblika suštinska. Ako svojstvena stanja \vec{v}_k i ψ_k nisu potpuno ortogonalna odnosno normalna, prisećanje nije tako čisto, ali asocijacije između oblika mogu postati efektivnije.

3. Sinergetski parametri uređenja ↔ Kvantni koeficijenti verovatnoće

C_k su kvantni koeficijenti verovatnoće, a c_k su neuronski ili sinergetski parametri uređenja. U linearnoj kombinaciji svaki oblik je predstavljen odgovarajućim koeficijentima. Koeficijenti opisuju koliko je specifičnih oblika predstavljeno u

stvarnom stanju sistema, ili koliko je verovatno da će odgovarajući oblik biti prizvan (rekonstruisan, ili izdvojen iz superpozicije mnogo oblika). Vremenski zavisni koeficijenti kvantitativno kodiraju *značenje* oblika. Oni opisuju koliko jaku ulogu dati oblik ima u kontekstualnoj dinamici sistema.

$$c_k(t) = \langle \vec{q}_k, \vec{q} \rangle = \iint v_k(\vec{r})^* q(\vec{r}, t) d\vec{r} dt; \quad (3)$$

$$C_k(t) = \langle \psi_k, \Psi \rangle = \iint \psi_k(\vec{r})^* \Psi(\vec{r}, t) d\vec{r} dt. \quad (4)$$

Zvezdica označava operaciju kompleksne konjugacije. Ako su promenljive \vec{q}_k i ψ_k realne, možemo izostaviti zvezdicu. Matematički koeficijenti C_k i c_k opisuju projekcije (u smislu skalarnih proizvoda $\langle \cdot, \cdot \rangle$, na primer u Hilbertovom prostoru).

4. Prostorno-vremenska integracija neuronskih signala ↔ Fejnmanova verzija Šredingerove jednačine

Dinamička jednačina za jedan neuron uključuje prostorno-vremensku integraciju signala od svih drugih neurona koji su povezani sa tim nevronom. Neuroni su integrirani duž prostorno-vremenskih putanja, a ne odvojeno u prostoru i u vremenu. Dakle, stanje neurona na poziciji \vec{r}_2 i vremenu t_2 dato je sumacijom J -težinskih koeficijenata svih signala i cele istorije signala:

$$q(\vec{r}_2, t_2) = \iint J(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2) q(\vec{r}_1, t_1) d\vec{r}_1 dt_1. \quad (5)$$

gde je $J(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2)$ jačina individualne sinaptičke veze. J su transmisije realnih sinaptičkih veza između dva neurona (prostorno razdvojenih, ali realizovanih u istom trenutku) ili korelacija između stanja različitih neurona u različitim vremenima.

U nerelativističkoj kvantnoj mehanici dinamička jednačina je Šredingerova. Ovde je zapisana analogno neuronskoj jednačini (21) u Fejnmanovom obliku:

$$\Psi(\vec{r}_2, t_2) = \iint G(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2) \Psi(\vec{r}_1, t_1) d\vec{r}_1 dt_1. \quad (6)$$

$G(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2)$ je Grinova funkcija ili element kvantnog propagatora. Propagator G je matrica koja opisuje paralelno distribuirane transformacije celog sistema od početnog stanja $\Psi(\vec{r}_1, t_1)$ do krajnjeg stanja $\Psi(\vec{r}_2, t_2)$. To je u suštini vrsta Hajgensovog principa, gde se sistem transformiše u novo stanje izlaganjem brojnih unutrašnjih interakcija između njegovih konstitutivnih „kvantnih tačaka“ (neki matematički ’osnovni elementi’ sistema). Transformacije (5) ili (6) su *asocijacije*. Jedan oblik (koncept, ideja) je transformisan u drugi oblik (koncept, ideju) kolektivnom informacionom interakcijom ulaznih podataka (kodiranih u vektoru stanja Ψ) sa podacima iz memorije (kodiranih u sistemu veza ili interakcija opisanih Grinovom matricom G).

5. Memorija u autokorelacijama: Sinaptičke Hebove jačine ↔ Grinove funkcije

Jezgra dinamičkih jednačina (5) i (6) data su kao suma *autokorelacionih* funkcija. Brzina transmisije individualne sinaptičke veze J određena je Hebovim pravilom učenja kao suma autokorelacija između dva neurona koji učestvuju u različitim oblicima \vec{v}_k :

$$J(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2) = \sum_{k=1}^p q_k(\vec{r}_1, t_1) q_k(\vec{r}_2, t_2) \quad \text{ili} \quad J(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{k=1}^p q_k(\vec{r}_1) q_k(\vec{r}_2). \quad (7)$$

Slično, *Grinova funkcija* je data kao suma autokorelacija individualnih kvantnih svojstvenih stanja ψ_k :

$$G(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2) = \sum_{k=1}^p \psi_k(\vec{r}_1, t_1)^* \psi_k(\vec{r}_2, t_2) \quad \text{ili} \quad G(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{k=1}^p \psi_k(\vec{r}_1)^* \psi_k(\vec{r}_2). \quad (8)$$

6. Adaptivna memorija u kroskorelacijama: Sinaptičke generalisane Hebove jačine ili delta pravilo ↔ Matrice gustina

Jezgra dinamičkih jednačina (5) i (6) mogu biti napisana i kao suma kroskorelacionih funkcija. U posebnom slučaju mogu biti napisana kao kroskorelaceone funkcije oblika i razlike između dva oblika. U teoriji neuronskih mreža obično se koristi kroskorelacija *novog oblika* \vec{q}_d sa *razlikom ovog oblika i željenog ili prosečnog oblika* \vec{q}_l (ili $\vec{\bar{q}}$), gde \vec{q}_l (ili $\vec{\bar{q}}$) predstavlja staro znanje. Pravilo koje je slično Hebovom pravilu učenja, koje je zasnovano na kroskorelaciiji (novog) oblika \vec{q}_d i razlike $\vec{q}_d - \vec{q}_l$, naziva se delta pravilo učenja. Koristi se za izdvajanje novih informacija: nova informacija koja se ne nalazi u starom neuronskom obliku \vec{q}_l ekstrahuje se i smešta kao nova. Mreža se konačno prilagodila, tj. optimalno kondenzovala i kombinovala komponente nove informacije ($\vec{q}_d - \vec{q}_l$) sa celokupnim znanjem koje je prikupljeno dosad. Generalisano Heovo pravilo učenja koje koristi kros-korelaciju oblika dato je sa:

$$J(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \sum_{k=1}^p \sum_{h=1}^p \lambda_{kh} q_k(\vec{r}_1, t) q_h(\vec{r}_2, t) \quad \text{ili} \quad J(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{k=1}^p \sum_{h=1}^p \lambda_{kh} q_k(\vec{r}_1) q_h(\vec{r}_2) \quad (9)$$

Ovo pravilo učenja radi takođe ako je \vec{q}_h razlika oblika $\vec{q}_d - \vec{q}_l$.

Navedimo predstavljene verzije Hebovih korelacija još jednom. U prethodnom slučaju (t. 6) jačine individualnih sinaptičkih veza bile su određene sumom autokorelacija (Heovo pravilo) oblika tj. korelacije aktivnosti povezanih neurona koje

imaju ulogu u istom obliku. U ovom slučaju (t. 7) sinaptičke jačine date su sumom kroskorelacija (generalisano Heovo pravilo) oblika, tj. korelacije aktivnosti neurona koje imaju ulogu u *različitim* oblicima. Ako je jedan od ovih oblika oblik razlike (razlika između prvog oblika i reference prosečnog oblika) tada se ovo generalisano Heovo pravilo naziva delta pravilo. U prvom slučaju (t. 6) sinapsa predstavlja korelaciju neurona koji konstituišu isti oblik, pa govorimo o auto-korelacionom obliku, tj. korelaciji delova istog oblika. U drugom slučaju (t. 7) sinapsa predstavlja korelaciju neurona koji konstituišu dva različita oblika, pa govorimo o kroskorelaciji ili o korelaciji između delova dva različita oblika.

Slično trenutnom slučaju (t. 7) neuronskoj kroskorelacji u jednačini (9), *matrica gustine* ρ je data kao suma kroskorelacija individualnih kvantnih svojstvenih stanja ψ_k i ψ_h :

$$\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{k=1}^p \sum_{h=1}^p \rho_{kh} \psi_k^*(\vec{r}_1) \psi_h(\vec{r}_2). \quad (10)$$

Poredeći jednačine (9) i (10) i znajući da generalisano Heovo pravilo za J realizuje efikasno asocijativnu memoriju, može se zaključiti kakve sposobnosti ima kvantna matrica gustine verovatnoće ili kvantni statistički operator, ρ , za obradu informacija. Treba zabeležiti i to da tzv. dijagonalni delovi matrice gustine $\rho(r, \vec{r}) = \sum_{k=1}^p \rho_{kk} |\psi_k(\vec{r})|^2$ daju superpoziciju realnih vrednosti i samim tim merljivih kvantnih gustina verovatnoće sa ρ_{kk} .

Interakcionala šema t. 6 realizuje autoasocijaciju: kompletira neuronski oblik \vec{q}_h ili kvantni oblik ψ_k od parcijalnih informacija. S druge strane, interakcionala mreža t. 7 realizuje hetero-asocijaciju: asocijativna forma jednog oblika \vec{q}_h (ili ψ_k) u drugi oblik \vec{q}_h (ili ψ_h).

7. Rekonstrukcija neuronskih oblika ↔ Kolaps talasne funkcije

Najvažnija neuro-kvantna analogija je sledeća. Rekonstrukcija oblika u neuronskoj mreži

$$q(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^p c_k(t) q_k(\vec{r}) \Rightarrow q(\vec{r}, t_0) = q_{k_0}(\vec{r}) \quad (11)$$

vrlo je slična 'kolapsu talasne funkcije' u kvantnim sistemima

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^p C_k(t) \psi_k(\vec{r}) \Rightarrow \Psi(\vec{r}, t_0) = \psi_{k_0}(\vec{r}). \quad (12)$$

Ovo je vrlo važna karakteristika kognitivnih procesa. Procesi (11) i (12) rezultat su uticaja iz okoline sistema. Okolina bira one neuronske/kvantne oblike koji su najsličniji (ili su povezani) sa stanjem okoline.

Rekonstrukcija neuronskih oblika i kolaps talasne funkcije rezultat su tranzicije od *implicitnog poretku* (Bomovi uslovi za latentnu, implicitnu, neaktivnu, potencijalnu ne-Šenonovu informaciju) do *eksplicitnog poretku* (manifestovanu, aktivnu, realizovanu Šenonovu informaciju). Implicitni poredak predstavlja kombinaciju vrlo mnogo mogućih stanja procesa (leva stana jednačine (11) i (12)). To je analogno skupu tzv. 'paralelnih prostrora' opšte talasne funkcije kakva se propisuje u 'many-world' interpretaciji kvantne mehanike. Eksplisitni poredak, s druge strane, predstavlja stanje ili proces koji je u trenutku fizički aktuelizovan (desna strana jednačine u (11) i (12)). To je 'izabrano' iz skupa potencijalnih (implicitnih) stanja, ili je rezultat njihovog optimalnog 'kompromisa'. 'Biranje' može biti 'akt svesti' koji uzima neke informacije iz memorije/podsvesti (implicitni poredak), i čini ih eksplisitnim i manifestno svesnim.

8. Kvantna dualnost ↔ Neuronska dualnost

Interesantna neuronska analogija Hajzenbergovog principa neodređenosti predstavljena je *nemogućnošću istovremenog određivanja oblika u sistemu neurona* \vec{q} i *oblika u sistemu interakcija ili veza* J . Nije moguće istovremeno učiniti oblik eksplisitnim i u sistemu neurona i u sistemu veza. Samo jedan oblik, koji je u trenutku realizovan u sistemu neurona, načinjen je eksplisitnim. Svi ostali su predstavljeni samo implicitno u sistemu interakcija, tj. u brzini uparivanja. Spoznaju prati slična situacija: možemo biti svesni samo jednog oblika koji je ekstrahovan iz memorije. Ostali memorijski oblici ostaju nesvesni i implicitni.

Takozvana *koordinatna reprezentacija* (x) u kvantnoj teoriji može biti aproksimirana sistemom neurona \vec{q} . Takozvana *impulsna reprezentacija* (p) može biti povezana sa sistemom interakcija J koji reguliše sve transformacije stanja mreže. Kvantna dualnost (čestice/talas ili čestice/interakcija odnosno fermioni/bozoni) ima duplikat u neuronskoj dualnosti (neuroni/sinaptičke veze ili neuroni/interakcija).

Ponekad se uočava da mreža gde su neuroni i sinapse zamenjeni ima slično ponašanje kao originalna. Uopšteno, postoji simetrija neurona i sinapsi (ili interakcija) koja predstavlja invarijantnost promene neurona-sinapsi. Ona takođe ističe analogiju ove kolektivne dinamike sa procesima tokom kvantnih merenja. Ne može se istovremeno ekstrahovati informacija i u sistemu neurona i u sistemu sinaptičkih veza – ne u oba sistema. Ovo je neuronska verzija slučaja neodređenosti. Mora se napraviti 'kolaps' sa izlaznom informacijom predstavljenom *bilo* u sistemu neurona *bilo* u sistemu sinapsi. Bez 'kolapsa' ono što se odigrava između neurona i veza uvek je nedeljivi holistički proces.

Kao u klasičnoj dinamici, za integrabilne sisteme, postoji kompletna ekvivalencija između Šredingerove jednačine za Ψ i Liuvilove jednačine za ρ . Obe vrste opisa komplementarne su na kvantnom kao i na klasičnom (npr. neuronskom) nivou.

9. Kvantni princip neodređenosti ↔ Neuronski wavelet-princip neodređenosti

Postoje i više formalizovane analogije relacija neodređenosti. U neuronskim mrežama i u ranim teorijama viđenja uočen je princip neodređenosti sličan Hajzenbergovom principu neodređenosti. Gabor je dokazao da je Hajzenbergov princip neodređenosti poseban slučaj njegovog uopštenog frekvencija/vreme principa neodređenosti $\Delta f \Delta t \geq 1$. Greška u merenju frekvencije Δf obrnuto je srazmerna grešci merenja vremena Δt . Množeći obe strane Gaborove nejednakosti Plankovom konstantom h i znajući da je $E = hf$, dobija se dobro poznata Hajzenbergova verzija: $\Delta E \Delta t \geq 1$. *Gaborov princip neodređenosti* $\Delta f \Delta t \geq 1$ primenljiv je kad god se radi na istovremenom merenju posmatrane vrednosti i njene Furijeove transformacije. Prethodno pomenuti x/p_x i E/t Furijeovi parovi ili parovi neodređenosti konjugovanih promenljivih slični su f/t paru Gaborove informacione teorije i x/u_x paru Dogmanove teorije viđenja (1985). U Dogmanovoj teoriji prostorna frekvencija u_x određuje wavelet-lokaciju u frekvencijskom domenu, a x određuje lokaciju u običnom prostornom domenu. Psihološki je potvrđeno da su Gaborova i Dogmanova teorija primenljive za predstavljanje prostorno-vremenske slike i informaciono filtriranje u vizuelnom korteksu. Ovo je makroskopski pristup koji liči na teoriju polja kao kontrast uobičajenom modelu neuronskih mreža.

Gaborova nejednakost menja se u jednakost $\Delta f \Delta t = 1$ (minimum neodređenosti) ako su *neuronski wavelet-i* modelovani složenim oscilatornim funkcijama sa Gausovim envelopama. Ovo su *Gaborove funkcije* ψ_{jk} , koje sadrže osnovne informacione celije predstavljene u prostornim frekvencijskim oblastima:

$$\psi_{jk} = \exp\left(-\frac{\pi(t - j\Delta t)^2}{\alpha^2}\right) \exp(2\pi i k \Delta(t - j\Delta t)). \quad (13)$$

One su slične *kvantnim koherentnim stanjima talasnih paketa*. Proizvoljna funkcija Ψ može biti predstavljena preko elementarnih Gaborovih funkcija ψ_{jk} u formi linearne superpozicije $\Psi = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{jk} \psi_{jk}$, gde su $C_{jk} = \langle \Psi, \psi_{jk} \rangle / \|\psi_{jk}\|$ (ako su wavelet-i ortogonalni) analogni razvoju stanja neuronske mreže (2) sa koeficijentima (4). Gaborovi wavelet-i u opštem slučaju nisu ortogonalni.

Dogman je predstavio psihofizičke analogije Gaborovog principa neodređenosti za dve dimenzije: $\Delta x \Delta u_x \geq 1/4\pi$ i $\Delta y \Delta u_y \geq 1/4\pi$, što daje zajedno $\Delta x \Delta y \Delta u_x \Delta u_y \geq 1/16\pi^2$, uz moguću prirodnu generelizaciju na 3 dimenzije: $\Delta x \Delta u_x \geq 1/4\pi$, $\Delta t \Delta f \geq 1/4\pi$,

$\Delta y \Delta u_y \geq 1/4\pi$, što zajedno daje $\Delta x \Delta y \Delta t \Delta u_x \Delta u_y \Delta f \geq 1/64\pi^3$. Dakle, u 3-dimenzionom slučaju svaka informaciona ćelija, koja predstavlja 'kvant informacije', jeste 6-dimenziona hiperkocka ($\Delta x, \Delta y, \Delta t, \Delta u_x, \Delta u_y, \Delta f$) lokalizovana u prostornoj oblasti $\Delta x \Delta y$ i u vremenskom intervalu Δt , podešena na prostorne opsege frekvencija širine Δu_x i Δu_y kao i na (vremenski) frekvencijski opseg širine Δf .

Ovaj pregled relacija neodređenosti teorije obrade u vizuelnom kontekstu pokazuje da su relacije neodređenosti u opštem slučaju, uključujući Hajzenbergovu kvantno-mehaničku verziju, povezane sa informatikom paralelno distribuiranih složenih sistema uopšte, čak i sa klasičnim kao što su asocijativne neuronske mreže. Relacije neodređenosti rezultat su *observacione perturbacije* kvantnih sistema, ali mogu se pojaviti i u slučaju klasičnih (neuronskih) složenih sistema. Prema Bomu (1954) ako počnemo da razmišljamo o svojim mislima onda ih menjamo samim činom posmatranja, što je neodređenost samorefleksije svesti koju je Bom povezao sa kvantnom neodređenošću.

10. Wavelet-mešanje u kvantnim hologramima ↔ Generalisano Hebovo pravilo u neuronskim mrežama

U neuronskim mrežama memorija se sastoji od *autokorelacija oblika*. U kvantnoj mehanici *fazna razlika između različitih delova talasne funkcije može imati sličnu ulogu*. One kontrolišu vremensku evoluciju verovatnoće raspodele uključujući interferenciju doprinosa različitih stacionarnih svojstvenih talasnih funkcija. U kvantnoj neuroholografiji postoji interferencija oblika koherentnih neuronskih wavelet-a. Ovde *fazni pomeraj* φ označava stepen korelacije između komponenti koherentnih wavelet-a. S druge strane, njihova amplituda kodira značaj sinhronizovanih wavelet komponenti. Zaista, *mešanje wavelet-a* $\psi_k(t)dt \otimes \psi_h(t')dt'$, prostorno vremenskih *kroskorelacionih funkcija* $\int e^{2\pi i \varphi t} \psi_k(t + \Delta t) \psi_h(t) dt$ ⁴⁰ ili *konvolucija*, itd. primeri su *bilinearnih oblika* sličnih *generalisanom Hebovom pravilu* koje se koristi u neuronskim mrežama. Dakle, kvantna holografija i teorija asocijativnih neuronskih mreža imaju značajne matematičke analogije koje su posledica slične kolektivne dinamike u oba kompleksna sistema.

U generalisanoj teoriji neuronskih mrež postoje 'matrice (sinaptičkih) veza' koje kodiraju korelacije dva neuronska oblika. S druge strane, u holografiji postoje hologrami koji kodiraju korelacije dva kvantno optička signala, tj. njihovu interferenciju. U obe teorije koristi se slična matematika za slične obrade informacija, dokle god se mogu zanemariti detalji u strukturi osnovnih elemenata mreže.

Elementi sistema su, naravno, ponovo različiti. Ovo unosi razliku između kvantne holografije i asocijativnih neuronskih mreža, ali izgleda da mozak realizuje obradu koja

⁴⁰ v označava fiksirani spektralni parametar

liči na kvantno-holografsku i neuronsku mrežu. Umesto razlika u 'anatomskim' detaljima, može se govoriti o *sinergetskim procesima koji liče na fraktalne na više nivoa u mozgu*. Ovo je uslovljeno sličnom 'sociologijom' u mrežama na različitim biofizičkim nivoima, tj. *kvantnim, subćelijskim, neuronskim, virtualnim ili konceptualnim* mrežama ili 'hologramima'.

11. Fazne relacije u kvantnim hologramima ↔ Jačine formalnih sinapsi

Promena faznih relacija između svojstvenih talasnih funkcija (npr. kvantno-optički signali) analogna je procesu *učenja* u neuronskim mrežama gde se nove korelacije oblika dodaju sinaptičkoj korelacionoj matrici. Kao što je pomenuto, konvencionalna teorija neuronskih mreža ne inkorporira neurone sa oscilatornim aktivnostima, iako je ovo uočeno u mozgu. Samo neke naprednije neuronske teorije uvode oscilujuće neuronske aktivnosti i naglašavaju važnost faznih relacija ili faznih korelacija između neurona sa oscilujućim vrednostima okidanja. Fazne korelacije su suštinski činilac (kvantne) holografije, pa su zbog toga asocijativne mreže sa oscilatornim neuronskim aktivnostima sigurno sličnije holografskim uređajima nego konvencionalnim asocijativnim neuronskim mrežama. Ako se prouče mreže sa oscilatornim neuronskim aktivnostima, uočavaju se slične asocijativne sposobnosti memorije kao kod konvencionalnih asocijativnih mreža, kao i slično fazno uparivanje ili frekvencijsko uparivanje (koherentno ponašanje) kod wavelet-a u holografiji.

12. Kolapsirajuća kvantna superpozicija ↔ Formalna neuronska mreža

Kvantna holografija uvodi nešto više. Ona daje mogućnost za uvođenje *kompleksno konjugovanih* formi wavelet-a. Kompleksno konjugovani wavelet ψ^* jeste vremenska verzija u ogledalu originala ψ . Dobro poznata kvantna bilinearna forma $\psi\psi^*$ predstavlja kombinaciju vektora stanja (talasnih funkcija) ψ sa njegovom fazno-konjugovanom (vremenskom verzijom u ogledalu) formom ψ^* . Zajedno daju realnu vrednost gustine verovatnoće $|\psi|^2 = \rho$ u slučaju čistog stanja. Za 'statističke mešavine' mora se napisati težinski ponderisana suma $\psi_k\psi_k^*$.

Samo jedna mreža, proces i 'strela vremena' realizovana je eksplicitno tokom procesa merenja što čini situaciju sličnom slučaju neuronskih mreža. Da grubo sumiramo, generalisana (matematička) mreža pojavljuje se kao rezultat 'kolapsa' kvantne superpozicije implicitnih 'mreža'. Najkraće i najjednostavnije rečeno: matematička neuronska mreža (mreža tačaka formalnih 'neurona' koji intenzivno interaguju) jeste 'kolapsirani' kvantni sistem. Biološke neuronske mreže razvijaju se kao makroskopske replike ovih fundamentalnih dinamičkih principa.

13. Pravila korespondencije

Pravila korespondencije liče na Furijeova, i mogu se pokazati prvo za neuronski slučaj (14), a zatim za kvantni slučaj (15):

$$\begin{aligned}
 q(\vec{r}_2, t_2) &= \iint J(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2) q(\vec{r}_1, t_1) d\vec{r}_1 dt_1 = \\
 &\iint \left[\sum_{k=1}^p q_k(\vec{r}_1, t_1) q_k(\vec{r}_2, t_2) \right] q(\vec{r}_1, t_1) d\vec{r}_1 dt_1 = \\
 &= \sum_{k=1}^p q_k(\vec{r}_2, t_2) \left[\iint q_k(\vec{r}_1, t_1) q(\vec{r}_1, t_1) d\vec{r}_1 dt_1 \right] \\
 \Rightarrow q(\vec{r}, t) &= \sum_{k=1}^p c_k(t) q_k(\vec{r}, t) \quad ili \quad q(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^p c_k(t) q_k(\vec{r})
 \end{aligned} \tag{14}$$

U poslednjem koraku je iskorišćena definicija (3) za vremenski zavisne oblike, uz brisanje vremenskog integrala za stacionarni slučaj.

$$\begin{aligned}
 \Psi(\vec{r}_2, t_2) &= \iint G(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2) \Psi(\vec{r}_1, t_1) d\vec{r}_1 dt_1 = \\
 &\iint \left[\sum_{k=1}^p \psi_k(\vec{r}_1, t_1) \psi_k(\vec{r}_2, t_2) \right] \Psi(\vec{r}_1, t_1) d\vec{r}_1 dt_1 = \\
 &= \sum_{k=1}^p \psi_k(\vec{r}_2, t_2) \left[\iint \psi_k(\vec{r}_1, t_1) \Psi(\vec{r}_1, t_1) d\vec{r}_1 dt_1 \right] \\
 \Rightarrow \Psi(\vec{r}, t) &= \sum_{k=1}^p C_k(t) \psi_k(\vec{r}, t) \quad ili \quad \Psi(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^p C_k(t) \psi_k(\vec{r})
 \end{aligned} \tag{15}$$

14. Dinamičke jednačine

Sledeća verzija dinamičke jednačine može biti izvedena iz neuro-sinergetskih jednačina (21) i (23), koje su ovde malo generalizovane dodavanjem tzv. *paramatra pažnje* λ_k . Parametar pažnje λ_k oblika \vec{q}_k jeste svojstvena vrednost matrice J sa svojstvenim vektorima \vec{q}_k : $J\vec{q}_k = \lambda_k \vec{q}_k$. Ubacivanjem Hebovog generalizovanog pravila (7) u vremenski nezavisne jednačine (5), uz potonje korišćenje definicije (3) za vremenski zavisne oblike, i brisanjem vremenskog integrala za stacionarne slučajeve, dobija se:

$$\begin{aligned}
 \dot{q}(\vec{r}_2, t_2) &= \iint \left[\sum_{k=1}^p \lambda_k q_k(\vec{r}_1, t_1) q_k(\vec{r}_2, t_2) \right] q(\vec{r}_1, t_1) d\vec{r}_1 dt_1 = \\
 &\sum_{k=1}^p \lambda_k q_k(\vec{r}_2, t_2) \left[\iint q_k(\vec{r}_1, t_1) q(\vec{r}_1, t_1) d\vec{r}_1 dt_1 \right] \\
 \Rightarrow \dot{q}(\vec{r}, t) &= \sum_{k=1}^p \lambda_k c_k q_k(\vec{r}, t) \quad ili \quad q(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^p \lambda_k c_k q_k(\vec{r})
 \end{aligned} \tag{16}$$

Analogno, u kvantnom slučaju su ψ_k svojstvena stanja operatora gustine ρ sa svojstvenim vrednostima ρ_k . Tada se dobija, polazeći od vremenski zavisne Šredingerove jednačine sa Hamiltonijanom \hat{H} , i korišćenjem u poslednjem koraku stacionarne Šredingerove jednačine $\hat{H}\psi_k(\vec{r}) = E_k\psi_k(\vec{r})$:

$$i\hbar\dot{\Psi}(\vec{r},t) = \hat{H}\Psi(\vec{r},t) = \hat{H}\left[\sum_k C_k\psi_k(\vec{r})\right] = \sum_k C_k\hat{H}\psi_k(\vec{r}) = \sum_k C_k E_k\psi_k(\vec{r}) \quad (17)$$

$$\dot{\Psi}(\vec{r},t) = -\frac{i}{\hbar}\sum_k C_k E_k\psi_k(\vec{r}) \quad ili \quad \dot{\Psi}(\vec{r},t) = -\frac{i}{\hbar}\sum_k C_k E_k\Psi_k(\vec{r},t). \quad (18)$$

Ovde E_k (svojstvena vrednost koja predstavlja rezultat merenja *observable energije*) ima sličnu ulogu kao λ_k (neuro-sinergetski *parametar pažnje*).

15. Memorija u autokorelacijama u relativističkom slučaju

Analogija t. 6 može se proširiti na relativistički domen. U relativističkom slučaju gde je ψ_k 4-dimenzionalni vektor, ulogu Grinove funkcije G ima *S-matrica* (matrica rasejanja), sa elementima

$$S(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2) = -\sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^2 \psi_k^j(\vec{r}_1, t_1)^* \psi_k^j(\vec{r}_2, t_2) \quad \text{if } t_2 > t_1; \quad (19)$$

$$S(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2) = -\sum_{k=1}^p \sum_{j=3}^4 \psi_k^j(\vec{r}_1, t_1)^* \psi_k^j(\vec{r}_2, t_2) \quad \text{if } t_2 < t_1. \quad (20)$$

Ista Grinova funkcija koja prenosi rešenje Šredingerove jednačine napred u vremenu, prenosi njeni kompleksno konjugovano rešenje nazad u vremenu. Ona sadrži *sva* rešenja Šredingerove jednačine uključujući granične uslove kao što se zahteva u teoremi kompletnosti,

$$\sum_{k=1}^p \psi_k(\vec{r}_1, t_1)^* \psi_k(\vec{r}_2, t_2) = \delta^3(\vec{r}_1 - \vec{r}_2),$$

sa jednakim težinskim koeficijentima. U relativističkoj *S-matrici* jedna polovina komponenata ($j = 1, 2$) odgovara pozitivnim energetskim talasima, a druga polovina ($j = 3, 4$) odgovara negativnim energetskim talasima (antičestice, tj. čestice koje se šire u prošlost) koji nisu predstavljeni u nerelativističkom slučaju.

16. Matrice obučavanja

Pomenimo dodatni slučaj 'matrice obučavanja', sličan onom u analogiji t. 6. U svojim beleškama o teoriji pozitrona Fejnman je uveo kvantni propagator (za $t_2 > t_1$)

$$G(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2) = \sum_k \psi_k(\vec{r}_1) \psi_k(\vec{r}_2) e^{-iE_k(t_1-t_2)}$$

koji je ubačen u dinamičku jednačinu poput (6). Ova verzija Grinove funkcije eksplisitno kodira 'fazne' razlike u eksponentima.

17. Bomova kvantna interpretacija ↔ Pribramova holonomična teorija

Gould je ukazao na *analogije Pribramove holonomične teorije i Bomove kvantne interpretacije*, pokazavši je da je ne-lokalna Bomova kvantna talasna jednačina:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + \int V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) \Psi(\vec{r}_2, t) d\vec{r}_2. \quad (21)$$

sasvim slična ne-lokalnoj Pribramovoj neuronskoj talasnoj jednačini

$$i\nu \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\nu^2}{2m} \nabla^2 \Psi + \int U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) \Psi(\vec{r}_2, t) d\vec{r}_2. \quad (22)$$

Integrali u obe jednačine su po celokupnoj zapremini sistema.

Ako se $\Psi = A \exp(iS/\hbar)$ (gde je S faza) ubaci u ne-lokalnu Šredingerovu jednačinu (21), dobija se sledeća 'ne-lokalna jednačina kontinuiteta verovatnoće':

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}\left(\frac{\rho \Delta S}{m}\right) = 2 \text{Im}\left(\int V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) \Psi(\vec{r}_1, t)^* \Psi(\vec{r}_2, t) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2\right) \quad (23)$$

Desna strana sadrži izraz koji liči na generalisano Hebovo pravilo.

Zaključak

Postoje razlike između jednačina (7) i (8): ona druga uključuje složene promenljive koje su neophodne za kvantni slučaj, a samo moguće za klasični slučaj neuronske mreže. To nas sprečava da tvrdimo da su kvantni sistemi samo vrlo složeni slučaj 'neuronskih mreža'. Kvantni sistemi su istančaniji i fleksibilniji, jer nemaju dobro definisane fundamentalne delove i interakcije. Dakle, ne mogu se naći tako dobro definisani osnovni formalni 'neuroni' ili formalne 'veze'. Uprkos ovoj poteškoći, matematika uobičajene Kopenhagenske interpretacije kvantne mehanike suštinski je bliska matematički asocijativnih neuronskih mreža.

Takođe, kompleksne promenljive u kvantnom formalizmu očigledno imaju vrlo duboko značenje. Ψ^* kao suprotnost Ψ , povezane su sa *konjugovano-faznom* ili vremenski reverznom dinamikom; u kvantnim sistemima postoji superpozicija direktnе i reverzne vremenske evolucije. U neuronskim mrežama ova superpozicija suprotnih smerova vremena transformisana je u superpoziciju asocijativnih transformacija u suprotnom smeru u prostoru, ili je superpozicija potpuno kolapsirala u jednosmernoj dinamici (vremenska sekvenca oblika u smeru strele vremena).

Uprkos činjenici da su kvantni sistemi opisani kompleksnim vrednostima, dok su uobičajeni modeli neuronskih mreža opisani realnim vrednostima, mora se istaći da postoje vrlo interesantne funkcionalne i matematičke analogije između kvantnih i neuronskih nivoa u slučaju oscilatorne dinamike neurona. Posebno, ako se koristi asocijativna mreža uparenih *neurona sa osculatornom aktivnošću*, kompleksni matematički formalizam postaje relevantan za neuronske mreže. Ovde predstavljene neuro-kvantne analogije, koje u ovom slučaju sadrže informacije o *faznim korelacijama*, tada postaju mnogo važnije.

5.7 DOPUNSKA LITERATURA

1. A. C. Guyton, *Medicinska fiziologija* (Medicinska knjiga, Beograd-Zagreb, 1990), Delovi IV i IX; B. Nikolić, *Osnovi fiziologije čoveka* (Medicinska knjiga, Beograd-Zagreb, 1969), Gl. 3 i 11; E. R. Kandel, S. A. Siegelbaum, J. H. Schwartz, *Synaptic transmission*, in E. R. Kandel, J. H. Schwartz, T. M. Jessell (eds.), *Principles of Neural Science* (Elsevier, New York, 1991), Ch. 9; osnovna literatura iz fiziologije složenih električnih aktivnosti.
2. P. Nunez, *Electric Fields of the Brain. The Neurophysics of EEG* (Oxford Univ. Press, New York, 1981); E. Basar, *EEG Brain Dynamics* (Elsevier, Amsterdam, 1980); E. Basar (ed.) *Dynamics of Sensory and Cognitive Processing by the Brain* (Springer, Berlin, 1988); E. R. John, T. Yang, A. B. Brill, R. Young, K. Ono, Double-labeled metabolic maps of memory, *Science* 233 (1986), 1167-1175; M. Belić, *Deterministički haos*, SFIN, III(3) (Institut za teorijsku fiziku, Beograd, 1990); osnovna literatura iz elektrofiziologije i obrade EEG signala.
3. A. R. Luria, *Osnovi neuropsihologije* (Nolit, Beograd, 1976), prevod ruskog originala (1973); K. Pribram, *Languages of the Brain: Experimental Paradoxes and Principles in Neuropsychology* (Brandon House, New York, 1971); K. Pribram, *Brain and Perception: Holonomy and Structure in Figural Processing* (Lawrence Erlbaum, Hillsdale, 1991); A. Kostić, *Kognitivna psihologija* (Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 2006); P. Ognjenović, *Psihološka teorija umetnosti* (Institut za psihologiju, Beograd, 1997); S. Marković, *Opažanje*

dobre forme (Filozofski fakultet, Beograd, 2007); K. R. Popper, J. C. Eccles, *The Self and Its Brain* (Springer, Berlin, 1977); M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika* (Nauka, Moskva, 1981), Gl. 15 i 16; B. J. Baars, *A Cognitive Theory of Consciousness* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, MA, 1988); S. Hameroff, *Ultimate Computing: Biomolecular Consciousness and Technology* (North Holland, Amsterdam, 1987); F. Crick, *The Astonishing Hypothesis. The Scientific Search for Soul* (Charles Scribner's Sons, New York, 1994); H. Stapp, *Mind, Matter, and Quantum Mechanics* (Springer, New York & Berlin, 1993); R. Penrose, *The Emperor's New Mind* (Oxford Univ. Press, New York, 1989); R. Penrose, *Shadows of the Mind. A Search for the Missing Science of Consciousness* (Oxford Univ. Press, Oxford, 1994); M. Tegmark, Importance of quantum decoherence in brain processes, *Phys. Rev. E* 61 (2000) 4194-4206; A. Shimony, in R. Penrose, A. Shimony, N. Cartwright, S. Hawking (eds.), *The Large, the Small and the Human Mind* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1995); D. Raković, *Osnovi biofizike* (Grosknjiga, Beograd, 1994; 1995), Gl. 5; D. Raković, Dj. Koruga (eds), *Consciousness: Scientific Challenge of the 21st Century* (ECPD, Belgrade, 1995) postoji i srpsko izdanje (1995); Lj. Rakić, G. Kostopoulos, D. Raković, Dj. Koruga (eds.), *Brain and Consciousness: Proc. ECPD Symposium & Workshop* (ECPD, Belgrade, 1997); Grupa autora, *Anti-stres holistički priručnik: sa osnovama akupunkture, mikrotalasne rezonantne terapije, relaksacione masaže, aerojonoterapije, autogenog treninga i svesti* (IASC, Beograd, 1999), www.iasc-bg.org.yu; prikaz neuropsihologije, kognitivne psihologije i biofizike svesti.

4. J. J. Hopfield, Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 79 (1982) 2554-2558; T. Kohonen, *Self-Organization and Associative Memory* (Springer, Berlin, 1984); D. Amit, *Modeling Brain Functions: The World of Attractor Neural Nets* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, MA, 1989); D. Hebb, *The Organization of Behavior* (Addison-Wesley, New York, 1990); R. Hecht-Nielsen, *Neurocomputing* (Addison-Wesley, New York, 1990); H. Haken, *Synergetic Computers and Cognition, A Top-Down Approach to Neural Nets* (Springer, Berlin, 1991); J. G. Sutherland, Holographic model of memory, learning and expression, *Int. J. Neural Sys.* 1 (1990) 256-267; S. A. Elias, S. Grossberg, Pattern formation, contrast control, and oscillations in the short term memory of shunting on-center off-surround networks, *Biological Cybernetics* 20 (1975) 69-98; S. Grossberg, E. Mingolla, D. Todorović, A neural network architecture for preattentive vision, *IEEE Trans. Biomed. Engin.* 36 (1989) 65-84; Y. Yao, W. J. Freeman, Model of biological pattern recognition with spatially chaotic dynamics, *Neural Networks* 3 (1990) 153-170; S. Azizi, H. Ogmen, B. H. Jansen, A unified analysis of alpha rhythm, fast synchronized oscillations, and flash visual evoked potentials, *Neural Net-*

works 9 (1996), 223-242; prikaz klasičnih neuronskih mreža relevantnih za modeliranje viših moždanih funkcija.

5. K. H. Pribram (ed.), *Rethinking Neural Networks: Quantum Fields and Biological Data* (Lawrence Erlbaum, Hillsdale, 1993); M. Peruš, *All in One, One in All (Brain and Mind in Analysis and Synthesis)* (DZS, Ljubljana, 1995), na slovenačkom; M. Peruš, Neuro-quantum parallelism in mind-brain and computers, *Informatica* 20 (1996) 173-183; M. Peruš, S. K. Dey, Quantum systems can realize content-addressable associative memory, *Appl. Math. Lett.* 13 (2000) 31-36; M. Peruš, Multi-level synergetic computation in brain, *Nonlinear Phenomena in Complex Systems* 4 (2001) 157-193; C. K. Loo, M. Peruš, H. Bischof, Simulated quantum-optical object recognition from high-resolution images, *Optics and Spectroscopy* 99 (2005) 218-223; prikaz (kvantno)holografskih neuronskih mreža relevantnih za modeliranje viših moždanih funkcija.
6. J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton Univ. Press, Princeton, 1955), prevod sa nemačkog (1932); E. Wigner, *Symmetries and Reflections* (Indiana Univ. Press, Bloomington, 1967); D. Bohm, *Wholeness and the Implicate Order* (Routledge & Kegan Paul, London, 1980); J. A. Wheeler, W. H. Zurek (eds.), *Quantum Theory and Measurement* (Princeton Univ. Press, Princeton, 1983); R. Penrose, *The Emperor's New Mind* (Oxford Univ. Press, New York, 1989); D. Giulini, E. Joos, C. Kiefer, J. Kupsch, I. -O. Stamatescu, H. D. Zeh, *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory* (Springer, Berlin, 1996); M. Dugić, *Dekoherenca u klasičnom limitu kvantne mehanike*, SFIN XVII(2) (Institut za fiziku, Beograd, 2004); prikaz različitih pristupa u kvantnoj teoriji merenja.
7. S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity* (Wiley, New York, 1972); L. D. Landau, E. M. Lifshic, *Teoriya polja* (Nauka, Moskva, 1973), prevedeno i kod nas; D. Popović (ed.) *Gravitacija i kosmologija*, SFIN II(2) (Institut za fiziku, Beograd, 1989); M. S. Morris, K. S. Thorne, U. Yurtsever, Wormholes, time machines, and the weak energy condition, *Phys. Rev. Lett.*, 61 (1988) 1446-1449; K. S. Thorne, *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous Legacy* (Picador, London, 1994); M. Visser, *Lorentzian Wormholes: From Einstein to Hawking* (AIP Press, USA, 1995); I. Ya. Aref'eva, I. V. Volovich, Time machine at the LHC, arXiv:0710.2696v2 [hep-ph] 25 Oct 2007; prikaz razvoja teorije gravitacije, njenih singulariteta i prostorno-vremenskih tunela.
8. D. Raković, Neural networks, brainwaves, and ionic structures: Acupuncture vs. altered states of consciousness, *Acup. & Electro-Therap. Res., Int. J.* 16 (1991) 89-99; D. Raković, Moždani talasi, neuronske mreže, i jonske strukture: biofizički model izmenjenih stanja svesti, u knjizi D. Raković, Đ. Koruga (eds.), *Svest: naučni izazov 21. veka* (ECPD & Čigoja, Beograd, 1996), postoji i engle-

sko izdanje (1995); D. Raković, Prospects for conscious brain-like computers: Biophysical arguments, *Informatica (Special Issue on Consciousness as Informational Phenomenalism)* 21 (1997) 507-516; Z. Jovanović-Ignjatić, D. Raković, A review of current research in microwave resonance therapy: Novel opportunities in medical treatment, *Acup. & Electro-Therap. Res., The Int. J* 24 (1999) 105-125; D. Raković, Transitional states of consciousness as a biophysical basis of transpersonal transcendental phenomena, *Int. J. Appl. Sci. & Computat.* 7 (2000) 174-187 (also presented at *Int. Conf. Consciousness in Science & Philosophy*, Nov. 1998, Charleston, IL, USA); D. Raković, Z. Jovanović-Ignjatić, D. Radenović, M. Tomašević, E. Jovanov, V. Radivojević, Ž. Martinović, P. Šuković, M. Car, L. Škarić, An overview of microwave resonance therapy and EEG correlates of microwave resonance relaxation and other consciousness altering techniques, *Electro- and Magnetobiology* 19 (2000) 195-222 (also presented at *10th Int. Montreux Congress on Stress*, Montreux, Switzerland, 1999); D. Raković, Biophysical bases of the acupuncture and microwave resonance stimulation, *Physics of the Alive* 9 (2001) 23-34; D. Raković, On brain's neural networks and brainwaves modeling: Contextual learning and psychotherapeutic implications, in B. Lithgow, I. Cosic (eds.), *Biomedical Research in 2001: Proc. 2nd IEEE/EMBS (Vic)*, Melbourne, Australia, 2001; D. Raković, Biofizičke osnove i granice (kvantno) holističke psihosomatike, u knjizi V. Jerotić, Đ. Koruga, D. Raković (eds.), *Nauka – religija – društvo* (Bogoslovski fakultet SPC & Ministarstvo vera Republike Srbije, Beograd, 2002); M. Dugić, M. M. Ćirković, D. Raković, On a possible physical metatheory of consciousness, *Open Systems and Information Dynamics* 9 (2002) 153-166; D. Raković, M. Dugić, M. M. Ćirković, Macroscopic quantum effects in biophysics and consciousness, *NeuroQuantology (www.NeuroQuantology.com)* 2(4) (2004) 237-262; D. Raković, M. Dugić, Quantum-holographic and classical Hopfield-like associative nnets: Implications for modeling two cognitive modes of consciousness, *Opticheskii J.* 72(5) (2005) 13-18 (*Special Issue on Topical Meeting on Optoinformatics "Optics Meets Onmuka"*, 2004, Saint-Petersburg, Russia); M. Ostojić, D. Raković, N. Rajšić, M. Čosović, M. Tomašević, Z. Šundrić, Elektrofiziološki korelati autogenog treninga, u knjizi S. Jovičić, M. Sovilj (eds.), *Govor i jezik* (IEFPG, Beograd, 2005), postoji i engleska varijanta rada u istom zborniku; D. Raković, M. Dugić, M. Plavšić, G. Keković, I. Cosic, D. Davidović, Quantum decoherence and quantum-holographic information processes: from biomolecules to biosystems, *Materials Science Forum* 518 (2006) 485-490; D. Raković, Kvantne i klasične neuronske mreže i integrativna medicina: psihosomatsko/kognitivne i religijsko/društvene implikacije, *Integrativna medicina '06*, Beograd, 2006, preprint; D. Raković, Scientific bases of quantum-holographic paradigm, in I. Kononeko (ed.), *Proc. Int. Conf. Measuring Energy Fields* (Kamnik, Slovenia, 2007); D. Raković, Tesla i kvantno-kohерentna stanja svesti: 'case study' za razumevanje prirode kreativnosti, u knjizi M. Benišek, D. Koruga, S. Pokrajac (eds.),

- Tesla: vizije, delo, život* (Mašinski fakultet, Beograd, 2007); D. Raković, Kvantno-koherentni i klasično-redukovani modusi svesti: religijske i epistemološke implikacije, u knjizi V. Jerotić, M. Arsenijević, P. Grujić, D. Raković (eds.), *Religija i epistemologija* (Dereta, Beograd, 2007); D. Raković, A. Vasić, Klasično-neuronska i kvantno-holografska informatika: kognitivne implikacije, u knjizi: S. Jovičić, M. Sovilj (eds.), *Govor i jezik: interdisciplinarna istraživanja srpskog jezika, II* (IEFPG, Beograd, 2008), preprint; D. Raković, D. Đorđević, M. Plavšić, I. Čosić, Kvantna medicina: stanje i perspektive, u knjizi D. Raković, D. Uskoković (eds.), *Biomaterijali* (Institut tehničkih nauka SANU & MRS Srbije, Beograd, 2008); odabrani prikaz (ko)autorskih radova iz oblasti biofizike izmenjenih i prelaznih stanja svesti, akupunkture i kvantno-holografske lokalne i globalne psihosomatike.
9. N. P. Zalyubovskaya, *K ocenke deystviya mikrovoln millimetrovogo submillimetrovogo diapazona na razlichnye biologicheskie obyekti*, Teza kand. biol. nauk (Harkovski Univerzitet, 1970); N. D. Devyatkov, Influence of the millimetre wavelength range electromagnetic radiation upon biological objects, *Soviet Physics – Uspekhi* 110 (1973) 452-469; Ye. A. Andreyev, M. U. Bely, S. P. Sit'ko, *Proyavlenie sobstvenih haraktericheskikh chastot chelovecheskogo organizma, Zayavka na otkritie No. 32-OT-10609 ot 22. maya 1982*; S. P. Sit'ko, L. N. Mkrtchian, *Introduction to Quantum Medicine* (Pattern, Kiev, 1994); N. D. Devyatkov, O. Betskii (eds.), *Biological Aspects of Low Intensity Millimetre Waves* (Seven Plus, Moscow, 1994); prikaz rusko-ukrajinske metodologije i delovanja mikrotalasne rezonantne akupunkturne stimulacije.
 10. A. Poro, *Enciklopedija psihijatrije* (Nolit, Beograd, 1990); S. Milenković, *Vrednosti savremene psihoterapije* (Narodna knjiga-Alfa, Beograd, 1997); V. Jerotić, *Individuacija i (ili) oboženje* (Ars Libri, Beograd & Narodna i univerzitetska biblioteka, Priština, 1998); J. Vlahos, *Pravoslavna psihoterapija: svetoootaćka nauka* (Pravoslavna misionarska škola pri Hramu Sv. Aleksandra Nevskog, Beograd, 1998); C. G. Jung, *Man and His Symbols* (Dell Publ., New York, 1972); K. Wilber, *The Atman Project* (Quest, Wheaton, IL, 1980); J. H. Schultz, *Das Autogene Training*, 7. ed. (Thieme, Stuttgart, 1951); D. Chopra, *Quantum Healing: Exploring the Frontiers of Mind/Body Medicine* (Bantam, New York, 1989); L. Dossey, *Healing Words: The Power of Prayer and the Practice of Medicine* (Harper, San Francisco, 1993); R. J. Callahan, J. Callahan, *Thought Field Therapy and Trauma: Treatment and Theory* (Indian Wells, CA, 1996); R. J. Callahan, The impact of thought field therapy on heart rate variability (HRV), *J. Clin. Psychol.*; Oct. 2001, www.interscience.Wiley.com; Ž. Mihajlović Slavinski, *PEAT i neutralizacija praviskonskih polariteta* (Beograd, 2000); Ž. Mihajlović Slavinski, *Nevidljivi uticaji* (Beograd, 2008); D. Raković, Ž. Mihajlović Slavinski, Meridijske (psiho)terapije i kvantno-holografska informatika: psihosomatske implikacije, u knjizi S. Jovičić, M. Sovilj (eds.), *Govor i jezik: interdisciplinarna istraživanja*

srpskog jezika, II (IEFPG, Beograd, 2008); prikaz psiho-terapeutskih metoda, uključujući nove holističke meridijanske (psihoenergetske) terapije, sa brzim uklanjanjem trauma, fobija, alergija i drugih post-traumatskih psihosomatskih poremećaja.

11. C. Tart (ed.), *Altered States of Consciousness* (Academic, New York, 1972); M. A. Persinger (ed.), *ELF & VLF Electromagnetic Effects* (Plenum, New York, 1974); R. Targ, H. Puthoff, *Mind-Reach: Scientific Look at Psychic Ability* (Delacorte Press, New York, 1977); W. R. Adey, Frequency and power windowing in tissue interactions with weak electromagnetic fields, *Proc. IEEE* 68 (1980) 119-125; R. G. Jahn, The persistent paradox of psychic phenomena: An engineering perspective, *Proc. IEEE* 70 (1982) 136-170; R. G. Jahn, B. J. Dunne, *Margins of Reality. The Role of Consciousness in the Physical World* (Harcourt Brace Jovanovich, San Diego, 1987); R. Broughton, Human consciousness and sleep/waking rhythms, in B. B. Wolman, M. Ullman (eds.), *Handbook of States of Consciousness* (Van Nostrand Reinhold, New York, 1986); J. S. Hagelin, Is consciousness the unified field? A field theorist's perspective, *Modern Science and Vedic Science* 1 (1987) 29-88; R. Sheldrake, *A New Science of Life* (Paladin Grafton, London, 1987); D. Zohar, *The Quantum Self* (Flamingo, London, 1991); *Čuda na grobu Gospodnjem* (Pravoslavna misionarska škola pri Hramu Sv. Aleksandra Nevskog, Beograd, 1998); M. Talbot, *The Holographic Universe* (Harper Collins, New York, 1991), prevedeno i kod nas (Artist, 2006); F. Capra, *The Tao of Physics: An Explanation of the Parallels Between Modern Physics and Eastern Mysticism* (Flamenco, London, 1991); F. Capra, *The Turning Point: Science, Society, and the Rising Culture* (Flamenco, London, 1997); V. P. Kaznacheev, A. V. Trofimov, *Cosmic Consciousness of Humanity* (Elendis-Progress, Tomsk, 1992); B. Rubik, *Life at the Edge of Science* (Institute for Frontier Science, Oakland, 1996); D. Radin, *The Conscious Universe: The Scientific Truth of Psychic Phenomena* (HarperEdge, New York, 1997); S. Ostrander, L. Schroeder, *Psychic Discoveries* (Marlowe, New York, 1997); W. A. Tiller, W. E. Dibble, jr., M. J. Kohane, Exploring robust interactions between human intention and inanimate/animate systems, *Proc. Int. Conf. Toward a Science of Consciousness – Fundamental Approaches* (UN Univ., Tokyo, 1999); L. McTaggart, *The Field: The Quest for the Secret Force of the Universe* (Harper Collins, New York, 2002), postoji i hrvatski prevod; D. Janjić, *Istine i zablude o zračenjima* (Beograd, 2005), sa mojim predgovorom; M. A. Persinger, E. W. Tsang, J. N. Booth, S. A. Koren, Enhanced power within a predicted narrow band of theta activity during stimulation of another by circumcerebral weak magnetic fields after weekly spatial proximity: Evidence for macroscopic quantum entanglement?, *NeuroQuantology* (www.NeuroQuantology.com), 6(1) (2008) 7-21; prikaz izmenjenih stanja svesti i uticaja ultraslabih polja/svesti na živi i neživi svet.

12. U. Beck, *The Global Risk Society* (Sage Publ., London, 1999); D. P. Kreculj, J. D. Marić, 'Svetsko društvo rizika' i globostres, u knjizi V. Jerotić, Đ. Koruga, D. Raković (eds.), *Nauka - religija - društvo* (Bogoslovski fakultet SPC & Ministarstvo vera Republike Srbije, Beograd, 2002); D. Raković, Od duhovnosti do racionalnosti i natrag: molitva za spas civilizacije, *ibid.*; V. Uskoković, *Na putu redukcionističko-holističke ravnoteže savremene nauke i društva* (Akademска misao, Beograd, 2004); V. Uskoković, *Principi holističke nauke budućnosti* (ICNT, Beograd, 2006); prikaz argumentacija neophodnosti 'blagih akcija' za rešavanje problema 'svetskog društva rizika'.
13. L. Von Bertalanffy, *General System Theory* (Braziller, New York, 1968); M. D. Mesarović, D. Macko, Y. Takahara, *Theory of Hierarchical Multilevel Systems* (Academic Press, New York, 1970); J. Szentagothai, Downward causation?, *Ann. Rev. Neurosci.* 7 (1984) 1-11; R. W. Sperry, Discussion: Macro- versus micro-determinism, *Philosophy of Science* 53 (1986) 265-270; P. P. Garajev, *Volnovoy geneticheskiy kod* (Moskva, 1997); P. P. Garajev, U. Kämpf, E. A. Leonova, F. Muchamedjarov, G. G. Tertishny, *Fractal Structure in DNA Code and Human Language: Towards a Semiotics of Biogenetic Information* (Dresden, 1999); P. J. Vu, *Sam svoj Su Dok doktor* (Balkan Su Jok Therapy Center, 2003), prevod ruskog originala (2001); S. Petrović, *Tibetanska medicina* (Narodna knjiga – Alfa, Beograd, 2000); Y. J. Ng, From computation to black holes and space-time foam, *Phys. Rev. Lett.* 86 (2001) 2946-2949; M. Rakočević, Univerzalna svest i univerzalni kod, u knjizi D. Raković, Đ. Koruga (eds.), *Svest: naučni izazov 21. veka* (ECPD & Čigoja, Beograd, 1996), postoji i engleski prevod (1995); Đ. Koruga, Informaciona fizika: u potrazi za naučnim osnovama svesti, *ibid*; D. Witztum, E. Rips, Y. Rosenberg, Equidistant letter sequences in The Book of Genesis, *Statistical Science* 9 (1994) 429-438; M. Drosnin, *The Bible Code* (Simon & Schuster, New York, 1997), prevedeno i kod nas; M. Drosnin, *Bible Code II: The Countdown* (Viking Penguin, New York, 2002); prikaz 'downward' vs. 'upward' povratne emergentne kontrole i (kvantno)holografskih fraktalnih sprega na različitim hijerarhijskim nivoima u Prirodi, od mikrosveta preko psihosomatike do Univerzuma.
14. M. Elijade, *Vodič kroz svetske religije* (Narodna knjiga-Alfa, Beograd, 1996); P. Vujičin, Stanja svesti u ezoterijskoj praksi, u knjizi D. Raković, Đ. Koruga (eds.), *Svest: naučni izazov 21. veka* (ECPD & Čigoja, Beograd, 1996), postoji i englesko izdanje (1995); Č. Hadži-Nikolić, Terapijski značaj izmenjenih stanja svesti u halucinogenom šamanskom ritualu, *ibid.*; Swami Prabhavananda, Ch. Isherwood (tr.), *The Yoga Sutras of Patanjali. How to Know God* (New American Library, New York, 1969); Swami Rama, *Living with the Himalayan Masters* (Himalayan Int. Inst. of Yoga Sci. & Phil., Honesdale, PA, 1978), prevedeno i kod nas; H. Johari, *Breath, Mind, and Consciousness* (Destiny Books, Rochester,

- Vermont, 1989); N. Berđajev, *Filosofija slobode* (Logos Ant, Beograd, 1996); K. C. Markides, *Fire in the Heart. Healers, Sages and Mystics* (Paragon House, New York, 1990); R. H. Schneider, C. N. Alexander, F. Staggers, M. Rainforth, J. W. Salerno, A. Hartz, S. Arndt, V. A. Barnes, S. I. Nidich, Long-term effects of stress-reduction on mortality of persons ≥ 55 years of age with systemic hypertension, *Am. J. Cardiol.* 95 (2005) 1060-1064; uporedni prikaz religijsko-ezoterijskih istočnih i zapadnih tradicija i njihovih savremenih modifikacija, sa upečatljivim isceliteljskim holističkim dostignućima.
15. R. A. Moody, jr., *Life after Life* (Bantam, New York, NY, 1975), prevedeno i kod nas; M. Sabom, *Recollections of Death, A Medical Investigation* (Harper & Row, New York, 1982); R. Monroe, *Journeys Out of the Body* (Doubleday & Co., Garden City NY, 1971); A. Liptay-Wagner, Differential diagnosis of the near-death experience: Which illness cannot be considered as NDE?, *Proc. 6th Int. Multi-Conf. Information Society IS'2003, Mind-Body Studies* (IS, Ljubljana, 2003), v. takođe www.revital.negral.hu; P. van Lommel, R. van Wees, V. Meyers, I. Elfferich, Near-death experience in survivors of cardiac arrest: prospective study in the Netherlands, *The Lancet*, 15. Dec. 2001; W. Evans Wentz, *The Tibetan Book of the Dead* (Oxford Univ., London, 1968), prevedeno i kod nas; V. Nikčević (ed.), *Život posle života: iskustva pravoslavnih hrišćana* (Svetigora, Cetinje, 1995); prikaz fenomena kliničke smrti i vantelesnih iskustava, u svetlu savremenih istraživanja i istočne i zapadne tradicije.

Glava 6 INTERAKCIJE ORGANIZMA I OKOLINE

Biološki sistemi (organizmi) nalaze se u neprekidnoj *interakciji sa okolinom*. Oni sa njom neprekidno razmenjuju *materiju i energiju*. Zbog ove otvorenosti bioloških sistema omogućen je i *biološki razvoj*, jer daleko od ravnoteže mogu nastati nestabilnosti dissipativnog (otvorenog) sistema – kada usled pojačanja fluktuacije do makroskopskog nivoa može nastati novo stabilno stanje, nova biološka struktura (v. Od. 2.4).

Međutim, organizmi interaguju sa okolinom i posredstvom *čula*, preko kojih neprekidno dobijaju informacije u različitoj formi, koje se dalje *konvertuju u nervne impulse*, o čemu će biti reči u ovom odeljku. Ti nervni impulsi se potom obrađuju u *hijerarhijskim neuronским mrežama* centralnog nervnog sistema (v. Od. 5.4), gde se interpretiraju i u složenije *psihološke doživljaje*, opisane u Gl. 5.

U ovom poglavlju biće razmotrone i *čulno nespecifične interakcije* organizma i *elektromagnetnih (EM) polja*, pozitivnih i negativnih *jona*, kao i *jonizujućeg zračenja*, uz osrvt na akupunkturne i srodne *mehanizme stimulacije* organizma.

6.1 ČULNI RECEPTORI I OSNOVNI MEHANIZMI NJIHOVOG DELOVANJA

Ulaz informacija u nervni sistem omogućavaju **čulni receptori**, koji registruju čulne draži, kao što su dodir, bol, hladnoća, toplost, zvuk, svetlost, ukus, miris itd. U ovom odeljku biće razmotreni *osnovni mehanizmi konverzije*, pomoću kojih ti receptori pretvaraju čulne draži u nervne impulse, kao i način na koji se vrsta čulne draži registruje u mozgu.

U Tabl. 6.1 dat je pregled većine čulnih receptora u telu. Iz tabele se vidi da uglavnom postoji *pet vrsta čulnih receptora*: (1) **mehanoreceptori**, koji registruju mehaničku deformaciju receptora ili ćelija u njihovoј neposrednoj blizini – unutar kože, dubokih tkiva, unutrašnjeg uha, centra za ravnotežu i arterija, (2) **termoreceptori**, koji registruju promene temperature – neki od njih registruju hladnoću a drugi toplost, (3) **nociceptori**, koji registruju oštećenje tkiva, bez obzira da li je ono fizičke ili hemijske prirode, (4) **elektromagnetni receptori**, koji u mrežnjači oka registruju svetlost i (5) **hemoreceptori**, koji u ustima registruju ukus, u nosu miris, u arterijskoj krvi nivo kiseonika, zatim osmolarnost telesnih tečnosti,

koncentraciju ugljen dioksida, i neke druge faktore koji se odnose na hemijski sastav tela.

Svi čulni receptori imaju jedno zajedničko obeležje: neposredni učinak bilo koje specifične draži koja pobuduje receptor jeste promena potencijala na receptorskoj membrani – koja se naziva **receptorski potencijal!** Postoji nekoliko tipova mehanizama koji mogu izazvati pojavu receptorskih potencijala, zavisno od karaktera pobudnog signala specifičnog receptora: (1) **mehaničkom deformacijom** receptora, čime se deformatiše receptorska membrana i izazivaju konformacione promene u specifičnim kontraktilnim membranskim proteinima, što menja njihovu enzimsku aktivnost i otvara jonske kanale u membrani receptora (što i dovodi do pojave receptorskih potencijala), (2) **delovanjem hemijskih supstanci** na membranu, što izaziva hemijski indukovane konformacione promene specifičnih membranskih proteina i otvara jonske kanale receptora, (3) **delovanjem elektromagnetskog zračenja** (svetlosti) na receptor, što izaziva izomerno-konformacione promene pigmentnih hromofoorno-lipoproteinskih kompleksa (rodopsin i sl., u receptorima oka) i otvara jonske kanale receptora mrežnjače oka, i (4) **promenom temperature membrane**, što kroz konformacione promene specifičnih membranskih proteina izaziva otvaranje jonskih kanala receptora. Kao što se vidi, svuda se radi o *konformacionim promenama specifičnih membranskih proteina u receptoru*, indukovanim specifičnim tipom čulne draži, što dovodi do *otvaranja jonskih kanala receptora i pojave receptorskog potencijala!*

Kada receptorski potencijal poraste iznad **praga** akcionog potencijala u nervnom vlaknu priključenom receptoru, počinje pojava **akcionih potencijala** (isto kao što eksitirajući postsinaptički potencijal podražuje neurone u centralnom nervnom sistemu). Pri tome, **učestanost** akcionih potencijala utoliko je viša ukoliko receptorski potencijal više nadmašuje nivo praga akcionog potencijala, što je jedan od faktora koji utiču na *doživljaj intenziteta* čulne draži u mozgu (drugi je **broj** pobudnih receptora iznad praga, što određuje broj senzornih nervnih vlakana koji prenose nervne impulse u primarne senzorne zone korteksa). Treba reći i da postoji izrazita **nelinearnost** između receptorskog potencijala i jačine čulne draži, jer amplituda receptorskog potencijala može iznositi najviše oko 100 mV.

Bitna karakteristika receptora je i njihova **adaptacija** na draži: neki receptori se **sporo** adaptiraju (u mišićima, zglobovima, tetivama, vestibularnom aparatu, baro-receptori i hemoreceptori u arterijama, receptori za bol i neki taktilni receptor) i nazivaju se *tonički*, dok se neki **brzo** adaptiraju (vestibularni i neki taktilni receptori, zbog predviđanja položaja tela nekoliko sekundi *unapred*, i blagovremenog prilagođenja ravnoteže) i nazivaju se *fazički* ili *receptori za pokrete*.

TABELA 6.1 *Klasifikacija čulnih receptora*

Mehanoreceptori
KOŽNA ČULA DODIRA Slobodni nervni završeci Završeci sa proširenim vrškom Merkelove ploče Neki drugi oblici Završeci poput grančice Rufinijevi završeci Učaureni završeci Majsnerova telašca Krausova telašca Tvorevine oko korena dlake
ČULA DUBOKIH TKIVA Slobodni nervni završeci Završeci sa proširenim vrškom Neki drugi oblici Završeci poput grančice Rufinijevi završeci Učaureni završeci Pacinijeva telašca Neki drugi oblici Završeci u mišićima Mišićna vretena Goldžijevi tetivni receptori
SLUH Receptori za zvuk u pužu
RAVNOTEŽA Vestibularni receptori
ARTERIJSKI PRITISAK Baroreceptori u sinusu karotikusu i aorti
Termoreceptori
HLADNOĆA Receptori za hladnoću
TOPLOTA Receptori za toplotu
Nociceptori
BOL Slobodni nervni završeci
Elektromagnetni receptori
VID Štapići Čepići

TABELA 6.1 (nastavak)

Hemoreceptori
UKUS Receptori u ukusnim pupoljcima
MIRIS Receptori u nosnom epitelu
KISEONIK U ARTERIJSKOJ KRVI Receptori u aortnim i karotidnim telašcima
OSMOLARNOST Verovatno neuroni u supraoptičkim jedrima hipotalamusu
UGLJEN DIOKSID U KRVI Receptori u produženoj moždini, kao i u aortnim i karotidnim telašcima
GLUKOZA, AMINOKISELINE I MASNE KISELINE U KRVI Receptori u hipotalamusu

Na **brzinu prenosa** senzornih signala utiče prečnik i mieliniziranost senzornog nervnog vlakna. Najbrže provode mielinizirana vlakna velikih prečnika (do 20 μm – brzinom do 120 m/s), što je bitno u slučaju senzornih signala koji obaveštavaju možak o položaju tela pri brzim pokretima. Najsporije provode nemielinizirana vlakna malog prečnika (od 0,2 μm – brzinom od 0,5 m/s), koja povezuju toničke receptore sa centralnim nervnim sistemom, gde nisu tako bitne brzine promene čulnih draži; u tom slučaju je bitnije da je senzorno vlakno što tanje, jer je takvih senzornih vlakana oko dve trećine od ukupnog broja – što znači veliku uštedu prostora u nervima koji se moraju smestiti u kičmenu moždinu (u slučaju da su sva senzorna nervna vlakna maksimalnog prečnika, odnosno brzine prenosa, kičmena moždina bi morala biti debljine celog tela!).

Sami anatomske detalji različitih receptora i čulnih organa izlaze van okvira ovog kursa, i mogu se naći u udžbenicima fiziologije.

6.2 BIOLOŠKI EFEKTI ELEKTROMAGNETNIH POLJA, JONA I JONIZUJUĆEG ZRAČENJA

Poslednjih decenija nakupljen je priličan eksperimentalni materijal, koji nedvosmisleno ukazuje na biološke efekte elektromagnetskih (EM) polja, jona i ionizujućeg (radioaktivnog) zračenja.

BIOLOŠKI EFEKTI ELEKTROMAGNETNIH POLJA. Američki istraživač Adej (1980) je kroz svoja dugogodišnja istraživanja pokazao da **slaba EM polja** mogu prouzrokovati hemijske, fiziološke i bihevioralne promene u organizmu, samo u određenim "prozorima" u frekvenciji i intenzitetu!

Uočena su *dva frekventna prozora*: **ultraniskofrekventni** (UNF, $\sim 0\text{--}200$ Hz) i **radiofrekventno-mikrotalasni** (RF, $\sim 1\text{--}100$ MHz; MT, $\sim 1\text{--}300$ GHz), gde je ovaj drugi prozor često *amplitudno-modulisan* na UNF frekvencijama modulacije!

Pri tome postoje i odgovarajući prozori u intenzitetu: u **UNF** domenu **tkivni gradijenti** $\sim 10^{-7}$ V/cm (pored, naravno, gradijenata $\sim 10^{-1}$ V/cm, karakterističnih za EEG, i gradijenata $\sim 10^3$ V/cm, karakterističnih za *akcione potencijale neurona*), a u **RF-MT** domenu (sa amplitudnom modulacijom na UNF frekvencijama) **upadni MT gradijenti** $\sim 10^{-1}$ V/cm!

Na **UNF-prozor** rezonantno je osjetljiv **mozak** ($\delta, \theta, \alpha, \beta, \gamma$ - rezonantne frekventne trake u EEG-snimku, v. Od. 5.2.5), ali i **akupunktturni sistem** (Pomeranc, 1989, je pokazao da stimulacija na ~ 4 Hz rezonantno deluje na *endorfinski* a na ~ 200 Hz na *serotoniniski* i/ili *norepinervinski* analgezijski mehanizam akupunkture, a u ovom dijapazonu se decenijama koristi nemačka metodologija UNF-rezonantne elektropunkturne stimulacije; (Fol, 1976; Pflaum, 1979; Kramer, 1992; Leonard, 1993; Fišer, 1996). Osim toga, pošto **jonosfera** poseduje tzv. **Šumanove rezonance** na frekvencijama $f_n \approx 8\sqrt{n(n+1)/2}$ Hz, ($n = 1, 2, \dots$), koje padaju u UNF-domenu (Persindžer, 1974), izgleda da *Priroda* evolucionom biološkom selekcijom podržava **dugodometne UNF EM interakcije** između organizama i na *planetarnom nivou* – što bi mogao biti značajan **adaptacioni mehanizam** na nivou **bioloških vrsta!** Ovo gledište potvrđuju eksperimenti Šeldrajka (1987), koji ukazuju da jednom naučeni sadržaji od strane i malog dela neke biološke populacije – omogućavaju *lakše buduće obučavanje preostalog dela populacije!* Novija teorijska istraživanja (Raković, 1991-95) ukazuju i na **biofizički mehanizam UNF EM razmene informacija**, kodiranih u formi UNF EM polja moždanotalasno modulisanih akupunktturnih jonskih struja: *na krajevima perioda prelaznih stanja svesti* (na svakih $\sim 1,5 - 2$ h) *rasplinjavanje dislociranog dela jonskog akupunktturnog sistema* dovodi do oslobođanja i *emisije* do tada zarobljenog UNF EM polja moždanotalasno modulisanih akupunktturnih jonskih struja (v. fusnotu 38 u Od. 5.4.2). U tim trenucima "antena" za primopredaju UNF EM polja skokovito menja dimenzije od telesnih (~ 1 m) do jonosferskih (~ 40.000 km), povećavajući skokovito intenzitet emitovanog talasa za $\sim 10^{14}$ puta! Pošto se ovi procesi događaju sa *periodičnošću ultradijalnih bioloških ritmova* ($\tau \sim 1,5 - 2$ h), to je moguće *jonosferu shvatiti kao dinamičku memoriju bioloških vrsta*, u kojoj *biološke jedinke inoviraju i osvežavaju kolektivne memorije sadržaje čitave biološke vrste!*¹ Ovo pruža biofizičku osnovu i za Jungovo **kolektivno nesvesno!**

¹ Ovo ujedno ukazuje na veliki praktičan značaj morala čak i na nivou čistote misli i osećanja pojedinaca, jer se negativne misli i emocije pojedinaca ili grupa ljudi prenose na čitavu ljudsku populaciju, što se potom kumulativno pojačava – sa konačnim negativnim globalnim uticajem na ljudsku civilizaciju (v. takođe i fusnotu 38 u Gl. 5)! Takvo globalno procesiranje informacija na nivou jonos-

Pored dugodometnih UNF EM interakcija, gore pomenutih, postoje i **kratko-dometne UNF EM interakcije**, bazirane u osnovi na *EM indukciji!* Tipične biofizičke interakcije ovog tipa sreću se u **neverbalnoj hipnozi** (kada hipnotisani i ne vidi hipnotizera, koji se nalazi nekoliko metara iza njega), ali su i čest sadržaj dnevnih iskustava mnogih ljudi! Ovo ujedno ukazuje i na *potencijalno štetne efekte industrijskih EM polja* na 50 Hz, što je danas predmet ozbiljnih istraživanja u Japanu i SAD!

Na **MT frekventni prozor** posebno je osetljiv **akupunktturni sistem!** Rusko-ukrajinska biološko-medicinska MT istraživanja (Zaljubovskaja, 1970; Devjatkov et al, 1973-94; Sitko et al, 1982-94; v. i Raković et al, 1999-2001; Keković et al, 2005-07 i Zad. 6.1) pokazala su rezonantnu osetljivost akupunktturnog sistema, dovodeći MT-sondu u okolinu akupunktturnih tačaka. I male promene frekvencije (~ 1%) značajne su u ovoj metodi, koja se može koristiti za uspostavljanje narušene energetske ravnoteže organizma. Rusko-ukrajinski naučnici smatraju da je *akupunktturni sistem jedan dinamički makroskopski kvantni MT EM sistem*,² sa strukturiranim kanalima (meridijanima) kao mestima najmanje apsorpcije talasa, koji se od kostiju i kože totalno reflektuju, sa promenljivim rezonantnim frekvencijama koje zavise od psihosomatskog stanja različitih akupunktturnih meridijana. *Kvantno-koherentne karakteristike rezonantne MT-terapije* (visoko rezonantni MT senzorni odgovor obolelog organizma, biološki efikasno netermalno MT zračenje ekstremno niskog intenziteta i energije, i zanemarljivi MT energetski gubici duž akupunktturnih meridijana) ukazuju na EM/jonsku kvantno-holografsku funkciju akupunktturnog sistema (kao makroskopskim kvantno-holografskim Hopfieldovim neuronskim mrežama, sa memorijskim atraktorima koji odgovaraju različitim psihosomatskim stanjima; Raković, 1995-2006)

BIOLOŠKI EFEKTI JONA. Sistematsko ispitivanje uticaja jona na ljudski organizam započelo je u Sovjetskom Savezu još sredinom XX veka (Vasiljev, 1951; Minh, 1963; Čiževski, 1989), dok je na Zapadu započelo nešto kasnije (Kruger, 1969). Ustanovljeno je da **joni u vazduhu** (koncentracije $\sim 10^3 - 10^4 \text{ cm}^{-3}$) suštinski utiču na *bihevioralne efekte* (svežina/zamor, opuštenost/razdražljivost), a na duge staze i na *zdravlje ljudi!* Pri tome je pokazano da **pozitivni joni** deluju *eksitirajuće* (dovodeći konačno do *zamora*, a na duže staze i do pojave *bolesti*), a **negativni joni** *relaksirajuće* (dovodeći do *opuštanja*, i time poboljšavajući *zdravstveno stanje* organizma)!

fere omogućeno je nehomogenostima u njenoj jonskoj strukturi na mestima varijacija u gustini linija zemljinog magnetnog polja, čime se jonsfera ponaša kao džinovska kvantno-holografска neuronska mreža, sa jonskim kanalima veće električne provodnosti u odnosu na okolinu.

² U kontekstu biofizičkog kvantno-holografskog/kvantno-relativističkog modela svesti (v. Od. 5.4.1-2) dislocirajući deo jonske akupunkturne strukture imao bi funkciju kvantno-holografске MT neuronske mreže, modulisane introspektivnim UNF moždanotalasnim informacijama ili širokopojasnim kvantno-senzornim informacijama percepiranim u izmenjenim i prelaznim stanjima svesti.

Pokazalo se da aparati u domaćinstvu, personalni računari, klima uređaji i industrijske mašine generišu višak "+" jona, što dovodi do ubrzanog zamora ljudi u njihovoј blizini! Zato su poslednjih godina napravljeni minijaturni *generatori negativnih jona* (tzv. *jonizatori vazduha*), koji u svojoj blizini podižu koncentraciju "–" jona i do $\sim 10^5 \text{ cm}^{-3}$, postižući višak "–" jona u zatvorenim prostorijama, i uspostavljajući **mikroklimu** kakva se sreće u prirodi pored reka, vodopada, mora, u šumama i na planinama, posle jakih grmljavina i obilnih pljuskova! Ovo bi se moglo nazvati *mikroklimatskim bioinženjerigom*, koji bi mogao imati izuzetan značaj za podizanje globalnog zdravstvenog nivoa ljudi.

Pored veštačkih izvora loše delujućih "+" jona, postoje i prirodni izvori, najčešće u obliku toplih vetrova (kao, na primer, *fen* – vetar koji duva u južnoj Nemačkoj i Švajcarskoj). *Statistička istraživanja* su pokazala da u periodima pojave toplog vetra dolazi do povećanog broja postoperativnih komplikacija i smrtnih slučajeva u šok-sobama, kao i mnoštva drugih fizičkih i psihičkih smetnji: glavobolja, vrtoglavica, mučnina, alergijskih disajnih problema, astme, bronhitisa, nesanica, zamora, razdražljivosti, uzinemirenosti, depresija, kao i povećane stope samoubistava. I ovde se, kao preventiva, dobro pokazala upotreba generatora "–" jona.

Aerojonizatori prečišćavaju i vazduh kroz električnu neutralizaciju krupnih pozitivnih aerojona prašine, neprijatnih mirisa, duvanskog dima, polena i drugih alergena – čime se smanjuje njihov stresogeni uticaj na organizam; osim toga, aerojonizatori efikasno čiste vazduh od bakterija i virusa.

Fiziološki značaj hemijske prirode aerojona još uvek nije jasan. Ruska istraživanja su pokazala da je funkcionalni efekat jona iste polarnosti ali različitog hemijskog sastava (mali gasoviti anjoni O_2^- , O_3^- , H_2O^- ... i katjoni NO^+ , H_2O^+ , CO_2^+ ...), teški gasoviti kompleksi anjona O_2^- (H_2O)_n... i katjona H_3^+O (H_2O)_n...) suštinski isti, implicirajući da se delovanje aerojona ostvaruje transferom naelektrisanja na organizam. Međutim, takođe je pokazano (Kruger & Smit, 1958) da negativni joni imaju fiziološki uticaj na porast traheo-cilijarne pokretljivosti kod zečeva samo u prisustvu O_2 u vazduhu, dok pozitivni joni imaju fiziološki uticaj na smanjenje traheo-cilijarne pokretljivosti kod zečeva samo u prisustvu CO_2 u vazduhu – implicirajući verovatni fiziološki značaj O_2^- i CO_2^+ aerojona u nozdrvama, kao neophodnih prekursora za dominantno inhaliranje negativnih aerojona kroz *idu* i pozitivnih aerojona kroz *pingalu*, u njihovim alternirajućim aktivnim fazama svakih ~ 1 sat, respektivno, sa odgovarajućim ulazima u levoj i desnoj nozdrvi saglasno *svara jogi* (Raković et al, 1999-2001).³

³ *Ova slika je u skladu sa gledištem o sukcesivnom dominantnom protoku (negativnih) anjona kroz levi cirkulatorni deo akupunktturnog sistema i (pozitivnih) katjona kroz desni cirkulatorni deo akupunktturnog sistema (Raković et al, 1999-2001), sa normalnom ultradijalnom periodičnošću ~ 2 sata (tj. po ~ 1 sat alternativna dominacija leve i desne faze: *ida-pingala-...*). Mada ovaj ritam nije prividno u fazi sa \sim*

Biofizički mehanizam delovanja jona treba tražiti u *jonskoj prirodi akupunktturnog sistema*, odnosno *či-a* koji saglasno kineskoj tradicionalnoj medicini teče kroz akupunkturne kanale; i druge tradicije poznaju značaj jona: indijska (*prana*), grčka (*pneuma*) i savremena civilizacija (*bioenergija*)! Treba istaći da se u *bioterapeutskoj praksi* poslednjih godina odomaćio pogrešan termin "bioenergija", jer se ne radi ni o kakvom novom tipu energije specifičnom za biološke sisteme (Raković, 1991). U suštini, radi se o **difuziji jona**, sa *jonski bogatog akupunktturnog sistema iscelitelja na jonski osiromašeni akupunktturni sistem obolelog!* Konfuzija u interpretaciji bioterapeutskih isceljenja nastaje i zbog kombinacije jonskog difuzionog mehanizma sa *dva prateća biofizička mehanizma*: (1) kratkodometnim UNF EM indupcionim interakcijama između akupunktturnih sistema iscelitelja i obolelog (verovatno značajnim za biodijagnostiku, ali i za terapeutsko-sugestivne neverbalne poruke); (2) prostorno-vremenskim tuneliranjem dislociranog dela jonskog akupunktturnog sistema iscelitelja u blizinu obolelog (uz potonju kombinaciju jonske difuzije i kratkodometnih UNF EM indupcionih interakcija), pri "adresiranju" iscelitelja na obolelog u prelaznim stanjima svesti (v. Od. 5.3.1)!⁴

BIOLOŠKI EFEKTI JONIZUJUĆEG ZRAČENJA. Prolaskom **jonizujućeg zračenja** (visokoenergetski fotoni X- i γ -zračenja, elektroni, protoni, neutroni, α -čestice i drugi teži joni) kroz biološka tkiva, dolazi do njihove *direktne ili indirektne ionizacije*, što može dovesti do različitih biohemičkih promena. Ove *radijacione promene* mogu biti kako na nivou manjih molekula, tako i proteina i DNK i RNK.

24-satnim akupunktturnim ritmom sukcesivne dominacije 12 parnih meridijana (tj. ~ 2-satnom sukcesivnom dominacijom svakog organ-povezanog meridijana sa odgovarajućim jin ili jang funkcijama u sledećem redosledu: jin-jin-jang-jang-...; v. Od. 6.3), čini se da svaka ~ 2-satna organ-povezana akupunktturna faza (bilo jin bilo jang) zahteva kompletetu ~ 2-satnu nazalnu fazu (ida-pingala) da bi se balansirale aktivnosti odgovarajućeg organ-povezanog para simetričnog levog i desnog meridijana, da bi se omogućile i regenerativne (anaboličke, ida-slične levo-meridijanske) i degradativne (kataboličke, pingala-slične desno-meridijanske) funkcije organa (Raković et al, 1999-2001), doprinoseći konačno bilo jin bilo jang sveukupnom odgovarajućem efektu organa sa gledišta kineske tradicionalne medicine. Ovo pokazuje da su metabolički značajni i negativni i pozitivni aerojoni (što potvrđuju eksperimenti sa opitim životinjama koje umiru posle par nedelja u atmosferi bez jona!), ali da je mali višak (odnos 5:4) u korist negativnih relaksirajuće blagotvoran za telo (v. Od. 6.3)!

⁴ Ovaj poslednji mehanizam tzv. "astralnih projekcija" sreće se u spiritualnim isceljenjima bez prostorno-vremenskih barijera između iscelitelja i obolelog (Markides, 1990), ali i u dobro dokumentovanim čudesnim religioznim isceljenjima (Talbot, 1991), kada se oboleli "adresira" na moćne i pročišćene EM/jonske eksitirane vakuumске arhetipske makrovantne spiritualne strukture iz religijskih tradicija i Istoka i Zapada, sa različito racionalizovanim personalizovanim panteonima (Vente, 1968; Vujičin, 1995; Vlahos, 1998). Inače, arhetipovi su koncept slavnog psihologa Junga (1972), koji se odnosi na informacione sadržaje kolektivnog nesvesnog ljudske vrste, poput mitova, religijskih i drugih simbola i sl., kojima i čovekova individualna svest ima pristup u izmenjenim i prelaznim stanjima svesti.

Primećeno je da pri radijacionom ozračenju dolazi do *smanjenja disanja ćelija, inaktivacije enzima* (fermenata), *denaturacije proteina, usporavanja ili prekida ćelijske deobe*, sa *nенormalностима* (mutacijama) u hromozomskom materijalu. Iako ekspoziciona doza od 1000 R (rendgena) proizvodi $\sim 10^{15}$ jonskih parova/g tkiva (a u tkivu ima $\sim 10^{22}$ atoma/g), odnosno ionizuje samo jedan atom na svakih 10^7 postojećih, ipak oštećenje i *samo jednog* od velikih i vitalno važnih molekula (proteina, DNK, RNK) može da bude vrlo *subbonosno* po ćelije. Tako, kod sisara i pri malim dozama dolazi do *smanjenja broja crvenih krvnih zrnaca, raznih krvarenja, infekcija* i sl.

Zato se danas smatra da za većinu somatskih i genetskih oštećenja ne postoji minimalna doza zračenja, ispod koje bi vrednost oštećenja bila jednaka nuli! Ipak, iz praktičnih razloga je propisana **maksimalna dozvoljena doza ozračivanja** (0,1 rem/nedeljno, odnosno 5 rem/godišnje). Pošto svi ljudski organi nisu podjednako radiosenzitivni, tu je napravljena dodatna klasifikacija na četiri grupe organa, od kojih su *najosetljivije* polne žlezde, koštana srž, očno sočivo (5 rem/godišnje), a *najmanje osjetljivi* donji delovi ekstremiteta (75 rem/godišnje); ostali organi prosečno tolerišu doze od 15 rem/godišnje.

Detalji o dozimetriji i zaštiti od zračenja izlaze izvan okvira ovog kursa, i mogu se naći u specijalizovanoj literaturi.

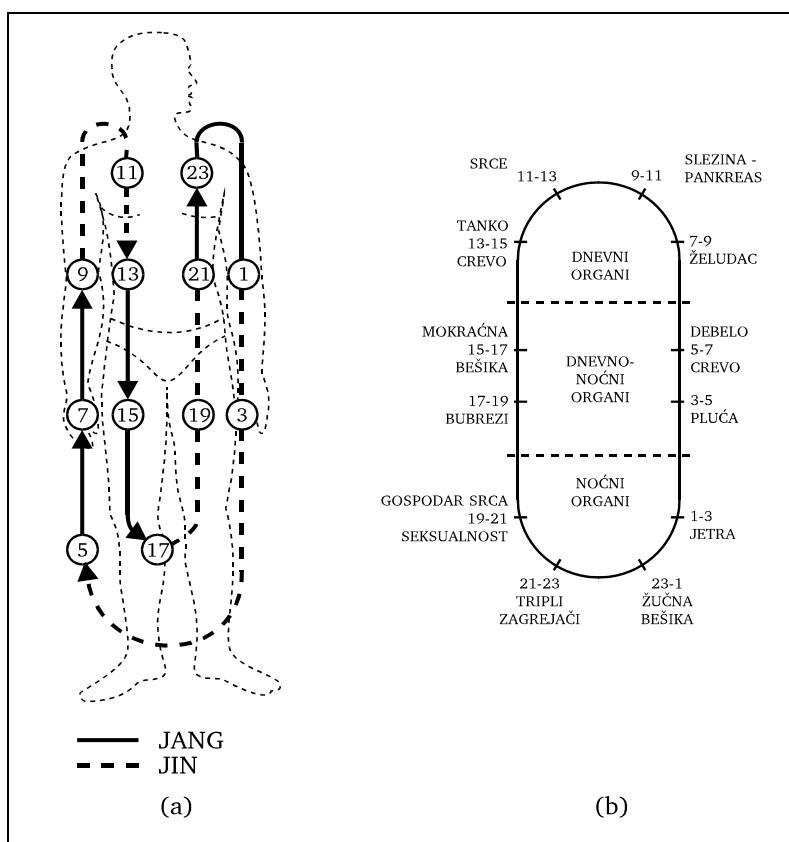
6.3 MEHANIZMI AKUPUNKTURNE STIMULACIJE

Kineska tradicionalna medicina je znatno starija od zapadne, evropske medicine. **Akupunktura**, kao jedna od najvažnijih oblasti kineske medicine, *prastara* je metoda, koja datira još iz kamenog doba (kineska predanja govore o imperatoru Šin-Nongu (3.200 g.p.n.e.) kao izumitelju kineske medicine), kada su korišćene igle od uglačanog kamena, sve do otkrića bakra, 2.600 g.p.n.e.⁵

Reč *akupunktura* znači ubadanje (*akus* - igla), i odnosi se na ubadanje igala u tačno određena mesta na koži (*akupunkturne tačke*), čime se reguliše protok životne energije (*či*) duž energetskih puteva (*meridijana*), koji spajaju odgovarajuće akupunkturne tačke. Po Kinezima, svi meridijani su međusobno povezani jednim naročitim redom, čineći tako *dva neprekidna i zatvorena puta*, po jedan sa obe strane tela, koji se sastoje od 12 *meridijana* – koji imaju korespondenciju sa 12 unutrašnjih organa: 6 organa "radionica" (želudac, tanko crevo, debelo crevo, žučna bešika, mokračna bešika, i tripli zagrejači koji odgovaraju zajedničkoj akciji respiratornog, digestivnog i genito-urinarnog trakta), koji spolja unetu hranu transformišu u energiju i krv, i 6

⁵ U zapadnoj hemisferi nisu nađeni tragovi korišćenja ove metode lečenja iglama, za razliku od nekih drugih medicinskih znanja (iz anatomije, hirurgije, anesteziolije, fiziologije, masaže, hidroterapije, psihoterapije, dijetetike, farmakologije, infektologije, imunologije, ...), koja je evropska nauka kasnije otkrila i čak proširila.

organa "trezora" (srce, pluća, slezina sa pankreasom, jetra, bubrezi, i srčani omotač ili "gospodar srca" kombinovan sa seksualnim organima nazvanim "seksualnost"), koji primaju energiju i krv od organa radionica i preuzimaju na sebe ulogu prečišćavanja i raspodele energije kroz organizam. Organi radionice su *jang*-organi, a organi trezori su *jin*-organi.



SLIKA 6.1 Šema prikaza tradicionalne kineske predstave cirkulacije energije u telu čoveka:
(a) tokom 24 časa i (b) časovi maksimalne aktivnosti organa.

Vitalna energija (ći) kreće se podjednako i istovremeno kroz obe polovine tela. *Vreme prolaska* *ći*-a kroz svaki meridijan je 2 časa, tako da za 24 časa energija prođe kroz svih 12 meridijana! *Svaki organ* ima svoj *čas ulaska* (kada započinje *maksimum aktivnosti* od 2 časa za taj organ) i *čas izlaska* *ći*-a (kada započinje *minimalna aktivnost* od 2 naredna časa): u vreme maksimalne energije ima najviše mogućnosti da se akupunktturnim iglama stiša odgovarajući organ, a u vreme minimalne energije najveća je mogućnost da se pojača organ (to vreme od po dva časa može se nazvati plimom i

osekom jednog organa)¹⁶ Na Sl. 6.1 prikazana je dnevna dinamika cirkulacije *ći-a*. Treba istaći da iako je na Sl. 6.1(a) prikazan tok energije kroz obe polovine tela, to predstavlja samo likovnu stilizaciju: međusobno su povezani meridijani jedne polovine tela, i cirkulatorno su dve polovine tela skoro *nezavisne*! Vidi se da se redaju uzastopno *jin-jin-jang-jang-jin*-..., i to poparno povezani *jin-jang*, odnosno *jang-jin* organi.

Pored 12 parnih meridijana, koji su velika dvojna cirkulacija energije, Kinezi su naznačili i 2 srednja meridijana, jedan prednji i jedan zadnji, nezavisna od velike cirkulacije. Ta dva srednja meridijana ne odgovaraju organima već organskim funkcijama, i njima se Kinezi služe u slučaju kada meridijani organa ne reaguju povoljno na nadražaje.

Postoje ukupno 794 glavne akupunkturne tačke na celom telu. Tačke se mogu *stimulisati* ubadanjem metalnih igala, UNF električnom strujom, MT zračenjem, magnetima, toplotom, pritiskom, slabim laserskim snopom, aerojonskom ili bio-terapeutskom stimulacijom (Škokljev, 1976; Portnov, 1982; Omura, 1989)!

Indijska tradicionalna medicina, i posebno jedan od njenih najznačajnijih reprezenata, **svara joga**, poznavala je takođe energetski sistem analogan kineskom akupunktturnom sistemu. Indusi su za *ći* koristili termin *prana*, a za *meridian* termin *nadi*. Poznavali su 14 važnih *nadi-a*, ali 3 od njih imaju životnu važnost: *ida*, *pingala* i *šušumna*! Ova tri *nadi-a* povezana su sa limbičkim sistemom mozga.

Aktivacija *ide* utiče na hipotalamus i hipofizu, i time na sintezu hormona rasta i *anaboličke procese*! Ovaj kanal polazi od *baze kičme*, teče *levo* od kičmenog stuba i završava u *korenu leve nozdrve*, granajući se u fine kapilare. Kanal je aktivan kada je otvorenija *leva nozdrva*, odnosno aktivnija kontralateralna, *desna moždana hemisfera*!

Aktivacija *pingale* utiče na talamus i hipotalamus, ali ne i hipofizu, aktivirajući *kataboličke procese*! I ovaj kanal polazi od *baze kičme*, ali teče *desno* od kičmenog stuba i završava u *korenu desne nozdrve*. Kanal je aktivan kada je otvorenija *desna nozdrva*, odnosno aktivnija *leva moždana hemisfera*!

Kanal *šušumna* povezan je sa nervnim snopom *corpus callosum* (koji povezuje dve moždane hemisfere) i malim mozgom. I ovaj kanal polazi od baze kičme i smešten je *između* *ide* i *pingale*: njegova energija teče kroz kičmeni stub, a završava se na vrhu lobanje na mestu fontanele ("meka kost" na lobanji deteta, koja očvršćava 3-6 meseci posle rođenja). *Šušumna* je aktivna *vrlo kratko*, u trenucima smene dominacije

¹⁶ Treba istaći da se prema tibetanskoj tradicionalnoj medicini (Petrović, 2000) akupunkturna procedura mora ponavljati svakih nekoliko meseci (verovatno kao posledica obnovljenih pacijentovih mentalnih opterećenja iz njegovog mentalnog transpersonalnog okruženja blisko povezanih rođaka/neprijatelja/pokojnika, koji su ostali ne-reprogramirani na nivou kvantno-holografske kolektivne svesti (Raković, 2002-06) – što podržava i tibetanska puls dijagnostika bazirana na 20 pulseva, koja omogućava preciznu dijagnozu psihosomatskih poremećaja ne samo pacijenata već i njihovih članova familije i neprijatelja sa kojima se transpersonalno stalno razmenjuju psihosomatska opterećenja).

aktivnosi ide i pingale. Šušumna je jedini kanal koji prolazi kroz sve *čakre*,⁷ odnosno glavne akupunkturne tačke duž kičme, koje su *funkcionalno* povezane sa obližnjim žlezdama sa unutrašnjim lučenjem!

Kroz svoju povezanost sa *endokrinim žlezdama* (sa unutrašnjim lučenjem hormona), ova tri *nadi-a* utiču na *biohemiju* čitavog organizma! Takođe, ovi kanali su povezani sa simpatičkim i parasympatičkim *autonomnim nervnim sistemom*, što ukazuje da je i *mehanizam akupunktturnog delovanja*, iniciran delovanjem na akupunkturne tačke na površini kože, posredstvom aktivacije/deaktivacije autonomnog nervnog sistema, kičmene moždine i mozga!

Svara joga poznaje do detalja značaj *ultradijalnih ritmova* (moždanih i nazalnih), i mogućnost njihove *kontrole* u procesu ozdravljenja ili održanja energetskog i emocionalnog balansa organizma (Johari, 1989)!⁸

I kineska i indijska tradicionalna medicina su, pored praktičnih zdravstvenih aspekata, duboko obojene i *mističnim konotacijama*. To je bio jedan od razloga zašto je zapadna nauka teško usvajala tekovine istočne naučne tradicije. Drugi je što je nedostajala jasna *anatomska baza* kineskog (i indijskog) akupunktturnog energetskog sistema.

Ipak, poslednjih godina su istraživanja "gap junction" *jonskih kanala* (v. Od. 3.1) pokazala za red veličine povećanu njihovu koncentraciju na mestima akupunktturnih

⁷ Prema Hinduizmu, ima ih sedam, i pripisuje im se mistično značenje. Sukcesivnom aktivacijom ovih "centara svesti" (u kojima prana/joni u normalnom stanju cirkulišu u smeru kazaljke na satu, čiji se ritam usporava u slučaju psihosomatskih bolesti sa mogućnošću i reverzije smera rotacije u slučaju najtežih oboljenja; Vujčić, 1995), počev od baze kičme pa do temena, prema indijskoj ezoterijskoj tradiciji dolazi do sve većeg "proširenja svesnosti", sticanja mističnih moći (sidi; ima ih osam), uz konačno dostizanje stanja nirvane (mistično jedinstvo sa Apsolutom), čime se dostiže spiritualni cilj i završava ciklus reinkarnacija (Vilber, 1980; Vujčić, 1995). U tom kontekstu treba pomenuti i višemilenijumsku kontroverzu o post mortem evoluciji duše, koja se verovatno odnosi na interpretativni epistemološki nivo racionalizovanja transpersonalnog prenosa mentalno-adresiranih opterećenja unutar postojeće generacije i dalje na naredne posredstvom mreže kolektivne svesti, sa mogućim impresijama da se naročito jaki konflikti prenose kao "ego-stanja" koja ostavljaju snažan utisak prethodno proživljenih života (Raković, 2006; v. i fusuotu 32 u Od. 5.4.2.)?

⁸ Moždani ultradijalni ritam upravlja kontralateralno nazalnim ritmom (aktivnija leva moždana hemisfera dovodi do aktivnije (otvorenije) desne nozdrve, i obrnuto za suprotnu hemisferu). Međutim, prema svara jogi (Johari, 1989) postoji i mogućnost povratnog uticaja nazalnog ritma na moždani, aktivacijom neaktivnije nozdrve specijalnom procedurom disanja: pritiskom prsta zatvori se aktivnija nozdrv, i intenzivno i kratko udahne 10-15 puta na neaktivniju nozdrv. Time se kroz jonske receptore u korenu nozdrve aktivira do tada neaktivniji kanal (ida ili pingala), i akupunktturnim mehanizmima utiče na limbičke moždane centre da promene fazu moždanog ultradijalnog ritma. Efekat se postiže već posle nekoliko minuta, što se lako uočava na izmenjenoj aktivnosti nozdrva. Procedura je vrlo jednostavna, i može se efikasno koristiti za presecanje razvoja prehlade u početnoj fazi (čime se preseca ultradijalni ritam razvoja bolesti), za promenu stresnih raspoloženja i sl.

tačaka, što je u skladu sa znatno manjom električnom otpornošću ($\sim 50\text{ k}\Omega$) akupunktturnih tačaka u odnosu na okolno tkivo ($\sim 1\text{ M}\Omega$)! Biofizički model akupunktturnog sistema i svesti (Raković, 1991-95) ukazuje na **jonsku prirodu akupunktturnog sistema**,⁹ uz mogućnost njegove delimične dislokacije izvan granica kože u izmenjenim stanjima svesti, što potvrđuje višemilenijumska istočna i zapadna ezoterička tradicija! S tim u vezi, či (prana, pneuma, vitalna energija, bioenergija) imala bi svoju teorijsku interpretaciju u **jonima**, od kojih "+" joni imaju degradativni katabolički (jang) uticaj i teku dominantno kroz desni deo cirkulatornog akupunktturnog sistema, dok "-" joni imaju inhibirajući anabolički (jin) uticaj i teku dominantno kroz levi deo cirkulatornog akupunktturnog sistema (v. Sl. 6.1(a))!¹⁰ Mehanizmi akupunkturne stimulacije održavaju aktivnost "+" i "-" jona u ravnoteži, što odgovara normalnom zdravstvenom stanju. S obzirom na teorijske i praktične mogućnosti neobičnih "*astralnih projekcija*" svesti (odnosno prostorno-vremenskog tuneliranja dislocirane

⁹ Na jonsku osnovu či-a kineskog akupunktturnog sistema (ili prane indijskog energetskog sistema), ukazuje i za red veličine veća koncentracija jonskih "gap junction" kanala (v. Od. 3.1, kao i Zad. 6.1), što je u skladu i sa pomenutom za red veličine većom električnom provodnošću kože akupunktturnih tačaka u odnosu na okolno tkivo, kao i sa znatno povećanom resorpcijom aerojona u tim tačkama! Biofizička jonska interpretacija akupunktturnog sistema može objasniti i kineske terapeutske concepcije jin-jang/tonifikacije-sedacije preko vrste igala (Ag-Au) ili njihove rotacije (u smeru-kontrasmeru kazaljke na satu), zavisno od vrste poremećaja i strane tretiranog meridijana (Raković et al., 1999-2001): jin sindrom (višak negativnih jona u nekom od levo-meridijanskih parnjaka) pojačava se unošenjem u njega pozitivnih jona iz vazduha ili odvođenjem iz njega negativnih jona (kroz Ag-igle kao anode) tj. rotacijom igala u smeru suprotnom kazaljki na satu na levo-meridijanskom parnjaku (tako zatvarajući njegove GJ-kanale za protok negativnih jona) ili rotacijom igala u smeru kazaljke na satu na odgovarajućem desno-meridijanskom parnjaku (tako otvarajući njegove GJ-kanale za protok pozitivnih jona); i jang sindrom (višak pozitivnih jona u nekom od desno-meridijanskih parnjaka) stišava se unošenjem u njega negativnih jona iz vazduha ili odvođenjem iz njega pozitivnih jona (kroz Au-igle kao katode) tj. rotacijom igala u smeru suprotnom kazaljki na satu na desno-meridijanskom parnjaku (tako zatvarajući njegove GJ-kanale za protok pozitivnih jona) ili rotacijom igala u smeru kazaljke na satu na odgovarajućem levo-meridijanskom parnjaku (tako otvarajući njegove GJ-kanale za protok negativnih jona). S druge strane, neka druga kineska terapeutska pravila mogu se shvatiti uzimanjem u obzir i funkcionalne fiziološke interakcije akupunktturnog sistema sa nervnim i humoralnim sistemom.

¹⁰ Pošto se joni normalno nalaze u vazduhu, prema svara jogi (Johari, 1989) veoma je bitan pravilan način disanja, kako bi se kroz glavne jonske kanale (idu i pingalu, sa ulazima u korenu nozdrva) inhalirala što veća količina jona, što se preporučuje na svežem i nezagadenom vazduhu. Pri tome se praktikuje isključivo disanje na nos, sa pauzom za zadržavanje daha između udisaja i izdisaja (da bi što veća količina jona bila inhalirana u jonske kanale, i potom preraspodeljena u akupunktturnom jonskom sistemu). Za održanje dobrog zdravstvenog stanja, preporučuje se polučasovno ritmičko disanje u jutarnjim i večernjim opuštenim šetnjama, sa ritmičnošću 6:6:12 (tokom 6 koraka dubok udisaj, narednih 6 koraka zadržavanje daha, i narednih 12 koraka usporen i potpun izdisaj), 5:5:10 ili 4:4:8, zavisno od individualnog kapaciteta pluća. Ove vežbe disanja treba sprovoditi na čistom vazduhu (najbolje pored reka), gde postoji višak "-" jona, koji blagotvorno deluju na opuštanje organizma i time na zdravstveno stanje uopšte!

jonske strukture sa zarobljenim UNF EM poljem u prelaznim stanjima svesti, v. Od. 5.4.1), bez ikakvih prostorno-vremenskih ograničenja – onda i neobične akauzalne zakonitosti kretanja u "astralnim projekcijama" (poznatim u istočnoj i zapadnoj ezoterijskoj tradiciji hiljadama godina) postaju konceptualno razumljive!¹¹

Kao što se vidi iz prethodnih Gl. 5 i 6, mnogi holistički pojmovi *istočne tradicionalne medicine i transpersonalne psihologije* nalaze razumno *biofizičko objašnjenje* u duhu zapadne naučne tradicije, što verovatno ukazuje da je sazrelo vreme za spajanje zapadne parcijalno-simptomatske i istočne preventivno-holističke medicinske paradigme – u novu integrativnu medicinsku (*kvantno)holografsku paradigmu* (Raković et al, 2006-07).

6.4 ZADACI

6.1 Razmotriti model solitonskih nedisipativnih mikrotalasnih električnih signala duž mikrotubularnog citoskeleta akupunktturnih 'gap junction' (GJ) kanala u mikrotalasnoj rezonantnoj terapiji (MRT) akupunktturnog sistema.

Rešenje:

Sam mehanizam jonskog transporta kroz GJ-kanale akupunktturnog sistema verovatno je klasični, ali ostaje pitanje kako se ostvaruje kontinuitet jonskog akupunktturnog sistema kroz citoskeletalnu strukturu između dve naspramne ćelije GJ-kanala (v. Sl. 3.2). Visokofrekventna komponenta akupunktturnih struja, široko korišćena u MRT stimulaciji akupunktturnog sistema u dve poslednje decenije, implicira da objašnjenje citoplazmatske provodnosti treba tražiti u okvirima Frelihove teorije (1968).

Frelih je fenomenološki razmatrao lanac dipola spregnutih kulonovskim interakcijama i pokazao da se energija koja ulazi u sistem, pri nekoj kritičnoj vrednosti kanališe u energiju longitudinalnih električnih oscilacija. Taj proces se naziva kondenzacija, i opisuje se koherentnim ponašanjem sistema u formi koherentnih longitudinalnih električnih oscilacija, sa delom energije disipiranim na termalizaciju sistema dipola. Eksitirani lanac dipola

¹¹ U izmenjenim stanjima svesti, ne-niskodielektrične prepreke (zidovi i sl., sa $\epsilon_r > 2$) u interakciji sa niskodielektričnom ($\epsilon_r \approx 1$) jonskom strukturu – takođe indukuju prelazna stanja svesti za zarobljeno UNF modulišuće EM polje u jonskoj strukturi – ukazujući da ne-niskodielektrične prepreke pomažu sopstvenom prevazilaženju u tim indukovanim prelaznim stanjima svesti, potpuno suprotno normalnim iskustvima u uobičajenim mehaničkim interakcijama sa čvrstim preprekama (Raković, 1995)! A to su, upravo, karakteristike ezoterijskog "astralnog sveta" (Monro, 1971), koji je saglasno biofizičkom kvantno-holografskom/kvantno-relativističkom modelu svesti – svet makroskopskih kvantnih jonskih struktura sa zarobljenim UNF modulišućim EM poljem.

predstavlja metastabilno stanje, podržano energijom hemijskih reakcija ili spoljašnjeg električnog polja. Kao posledica, eksitacija dipola se prenosi kroz lanac nekom brzinom, koja se može interpretirati kao kretanje polarizujućeg polja.

Da bismo procenili frekventni opseg tih električnih oscilacija, sprovešćemo jednostavnu matematičku analizu na Q1D-sistemu (Keković et al, 2005). Pretpostavićemo da se ulaskom spoljašnje energije u sistem dipola pojavljuje neka promena u koncentraciji dimera unutar lanca. Indukovano električno polje može se izračunati iz Maksvelove jednačine: $\text{div}E = -\rho/\epsilon_0 = -nZe/\epsilon_0$, gde je n koncentracija a Ze nanelektrisanje dimera u mikrotubulama ($Z = 18$). Pošto je sila koja deluje na dimer $F = ZeE$, gde $E = -nZex/\epsilon_0$ sledi iz gornje jednačine za Q1D sistem, jednačina kretanja za dimer postaje: $d^2x/dt^2 + nZ^2e^2/\epsilon_0 m_d = 0$, odakle odmah sledi frekvencija električnih oscilacija: $\omega \cong (nZ^2e^2/\epsilon_0 m_d)^{1/2}$. Za tipične vrednosti parametara ($n_o = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ i $m_D = 5,5 \cdot 10^{-23} \text{ kg}$), dobija se frekvencija oscilacija indukovanih električnih polja $\omega_o = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$. Ako dalje usvojimo da na lokaciji eksitacije lanca dipola, koncentracija dimera može porasti za dva reda veličine ($n_l = 100 n_o$), gornja granica frekvencije električnih oscilacija može dostići $\omega_l = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$. Prema tome, frekventni interval električnih longitudinalnih oscilacija sistema dipola je: $10^{10} \text{ Hz} \leq \omega \leq 10^{11} \text{ Hz}$, što je u dobroj saglasnosti sa prethodno dobijenim teorijskim vrednostima.

Uloga koherentnih longitudinalnih električnih oscilacija u transportu nanelektrisanja je veoma važna, jer je njihova egzistencija u sistemu dipola neophodan uslov za pojavu kink-solitonskih nelinearnih eksitacija. Autolokalizacija kvazi-čestica eksitona (elektrona, vibrona, šupljina) u prisustvu slabe interakcije sa fononima, predstavlja teorijsku osnovu za opis solitona: ako je energija eksitona znatno viša od karakteristične energije fononskog podsistema (uslov adijabatičnosti), moguća je pojava solitona u Q1D-sistemima (Ivić et al, 1989-1999; v. i Zad. 1.10).

Na primer, energija oslobođena u hemijskim reakcijama pobuđuje tubulinske dimere, ispunjavajući uslov adijabatičnosti. Ova energija u formi amid-I eksitacije (vibrona), spreže se sa longitudinalnim koherentnim električnim oscilacijama, stvarajući nelinearnu eksitaciju Q1D lanca – soliton. Takva robustna stabilna prostorno-vremenska konfiguracija nastavlja da se kreće kroz lanac eksitirajući naizmenično dimere, što u realnoj fizičkoj situaciji odgovara mobilnom polarizujućem polju koje kulonovskim interakcijama pomera dimere iz ravnotežnih položaja. Da bi se opisali pomenuti fizički procesi, potrebno je razmotriti sve relevantne sile koje deluju na dipol.

Odgovarajući modelni *hamiltonian za ispitivanje dinamike dimera u mikrotubulama*, ima sledeću formu (Satarić et al, 1996):

$$H_s = \sum_{n=1}^N \left[\frac{M}{2} \left(\frac{du_n}{dt} \right)^2 + \frac{K}{4} (u_{n+1} - u_n)^2 - \left(\frac{A}{2} u_n^2 + \frac{B}{4} u_n^4 \right) - C u_n \right]; \quad (1)$$

prvi član u zagradi predstavlja kinetičku energiju pridruženu longitudinalnom pomeraju u_n n -tog konstitutivnog dimera, mase M ; drugi član potiče od restitutivnih sila između susednih dimera u mikrotubuli; treći član odgovara kvartičnom potencijalu sa dvostukom jamom, koji se standardno koristi za opis kritičnih fenomena (strukturnih prelaza u uniaksijalnim feroelektricima, feromagneticima itd.), dok je modelni parametar A tipično linearna funkcija temperature i može menjati znak na temperaturi prelaza T_c , a B je pozitivni i temperaturno nezavisni parametar; i četvrti član uračunava uticaj lokalnog električnog polja E generisnog velikim dipolom mikrotubularnog cilindra kao celine na n -tom konstitutivnom dimeru efektivnog naelektrisanja q . Rešavanjem *jednačine kretanja* koja sledi iz gornjeg hamiltonijana, pokazuje se da je u prisustvu sile prigušenja rastvarača $F = -\gamma du_n/dt$, *longitudinalni pomeraj n-tog dimera* jednak $u_n(t) = u_0 \left[\text{th} \sqrt{2\alpha\xi} - \sigma/2 \right]$. U tom izrazu $\xi = (x - vt)$ predstavlja pokretnu koordinatu kink-solitona, $\alpha = [A]/M(v_0^2 - v^2)]^{1/2}$ je uvedena konstanta u kojoj je v brzina kink-solitona a $v_0 = R_0 \sqrt{K/M}$ brzina zvuka, gde je R_0 linearna dimenzija dimera; treba dodati da je $\omega_0 = \sqrt{K/M}$ frekvencija longitudinalnih električnih oscilacija, a $\sigma = qB^{1/2}A^{3/2}E$. Pokazuje se da izraz za brzinu kink-solitona kroz mikrotubulu: $v = 3v_0(MB/2)^{1/2}qE/\gamma|A|$, odakle se vidi da porast lokalnog električnog polja dovodi do porasta brzine kink-solitona, doprinoseći njegovoj stabilizaciji pod uticajem topotnih fluktuacija.

Da bi se objasnio mehanizam transporta naelektrisanja u mikrotubulama, potrebno je poći od činjenice da injektorani jon može biti ubrzan čelijskim membranskim potencijalom do brzina $\sim 10^4$ m/s, dovoljnih za eksitiranje kink-solitona posle sudara jona sa polarnim molekulom (tubulinskim dimerom). *Eksitiranjem kink-solitona* perturbuju se naelektrisanja dimera i mikrotubularni periodični potencijal, koja se prenose kroz dugodometne kulonovske sile na *injektorano jonsko naelektrisanje*. Radi matematičkog uprošćenja, interakcija je "zamenjena" interakcijom jona sa fononima, od kojih ćemo zbog pojednostavljenja uzeti u obzir samo longitudinalne (akustičke) fonone.

Adekvatni matematički pristup fizičkoj interakciji koherenčnih kondenzovanih modova i jonskog naelektrisanja tražićemo u okvirima kvantne mehanike, što je opravdano činjenicom da se dinamičko vreme sistema (vreme eksitacije kink-solitona) može smatrati znatno manjim od vremena dekoherenčije. Polazna tačka u našoj analizi (Keković et al, 2005) transporta naelektrisanja kroz mikrotubule je *Satarićev hamiltonijan* (1), kojeg ćemo adaptirati za dalje analize prelaskom na *formalizam druge kvantizacije* (v. Dod. D.1.17), korišćenjem *transformacija za koordinatu i impuls* preko bozonskih operatora kreacije i anihilacije:

$$u_n = \left(\frac{\hbar}{2M\omega_0} \right)^{\frac{1}{2}} (b_n + b_n^+); \quad p_n = i \left(\frac{M\omega_0 \hbar}{2} \right)^{\frac{1}{2}} (b_n^+ - b_n)$$

tako da hamiltonijan dobija formu:

$$\begin{aligned} H = & E_0 + \sum_n \varepsilon b_n^+ b_n + X_0 \sum_n (b_n^{+2} + b_n^2) - X_1 \sum_n (b_n b_{n+1} + b_{n+1}^+ b_n^+ - b_n^+ b_{n+1} - b_{n+1}^+ b_n) \\ & + X_2 \sum_n (b_n^{+4} + b_n^4 + 4b_n^{+3} b_n + 6b_n^{+2} b_n^2 + 4b_n^+ b_n^3) - X_3 \sum_n (b_n^+ + b_n) \end{aligned} \quad (2)$$

gde su uvedeni sledeći parametri:

$$\begin{aligned} E_0 &= -\frac{\hbar N}{2M\omega_0} + X_1 N + X_2 + \frac{\hbar\omega_0}{4}; \quad \varepsilon = -\frac{\hbar A}{2M\omega_0} + 12X_2 + 2X_1 + \frac{\hbar\omega_0}{4} \\ X_0 &= -\frac{\hbar A}{4M\omega_0} + 6X_2 + X_1 - \frac{\hbar\omega_0}{4}; \quad X_1 = \frac{k\hbar}{4M\omega_0}; \quad X_2 = \frac{B\hbar^2}{16M^2\omega_0^2}; \\ X_3 &= c \left(\frac{\hbar}{2M\omega_0} \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Dalja analiza je standardna, kroz eliminaciju linearne dels dela X_3 hamiltonijana (2), što fizički odgovara problemu nalaženja *nelinearnih (solitonskih) eksitacija sistema*.

Zato primenjujemo transformaciju $H_s = e^{-U} H e^U$, gde je $U = Y \sum_m (b_m - b_m^+)$.

Konstanta Y unitarnog operatora U može se naći zahtevom za eliminaciju linearne člana, dok indeks n prebrojava sve monomere mikrotubularnog lanca, tako da se dobija transformisani hamiltonijan bozonskog (*solitonskog*) podsistema:

$$\begin{aligned} H_s = & \sum_n \bar{\varepsilon} b_n^+ b_n + X_0 \sum_n (b_n^{+2} + b_n^2) - X_1 \sum_n (b_n b_{n+1} + b_n^+ b_{n+1}^+ + b_n^+ b_{n+1} + b_{n+1}^+ b_n) \\ & + X_2 \sum_n (b_n^{+4} + b_n^4 + 4b_n^{+3} b_n + 6b_n^{+2} b_n^2 + 4b_n^+ b_n^3) - 8X_2 Y \sum_n (b_n^{+3} + b_n^3) - \\ & - 24X_2 Y \sum_n (b_n^{+2} b_n + b_n^+ b_n^2) + 12X_2 Y \sum_n (b_n^{+2} + b_n^2) \end{aligned} \quad (3)$$

gde je

$$Y = \frac{X_3}{4X_1 - \varepsilon - 2X_0}; \quad \tilde{\varepsilon} = \varepsilon + 24Y^2 X_2$$

S tačke gledišta našeg problema, gornji hamiltonijan nije dovoljan za opis transporta nanelektrisanja, pa je dalje neophodno uvesti *hamiltonijan fermionskog (elektronskog) podsistema*:

$$H_e = \sum_k E_k a_k^+ a_k \quad (4)$$

Jonsko nanelektrisanje injektovano u mikrotubulu interaguje sa nelinearnim eksitacijama (solitonima) posredstvom longitudinalnih akustičkih fonona, i da bismo uprostili ovu interakciju matematički, dijagonalizovaćemo hamiltonijan (3) direktnom *Furijeovom transformacijom bozonskih operatora*:

$$b_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k b_k e^{-ikn} ; \quad b_n^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k b_k^+ e^{ikn}$$

i *Bogoliubovljevim transformacijama*:

$$b_k = u_k \tilde{b}_k + v_k * \tilde{b}_{-k}^+ ; \quad b_k^+ = u_k * \tilde{b}_k^+ + v_k \tilde{b}_{-k}$$

gde su operatori b_k , b_k^+ Furijeove transformacije bozonskih operatora, dok su izrazi u_k, v_k konstante koje zadovoljavaju jednakost $u_k^2 + v_k^2 = 1$ iz uslova da novi operatori \tilde{b}_k , \tilde{b}_{-k}^+ takodje budu bozonski. Zaista,

$$[b_k, b_k^+] = u_k u_k^* [\tilde{b}_k, \tilde{b}_k^+] + v_k v_k^* [\tilde{b}_{-k}, \tilde{b}_{-k}^+] = u_k^2 + v_k^2 = 1 ,$$

ako se uzme u obzir komutaciona relacija za bozone $[\tilde{b}_k, \tilde{b}_q^+] = \delta_{kq}$. Sa tako definisanim oznakama, *hamiltonijan bozonskog (solitonskog) podsistema* dobija dijagonalizovanu formu:

$$H_s = \sum_k \tilde{\Delta}_k \tilde{b}_k^+ \tilde{b}_k \quad (5)$$

gde je

$$\tilde{\Delta}_k = \Delta_k \left[1 + \frac{9}{2} \left(\frac{W_k}{\Delta_k} \right)^2 \right]; \quad \Delta_k = \tilde{\varepsilon} - 2X_1 \cos kR_0; \quad W_k = X_0 + 12Y^2 X_2 - X_1 \cos(kR_0)$$

Interakcija dva opisana podsistema (solitonskog i elektronskog) izražava se matematički *interakcionim hamiltonijanom*:

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{kq} F(q) (\tilde{b}_q + \tilde{b}_{-q}^+) a_{k+q}^+ a_k \quad (6)$$

gde je $F(q)$ strukturni faktor koji karakteriše interakciju elektrona sa longitudinalnim akustičkim fononima, a N je broj tubulinskih dimera u mikrotubuli.

Pojava nanelektrisanja unutar mikrotubule unosi neravnotežnu raspodelu fizičkih parametara u sistemu, što se može pogodno tretirati metodama *neravnotežne statističke fizike* (Zubarev, 1974), rešavanjem *kinetičke jednačine koja opisuje broj nanelektrisanja u interakciji sa mikrotubulom*

$$\frac{d\langle n_k \rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \langle [n_k, H] \rangle_q + I_n \quad (7)$$

gde je n_k broj elektrona sa talasnim brojem k , a H je hamiltonijan sistema: $H = H_s + H_e + H_{int}$. Član I_n predstavlja neravnotežnu popravku određenu na sledeći način,

$$I_n = -\frac{1}{\hbar^2} \int_{-\infty}^0 e^{i\varepsilon t} \langle [H_1(t), [n_k, H]] \rangle dt, \text{ gde je } H_1(t) = e^{\frac{-iH_0 t}{\hbar}} H_{int} e^{\frac{iH_0 t}{\hbar}} \text{ a } H_0 = H_s + H_e$$

– i može se odrediti korišćenjem Vejlovog identiteta i poznatih komutacionih relacija za fermionske i bozonske operatore. Na primer, primenom Vejlovog identiteta na fermionske operatore, $e^{\frac{-iH_0 t}{\hbar}} a_k^+ e^{\frac{iH_0 t}{\hbar}} = a_k^+ - \frac{it}{\hbar} [H_0, a_k^+] + \frac{1}{2!} \left(\frac{it}{\hbar} \right)^2 [H_0, [H_0, a_k^+]] + \dots$, pošto je

$[a_k^+ a_{k'}^+, a_{k'}^+] = \delta_{kk'} a_{k'}^+$, to sledi direktno $e^{\frac{-iH_0 t}{\hbar}} a_k^+ e^{\frac{iH_0 t}{\hbar}} = e^{\frac{-iE_k t}{\hbar}} a_k^+$. Slične komutacione relacije važe i za bozonsku statistiku: $[b_k^+ b_k, b_{k'}^-] = -\delta_{kk'} b_k$, $[b_k^+ b_k, b_{k'}^+] = \delta_{kk'} b_{k'}^+$ što omogućava sličnu primenu Vejlovog identiteta na bozonske operatore. Ne ulazeći dublje u izračunavanje integrala neravnotežne popravke, primenom jednačine $\langle [n_k, H] \rangle_q = 0$ (usrednjavanjem po ravnotežnom bozonskom ansamblu), Vikove teoreme, i integraljenjem po malom parametru $\varepsilon \rightarrow 0$, dobija se sledeća jednačina za srednji broj elektrona:

$$\begin{aligned} \frac{d\langle n_k \rangle}{dt} &= \frac{2\pi}{N} \sum_{kq} \left\{ \frac{|F(q)|^2 [(N_q + 1)n_{k+q}(1 - n_k) - N_q n_k(1 - n_{k+q})]}{\hbar \tilde{\Delta}_q} \right\} - \\ &\quad - \frac{2\pi}{N} \sum_{kq} \left\{ \frac{|F(q)|^2 [(N_q + 1)n_{k-q}(1 - n_k) - N_q n_k(1 - n_{k-q})]}{\hbar \tilde{\Delta}_q} \right\} \end{aligned}$$

gde je N_q ravnotežni broj bozona sa talasnim brojem q , a n_{k+q} , n_{k-q} i n_k su odgovarajući brojevi fermiona (elektrona), dok je usvojeno $\tilde{\Delta}_q \gg E_k, E_{k+q}, E_{k-q}$ za brzine haotičnog kretanja elektrona. Gornji prilično komplikovani izraz može se *uprostiti* za praktične svrhe, pod *prepostavkom* da je većina elektrona koncentrisana oko najverovatnijeg talasnog broja k i da longitudinalne koherentne eksitacije imaju isti talasni broj q , što daje

$$\frac{d\langle n_k \rangle}{dt} \cong \frac{2\pi}{N} \frac{|F(q)|^2}{\hbar\tilde{\Delta}_q} (N_q + 1)(n_{k+q} - n_{k-q}). \quad (8)$$

Konačno, korišćenjem jednačine (8), moguće je dobiti *električnu struju kroz mikrotubulu*:

$$I_{MT} = \frac{d\langle n_k \rangle}{dt} e. \quad (9)$$

Zamenom tipičnih vrednosti parametara – $|F(q)|^2 \cong 2,1 \cdot 10^{-48} \text{ J}^2$, $\tilde{\Delta}_q \cong 2,91 \cdot 10^{-24} \text{ J}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $N_q \cong 1,5$ (za $T = 300 \text{ K}$, $\hbar\omega_q = 4,1 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$), $n_{k+q} - n_{k-q} \cong 1$ (oko jedno naelektrisanje po mikrotubuli), $N \cong 1300$ (broj konstitutivnih dimera u 13 protofilamenata na $\sim 1 \mu\text{m}$ mikrotubularne dužine) – dobija se procena za *električnu struju kroz mikrotubulu*, $I_{MT} \sim 5 \text{ pA}$.

Onda je gornja granica za *električnu struju kroz akupunktturni kanal* procjenjenog poprečnog preseka $\sim 1 \text{ mm}^2$ i procenjene gornje granice površinske gustine mikrotubula od 10^9 MT/mm^2 (za spoljni prečnik mikrotubularnog cilindra od 25 nm), jednaka $I_{acu} < 10^9 \cdot I_{MT} \sim 5 \text{ mA}$, što je u dobroj saglasnosti sa eksperimentalnim podacima (Portnov, 1982).

Kao što se vidi, nelinearni *naelektrisani kink-solitoni* mogu biti dobar *kandidat za mehanizam transporta naelektrisanja u mikrotubularnom citoskeletu*, kao konstitutivnom delu *akupunktturnog sistema* – što je od značaja za kvantnu medicinu, nanobiologiju i nanotehnologiju.

6.4 DOPUNSKA LITERATURA

1. A. C. Guyton, *Medicinska fiziologija* (Medicinska knjiga, Beograd-Zagreb, 1990), Delovi IX-X; B. Nikolić, *Osnovi fiziologije čoveka* (Medicinska knjiga, Beograd-Zagreb, 1969), Gl. 12; osnovna fiziološka literatura o čulnim receptorima.
2. M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika, Tom II Obschaya biofizika* (Nauka, Moskva, 1975); M.V. Vol'kenshtein, *Biofizika* (Nauka, Moskva, 1981), Gl. 12 i 14; S. Popov, *Biofizika* (Naučna knjiga, Beograd, 1990), Gl. 3, 6 i 8; osnovna biofizička literatura o mehanizminu delovanja čulnih receptora, kao i uticaja joni-zujućih zračenja.
3. W. R. Adey, Frequency and power windowing in tissue interactions with weak electromagnetic fields, *Proc. IEEE* 68 (1980) 119-125; M. A. Persinger, ed., *ELF & VLF Electromagnetic Effects* (Plenum, New York, 1974); D. Janjić, *Istine i zablude o zračenjima* (Beograd, 2005), prikaz uticaja slabih EM polja na živi svet.

4. R. G. Jahn, The persistent paradox of psychic phenomena: An engineering perspective, *Proc. IEEE* 70 (1982) 136-170; R. G. Jahn, B. J. Dunne, *Margins of Reality. The Role of Consciousness in the Physical World* (Harcourt Brace Jovanovich, San Diego, 1987); J. S. Hagelin, Is consciousness the unified field? A field theorist's perspective, *Modern Science and Vedic Science* 1 (1987) 29-88; V. P. Kaznacheev, A. V. Trofimov, *Cosmic Consciousness of Humanity* (Elendis-Progress, Tomsk, 1992); R. Sheldrake, *A New Science of Life* (Paladin Grafton, London, 1987); prikaz uticaja ultraslabih kvantnih polja/svesti na živi svet.
5. L. L. Vasilyev, *Teoriya i praktika lecheniya ionizirovannim vozduhom* (Leningrad, 1951); A. A. Minkh, *Ionizaciya vozduha i ee gigienicheskoe znachenie* (Medgiz, Moskva, 1963); A. A. Chizhevski, *Aeroionifikaciya v narodnom hozyaistve* (Stroyizdat, Moskva, 1989); A. P. Krueger, Preliminary consideration of the biological significance of air ions, *Scientia* 104 (1969) 1-17; A. P. Krueger, R. F. Smith, Effects of gaseous ions on tracheal ciliary rate, *Proc. Soc. Experim. Biol.* 98 (1958) 412-414; H. Johari, *Breath, Mind, and Consciousness* (Destiny Books, Rochester, Vermont, 1989); S. Janković, M. Mladenović, D. Raković, Aerojonizacija i kvalitet radne sredine: Pilot ispitivanje, *IASC Report*, No. 1 (2004); D. Raković, S. Janković, M. Mladenović, Aerojonizacija i kvalitet radne sredine: Pilot ispitivanje II, *IASC Report*, No. 2 (2004); prikaz uticaja aerojona na zdravlje.
6. A. I. Škopljev, *Akupunkturologija* (ICS, Beograd, 1976); F. G. Portnov, *Elektropunkturnaya refleksoterapiya* (Zinatne, Riga, 1982), Y. Omura, *Acupuncture Medicine: Its Historical and Clinical Background* (Japan Publ. Inc., Tokyo, 1982); C. Xinong, ed., *Chinese Acupuncture and Moxibustion* (Foreign Languages Press, Beijing, 1987); B. Pomeranz, G. Stux (eds.), *Scientific Bases of Acupuncture* (Springer, Berlin, 1989); S. E. Li, V. F. Mashansky, A. S. Mirkin, Niskochastotnie volnovie processi v biosistemah, v K. V. Frolov (ed.), *Vibracionnaya biomehanika. Ispolzovanie vibracii v biologii i medicine*, Chast I: *Teoreticheskie osnovi vibracionnoy biomehaniki* (Nauka, Moskva, 1989), Gl. 3; G. Luvsan, *Tradicionnie i savremenie aspekti vastochnoy refleksoterapii* (Nauka, Moskva, 1992); D. Đorđević, *Elektrofiziološka istraživanja mehanizama refleksoterapije*, magistarski rad (Medicinski fakultet, Institut za patološku fiziologiju, Beograd, 1995); Grupa autora, *Anti-stres holistički priručnik: sa osnovama akupunkture, mikrotalasne rezonantne terapije, relaksacione masaže, aerojonoterapije, autogenog treninga i svesti* (IASC, Beograd, 1999); P. Ch. Vu, *Sam svoj Su Jok doktor* (Balkan Su Jok Therapy Center, 2003), prevod sa ruskog originala (2001); prikaz metoda i mehanizama akupunkturne stimulacije.
7. D. Raković, Neural networks, brainwaves, and ionic structures: Acupuncture vs. altered states of consciousness, *Acup. & Electro-Therap. Res., Int. J.* 16 (1991)

- 89-99; D. Raković, Moždani talasi, neuronske mreže i jonske strukture: biofizički model izmenjenih stanja svesti, u knjizi D. Raković, Đ. Koruga, (eds.), *Svest: naučni izazov 21. veka* (ECPD, Beograd, 1995); D. Raković, Transitional states of consciousness as a biophysical basis of transpersonal transcendental phenomena, *Int. J. Appl. Sci. & Computat.* 7 (2000) 174-187 (also presented at *Int. Conf. Consciousness in Science & Philosophy*, Nov. 1998, Charleston, IL, USA); Z. Jovanović-Ignjatić, D. Raković, A review of current research in microwave resonance therapy: Novel opportunities in medical treatment, *Acup. & Electro-Therap. Res., The Int. J.* 24 (1999) 105-125; D. Raković, Z. Jovanović-Ignjatić, D. Radenović, M. Tomašević, E. Jovanov, V. Radivojević, Ž. Martinović, P. Šuković, M. Car, L. Škarić, An overview of microwave resonance therapy and EEG correlates of microwave resonance relaxation and other consciousness altering techniques, *Electro- and Magnetobiology* 19 (2000) 195-222 (also presented at *10th Int. Montreux Congress on Stress*, Montreux, Switzerland, 1999); D. Raković, Biophysical bases of the acupuncture and microwave resonance stimulation, *Physics of the Alive* 9 (2001) 23-34; D. Raković, Biofizičke osnove i granice (kvantno) holističke psihosomatike, u knjizi V. Jerotić, Đ. Koruga, D. Raković (eds.), *Nauka – religija – društvo* (Bogoslovski fakultet SPC & Ministarstvo vera Republike Srbije, Beograd, 2002); D. Raković, Kvantne i klasične neuronske mreže i integrativna medicina: psihosomatsko/kognitivne i religijsko/društvene implikacije, *Konf. integrat. med.*, Beograd, 2006, preprint; D. Raković, Scientific bases of quantum-holographic paradigm, in I. Kononenko (ed.), *Proc. Int. Conf. Measuring Energy Fields*, Kamnik, Slovenia, 2007; D. Raković, D. Đorđević, M. Plavšić, I. Čosić, Kvantna medicina: stanje i perspektive, u knjizi D. Raković, D. Uskoković (eds.), *Biomaterijali* (Institut tehničkih nauka SANU & MRS Srbije, Beograd, 2008); D. Raković, Ž. Mihajlović Slavinski, Meridijanske (psiho)terapije i kvantno-holografska informatika: psihosomatske implikacije, u knjizi S. Jovičić, M. Sovilj (eds.), *Govor i jezik: interdisciplinarna istraživanja srpskog jezika, II* (IEFPG, Beograd, 2008); odabrani prikaz (ko)autorskih radova iz biofizike akupunktturnog sistema, svesti, psihosomatike i transpersonalnih interakcija.
8. H. Frohlich, Long-range coherence and energy storage in biological systems, *Int. J. Quantum Chem.* 2 (1968) 641-649; H. Frohlich (ed.), *Biological Coherence and Response to External Stimuli* (Springer, New York, 1988); S. P. Sit'ko, Ye. A. Andreyev, I. S. Dobronravova, The whole as a result of self-organization, *J. Biol. Phys.* 16 (1988) 71-73; S. P. Sit'ko, V. V. Gzhko, Towards a quantum physics of the living state, *J. Biol. Phys.* 18 (1991) 1-10; G. Keković, D. Raković, M. Satarić, Dj. Koruga, A kink-soliton model of charge transport through microtubular cytoskeleton, *Mater. Sci. Forum* 494 (2005) 507-512; D. N. Zubarev, *Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics* (Consultants

- Bureau, New York, 1974); V. Veljkovic, *A Theoretical Approach to Preselection of Carcenogens and Chemical Carcenogenesis* (Gordon & Breach, New York, 1980); I. Cosic, *The Resonant Recognition Model of Macromolecular Bioactivity: Theory and Applications* (Birkhauser Verlag, Basel, 1997); L. A. Gribov, *Ot teorii spektrov k teorii himicheskikh prevrashchenii* (URSS, Moskva, 2001); D. Raković, M. Dugić, M. Plavšić, G. Keković, I. Cosic, D. Davidović, Quantum decoherence and quantum-holographic information processes: From biomolecules to biosystems, *Mater. Sci. Forum* 518 (2006) 485-490; G. Keković, D. Raković, D. Davidović, Relevance of polaron/soliton-like transport mechanisms in cascade resonant isomeric transitions of Q1D-molecular chains, *Mater. Sci. Forum* 555 (2007) 119-124; G. Keković, D. Raković, D. Davidović, A new look at the structural polymer transitions: ‘Bridging the quantum gap’ through non-radiative processes, *YUCOMAT’07*, Herceg Novi, Montenegro (2007); G. Keković, *Nelinearne eksitacije strukturnih prelaza polimera*, Doktorska disertacija (Elektrotehnički fakultet, Beograd, 2008); prikaz modela dugodometne kvantno-rezonantne koherencije u biološkim sistemima.
9. M. Satarić, Dj. Koruga, Z. Ivić, R. Žakula, The detachment of dimers in the tube of microtubule as a result of a solitonic mechanism, *J. Mol. Electronics* 6 (1990) 63-69; M. V. Satarić, R. B. Žakula, J. A. Tuszyński, A model of energy transfer mechanism in microtubules involving a single soliton, *Nanobiology* 1 (1992) 445-456; M. V. Satarić, J. A. Tuszyński, R. B. Žakula, Kinklike excitations as an energy-transfer mechanism in microtubules, *Phys. Rev. E* 48 (1993) 589-596; M. V. Satarić, R. B. Žakula, S. Zeković, J. Pokorný, J. Ftala, The change of microtubule length caused by endogenous AC fields in cell, *Biosystems* 39 (1996) 127-133; S. Hagan, S. Hameroff, J. Tuszyński, Quantum computation in brain microtubules: Decoherence and biological feasibility, *Phys. Rev. E* 65, 061901 (2002); prikaz modela solitonskog transporta energije i nanelektrisanja u mikrotubulama.
 10. Z. Ivić, *Dinamika i transportne osobine solitona u jedno-dimenzionim molekularnim kristalima u kontaktu sa termostatom*, Doktorska disertacija (Prirodno-matematički fakultet, Beograd, 1988); D. W. Brown, Z. Ivić, Unification of polaron and soliton theories of exciton transport, *Phys. Rev. B* 40 (1989) 9876-9887; Z. Ivić, D. Kapor, M. Škrinjar, Z. Popović, Self-trapping in quasi-one-dimensional electron- and exciton-phonon systems, *Phys. Rev. B* 48 (1993) 3721-3733; Z. Ivić, The role of solitons in charge and energy transfer in 1-D molecular chains, *Physica D* 113 (1998) 218-227; Ž. Pržulj, D. Kostić, Z. Ivić, Classification and existence of polarons and solitons in molecular chains: Phase diagram, *Sol. St. Phenomena* 61-62 (1998) 291-294; G. Keković, *Razmatranje mogućeg doprinosa velikih polarona (solitona) u neutronskom rasejanju na kvazi-jedno-dimenzionim molekularnim kristalima*, Magistarski rad (Elektrotehnički fakultet, Beograd, 2000); prikaz generalne klasifikacije autolokalizovanih eksitonskih

(polaronsko/solitonskih) nelinearnih eksitacija u Q1D-molekularnim sistemima.

11. N. P. Zalyubovskaya, *K ocenke deystviya mikrovoln millimetrovogo submillimetrovogo diapazona na razlichnye biologicheskie obyekti*, Teza kand. biol. nauk (Harkovski Univerzitet, 1970); N. D. Devyatkov, Influence of the millimetre wavelength range electromagnetic radiation upon biological objects, *Soviet Physics - Uspekhi* 110 (1973) 452-469; Ye. A. Andreyev, M. U. Bely, S. P. Sit'ko, *Proyavlenie sobstvenih haraktericheskikh chastot chelovecheskogo organizma, Zayavka na otkritie No. 32-OT-10609 ot 22. maya 1982*; S. P. Sit'ko, L. N. Mkrtchian, *Introduction to Quantum Medicine* (Pattern, Kiev, 1994); N. D. Devyatkov, O. Betskii (eds.), *Biological Aspects of Low Intensity Millimetre Waves* (Seven Plus, Moscow, 1994); prikaz rusko-ukrajinske metodologije i delovanja mikrotalasne rezonantne akupunkturne stimulacije.
12. R. Voll, *Topographische Lage der Messpunkte der Elektroakupunktur* (Medizinich Literaturishe Verlagsgesellschaft MBH, Uelzen, 1976); H. Pflaum, *Praktikum der Bioelektronischen Funktions und Regulations Diagnostic (BFD)* (HF, Heidelberg, 1979); F. Kramer, *Praktikum elektropunkturi* (Moskva, 1992); H. Leonard, *Osnovi elektropunkturi po Folu* (Imedis, Moskva, 1993); G. Fischer, Grundlagen der Quanten-Therapie (Hecataeus Verlagsanstalt, Triesenberg, 1996); prikaz nemačke metodologije i delovanja ultranisko-frekventne rezonantne elektropunkturne stimulacije.
13. K. Wilber, *The Atman Project* (Quest, Wheaton, IL, 1980); P. Vujičin, Stanja svesti u ezoterijskoj praksi, u knjizi D. Raković, Đ. Koruga (eds.), *Svest: naučni izazov 21. veka* (ECPD, Beograd, 1995); S. Petrović, *Tibetanska medicina* (Narodna knjiga – Alfa, Beograd, 2000), K. C. Markides, *Fire in the Heart. Healers, Sages and Mystics* (Paragon House, New York, 1990); M. Talbot, *The Holographic Universe* (Harper Collins, New York, 1991), prevedeno i kod nas (Artist, 2006); R. Monroe, *Journeys Out of the Body* (Doubleday & Co., Garden City NY, 1971); prikaz istočnih i hrišćanskih ezoterijskih sistema, tibetanske tradicionalne medicine, transpersonalnih i mističnih isceljenja i komunikacija.

Glava 7 MODELIRANJE BIOLOŠKOG RAZVOJA

Jedan od *centralnih problema* teorijske biologije, odnosno biofizike, je modeliranje *biološkog razvoja*, koji se može podeliti na *dobiološku evoluciju* i *biološku evoluciju* (ili *filogenezu*, odnosno razvoj bioloških vrsta). Pored toga, značajan problem biološkog razvoja je i *biološki razvoj jedinke* (ili *ontogeneza*).

Zemlja je nastala pre 4,5 milijardi godina, a *hemiska (dobiološka) evolucija* počinje pre 4 milijardi godina i završava se pre 1,5 milijardi godina, sa nastankom sadašnje kiseonične atmosfere. Hemiska i *biološka evolucija* se preklapaju: prvi jednoćelijski organizmi nastaju pre 3,5 milijardi godina, a prvi višećelijski organizmi pojavljuju se pre 500 miliona godina; suvozemne biljke i kičmenjaci pojavljuju se pre 400 miliona godina, sisari pre 200 miliona godina, primati pre 50 miliona godina, a primitivni čovek pre 20 miliona godina.

7.1 DOBIOLOŠKA EVOLUCIJA

Oparin (1924) je prvi razvio **teoriju abiogenog porekla života**, saglasno kojoj je pojavi života prethodila **hemiska ili dobiološka evolucija!**

Prvobitna atmosfera Zemlje bila je bogata vodonikom (H_2) i metanom (CH_4), a sadržala je i amonijak (NH_3) i vodu (H_2O). Sve te komponente mogu se spektroskopski detektovati i u kosmičkom prostoru. *Kiseonik* (O_2) nastaje kasnije, pre svega kao rezultat biogenog, fotosintetskog porekla – kao produkt biljnog metabolizma (prvi atmosferski kiseonik nastaje već fotodisocijacijom vode, pod delovanjem ultraljubičastog zračenja, ali se on trošio na oksidaciju metala).

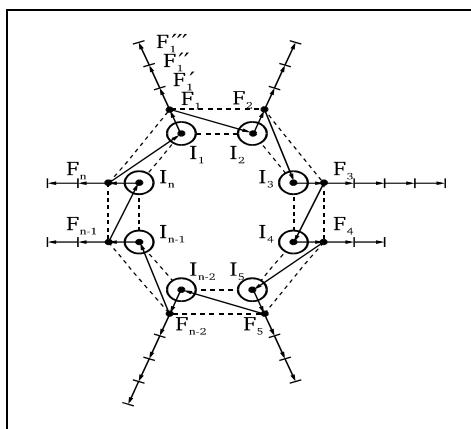
Dobiološka evolucija je nužno morala nastati već u prvobitnoj, **nekiseoničnoj atmosferi**, jer da ćelije nisu nastale pre pojave kiseonika u atmosferi, kiseonik bi oksidisao hemiska jedinjenja iz kojih nastaju biološki funkcionalni molekuli – i život ne bi mogao ni nastati! Pored nekiseonične atmosfere bila je neophodna i **energija**, koja je poticala od ultraljubičastog sunčevog zračenja, radioaktivnog zračenja Zemlje (pre svega γ -raspad ^{40}K), a takođe od električnog atmosferskog pražnjenja i toplice vulkana. To je dovelo do stvaranja **složenijih organskih jedinjenja**, poput aminokiselina, nukleotida i saharida (među njima i riboze i dezoksiriboze) – kao neophodna osnova za informacione makromolekule, proteine i nukleinske kiseline (DNK i RNK)!

Sledeći stadijum dobiološke evolucije bila je polimerizacija i polikondenzacija monomera u **polipeptidne i polinukleotidne lance!** Tu se pojavljuje nekoliko neophodnih uslova, formulisanih u Ejgenovoj (1971) **teoriji samoorganizacije makromolekula**. Saglasno Ejgenovoj teoriji, samoorganizacija i selekcija makromolekula moguća je ako abiogeni molekularni sistem poseduje karakteristike *metabolizma, samoreprodukcijske i mutabilnosti!* Osnove Ejgenove teorije izložene su u Zad. 7.1.

Metabolizam označava da je *sistem otvoren*, i da u njemu postoji polimerizacija i raspad polimera *daleko od ravnoteže* – kako ova dva procesa ne bi bila reverzibilna (odnosno da bi dominirala polimerizacija), v. Od. 2.4! Za podržavanje metabolizma neophodan je i *dotok supstance* koja poseduje *višak slobodne energije* (na primer, nukleozidtrifosfat)!

Samoreprodukacija, odnosno *matrično kopiranje* polimera, označava da u sistemu postoje *autokatalitički procesi*, što obezbeđuje istovremeno nestabilnost otvorenog sistema daleko od ravnoteže, i *pojačanje fluktuacije do makroskopskog nivoa*, kada nastaje novo stabilno stanje, tj. *nova struktura* (v. Od. 2.4) – što je bitan evolucijski uslov!

Mutageneza je neophodna za formiranje *nove informacije*, i ona je podržana autokatalitičkim procesima daleko od ravnoteže! Neophodne *fluktuacije*, koje su izbacivale sistem daleko od ravnoteže, obezbeđivali su visokoenergetski uslovi prvobitne atmosfere!



SLIKA 7.1 Samoinstruirajući katalitički hiperciklus: I_j - su nosioci informacije, koji obrazuju minicikluse (instruiraju sopstvenu reprodukciju); F_j - su fermenti čiju sintezu instruiraju nosioci informacije I_j , dok sami fermenti F_j kataliziraju reprodukciju narednog nosioca informacije I_{j+1} , itd., dok se ne zatvori hiperciklus; F_j' , F_j'' , F_j''' - su fermenti koji kataliziraju parazitne procese.

Da bi takav sistem mogao biti nazvan **darwinovskim**, neophodno je da postoji dodatni ograničavajući uslov *konstantnosti organizacije*, što je ostvareno u uslovima *kompartmentacije* (zatvaranja) prvobitnih polimera u *koacervate* (Oparinov koncept *koloidnih*

kapljica)! Posle kompartmentacije (ili istovremeno sa njom) pojavljuje se *katalitička interakcija* polinukleotidnih i polipeptidnih sistema u tzv. **hiperciklusima** (u kojima nosioci informacije, polinukleotidi I_j ($j = 1, 2, \dots, n$) instruiraju sopstvenu reprodukciju (*miniciklus*) i translaciju pri sintezi fermenta F_j , koji katalizira reprodukciju narednog nosioca informacije I_{j+1} ; krajnji F_n , katalizira reprodukciju prvog polinukleotida I_1 , obrazujući zatvoreni *hiperciklus*, v. Sl. 7.1), koji predstavljaju *preteču genetskog koda*, koji će se pojaviti tek u **biološkoj evoluciji**, kao i polupropustljiva *membrana*, odnosno kompartmentacija u *ćelije*!

7.2 FILOGENEZA

Sa stvaranjem prvih jednoćelijskih organizama, pre 3,5 milijardi godina započinje **biološka evolucija** ili **filogeneza**! U početku je postojalo samo *bespolno razmnožavanje* (*prokarioti*), da bi pre 1 milijarde godina nastalo *polno razmnožavanje* (*eukarioti*), koje je dalje veoma *ubrzalo biološku evoluciju* (kičmenjaci nastaju već pre 400 miliona godina, sisari pre 200 miliona godina, a primati pre 50 miliona godina)!

Polno razmnožavanje je veoma **ubrzalo biološku evoluciju**, jer je omogućilo stvaranje novih generacija, sa genetskom strukturu *različitom* od roditeljskih (pri *fertilizaciji*) jajna ćelija i spermatozoid roditelja daju po N hromozoma, tako da oplodena jajna ćelija sadrži *originalnu kombinaciju* od $2N$ hromozoma, v. Od. 1.1)! Ovakva *genetska rekombinacija* usled polnog razmnožavanja davalala je **bogat genetski materijal za prirodnu selekciju** Darvina, koja je omogućila opstanak i razmnožavanje onih *jedinki* neke vrste koje su bile *bolje prilagođene uslovima sredine*!

Osim polne genetske rekombinacije, varijabilnosti genetskog materijala doprinosile su i **slučajne mutacije**, od kojih su mnoge bivale *neutralne* (nisu uticale na fenotip, odnosno opstanak jedinke), ali su se *nakupljale* i kombinovale u novim generacijama, dovodeći do povećane *genetske varijabilnosti vrsta*!

Ogromna **varijabilnost bioloških vrsta** posledica je **nestabilnosti** evolutivnih sistema, koje mogu dovesti do *faznog prelaza* u nova stabilna stanja, odnosno **pojave novih vrsta**! Istovremeno, **stabilizovane jedinke** postojećih vrsta obezbeđuju dalji **opstanak starih vrsta**, kroz očuvanje jednom formirane *kvazistabilne genetske informacije* jedne biološke vrste!

Fizičko-matematička teorija biološke evolucije još nije formirana, ali se mora bazirati na dostignućima populacione genetike, kao i opštoj teoriji nelinearnih dinamičkih i stohastičkih sistema, uključujući složene stohastičke Markovljeve lance (u kojima verovatnoća datog događaja zavisi od realizacije ovih ili onih događaja u čitavom nizu prethodnih karika u lancu).

7.3 ONTOGENEZA

Ontogeneza predstavlja **biološki razvoj jedinke**. Za razliku od filogeneze, **usmerenost** ontogeneze je neposredno očigledna! Ontogeneza se sastoji od tri procesa: *diferencijacije* ćelija, *rasta* organizma, i *morfogeneze* određenih organa i organizma u celini!

Diferencijacija ćelija bazirana je na **molekularnoj signalizaciji**! Naime, u *svim somatskim ćelijama* višećelijskog organizma postoji jedan te **isti skup gena**, identičan genomu oplođene jajne ćelije (zigota)! Zaista, eksperimentima je dokazano da u ranoj embrionalnoj fazi ne dolazi do promene u razvoju embriona ako mu se presade jedra jednog tipa ćelija na mesto jedara drugog tipa ćelija; u kasnijoj fazi to više nije moguće, jer se **aktiviraju delovi genoma** specifični za dato tkivo!

U *ontogenzi* postoje *bar dva tipa procesa*: (1) *unutarćelijske i međućelijske molekularne interakcije*, na bazi *molekularnog prepoznavanja* (oni određuju pre svega **diferencijaciju ćelija**); (2) *aktivno premeštanje ćelija*, kao rezultat *mehano-hemijskih procesa*, takođe stimulisano *molekularnom signalizacijom* (ova premeštanja određuju **morfogenezu**, koja je neposredno povezana i sa **rastom** broja ćelija)! Ipak, eksperimenti Kaznačeve sedamdesetih godina, sa zaraženim izolovanim ćelijama u kvarcnim posudama, ukazuju na *prenos informacija EM poljem* (verovatno u domenu mikrotalasa, gde kvarc rezonantno reaguje) na prethodno nezaražene ćelije, koje potom pokazuju simptome zaraženih ćelija (iako nisu bile u neposrednom kontaktu sa virusima ili bakterijama) – što ukazuje na **EM signalizaciju** između ćelija, i njenu moguću ulogu u *ontogenzi*! Ovo gledište dopunjaju i *fenomeni iscelenja*, koji uz EM interakcije ukazuju i na veliki značaj **jonskog akupunktturnog sistema, kao značajnog regulatornog mehanizma u morfogenezi**¹!

Mehanizam molekularne signalizacije u ontogenzi, razmotren je matematičko-fizički na modelu **operona**, koji su predložili francuski nobelovci Žakob i Mono (1961). Model se sastoji od povratne sprege gena-regulatora, proteina-represora, induktora sinteze mRNK, gena-operatora, strukturnog gena, mRNK i sintetisanog proteina. Pokazuje se da ovaj sistem ima *više stacionarnih stanja*, koja mogu odgovarati *različitim strukturama*!

Činjeni su i drugi pokušaji modeliranja ontogeneze. Turing (1952) je predložio model koji uključuje kinetiku i difuziju različitih vrsta biopolimera, pri čemu se dobijaju različita stabilna stacionarna rešenja, koja odgovaraju *različitim makroskopskim strukturama*. Volpert (1969) je razmatrao topološke probleme nezavisno od kinetike,

¹ *Antropološka svedočanstva o fascinantnim uspesima kiparskog iscetitelja Daskalosa (Markides, 1990) ukazuju da se ponovnim uspostavljanjem balansa jonskog akupunktturnog sistema mogu ukloniti i veoma teški poremećaji, od fizioloških do anatomske!*

sa ciljem da objasni *regulatorno održanje i restauraciju strukture* pri njenom delimičnom razrušenju. Problemi su, očito, *veoma kompleksni!*



Na kraju, treba dodati da je teorija biološkog razvoja na samom početku, i da postoje još *mnoga otvorena pitanja*. Jedno od njih tiče se svakako *smisla evolucije živog sveta*, na koje savremena nauka ne daje odgovor. Drevna istočna misao, bazirana na višemilenijumskom praktikovanju i kultivisanju tehnika meditacije, sa ciljem kontrole izmenjenih stanja svesti i ‘proširenja svesnosti’ u ovim stanjima, vidi u ovome ezoterijsku svrhovitost života i sveopštu međupovezanost i sveprisutnost svesti na svim nivoima postojanja (Vilber, 1980; Vujičin, 1995). Ova ideja nalazi potporu i u biofizičkom modelu svesti (Raković, 1994-2007), implicirajući da je u krajnjoj instanci *svest globalna karakteristika jedinstvenog fizičkog polja*, i da se ispoljava na svim nivoima, od mikroskopskog do makroskopskog! Ono što se razlikuje to su sadržaji svesti, koji zavise od organizacione složenosti nivoa i lokalnog okruženja na tom nivou. Ukoliko budući eksperimenti ovo potvrde, to bi svakako bacilo novu svetlost na fenomene života i odredilo dalji pravac razvoja biofizike.

7.4 ZADACI

- 7.1 Razmotriti Ejgenovu teoriju samoorganizacije makromolekula, kao model dobiološke evolucije.

Rešenje:

Neka u abiogenom molekularnom sistemu ima N različitih vrsta polimera, sa koncentracijama n_i ($i = 1, 2, \dots, N$). Svaka vrsta poseduje metabolička svojstva, i sposobna je za autoreprodukciiju i mutagenezu. Kinetičke jednačine imaju oblik

$$\frac{dn_i}{dt} = (A_i Q_i - D_i) n_i + \sum_{j \neq i} \varphi_{ij} n_j + \frac{\Phi_0 n_i}{\sum_{j=1}^N n_j}. \quad (1)$$

Prvi član sastoji se iz dva doprinosa: $A_i Q_i n_i$ - opisuje obrazovanje polimera koncentracije n_i putem autokopiranja, dok $D_i n_i$ - opisuje raspad polimera. Metabolizam i autoreprodukcija sadrže se u prvom doprinosu.

Drugi član opisuje mutacije: polimer i -te vrste dobija dodatne kopije kao rezultat odgovarajućih grešaka u polimeru j -te vrste. Prisustvo mutacija odražava se takođe

množiteljem Q_i u prvom članu, tzv. *faktorom kvaliteta*. $Q_i = 1$ označava savršeno kopiranje, dok $(1 - Q_i)$ predstavlja meru grešaka. Zato mora važiti zakon održanja pogrešnih kopija

$$\sum_{l=1}^N A_l (1 - Q_l) n_l = \sum_{l=1}^N \sum_{j \neq l} \varphi_{lj} n_j. \quad (2)$$

Treći član u izrazu (1) sadrži ukupni fluks Φ_0 polimera. Pretpostavlja se da makromolekuli i -te vrste proporcionalno svom udelu n_i/n (gde je $n = \sum_{j=1}^N n_j = const$) izlaze iz sistema ili ulaze u njega.

Konstantnost organizacije sistema izražava se uslovima

$$A_i Q_i = const, \sum_{j=1}^N n_j = n = const. \quad (3)$$

Pošto je, saglasno tom uslovu, $\sum_{j=1}^N \frac{dn_j}{dt} = 0$, to se iz (1) i (2) dobija

$$0 = \sum_{i=1}^N (A_i Q_i - D_i) n_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i} \varphi_{ij} n_j + \Phi_0,$$

odnosno,

$$\sum_{i=1}^N (A_i - D_i) n_i \equiv \sum_{i=1}^N E_i n_i = -\Phi_0. \quad (4)$$

Izraz (4) pokazuje da fluks Φ_0 kompenzira produkciju svih polimera. Zamenom (4) u (1) kinetičke jednačine dobijaju oblik

$$\frac{dn_i}{dt} = (W_i - \bar{E}(t)) n_i + \sum_{j \neq i} \varphi_{ij} n_j, \quad (5)$$

gde je

$$W_i = A_i Q_i - D_i, \quad (6)$$

tzv. selektivna vrednost, a

$$\bar{E}(t) = \frac{\sum_{j=1}^N E_j n_j}{\sum_{j=1}^N n_j} = -\frac{\Phi_0}{n}, \quad (7)$$

tzv. srednja produktivnost.

Dijagonalizacijom jednačine (5) dobija se oblik kinetičkih jednačina

$$\frac{d\xi_i(t)}{dt} = (\lambda_i - \bar{E}(t))\xi_i(t), \quad (8)$$

u kome su ξ_i - *normalni modovi* ($i = 1, 2, \dots, N$), koji su linearne kombinacije n_i . Otuda se (3) može prepisati u obliku

$$n = \sum_{i=1}^N n_i = \sum_{i=1}^N \xi_i = \text{const.} \quad (9)$$

Tada se iz (8) i (9) dobija

$$0 = \sum_{j=1}^N \lambda_j \xi_j(t) - \bar{E}(t)n,$$

odakle je

$$\bar{E}(t) = \frac{\sum_{j=1}^N \lambda_j \xi_j(t)}{n}. \quad (10)$$

Kinetičke jednačine (8) su nelinearne, pošto $\bar{E}(t)$ sadrži sve $\xi_j(t)$ (odnosno $n_j(t)$). Taj član daje klizajući i samoregulišući fluks samoorganizaciji. Povećavaće se broj onih polimera čija je *selektivna vrednost* W_i iznad praga $\bar{E}(t)$, tj. $(W_i - \bar{E}(t)) > 0$ (v. izraz (5)), odnosno za koje je $\lambda_i > \bar{E}(t)$. Povećanje njihovog broja (odnosno koncentracije n_j) dovodi do pomeranja praga $\bar{E}(t)$ na gore, dok se ne dostigne optimum $\bar{E}(t)$, jednak *maksimalnoj selektivnoj vrednosti* W_m među svim vrstama polimera: $\bar{E}(t) \rightarrow W_m$, odnosno u slici normalnih modova, $\bar{E}(t) \rightarrow \lambda_m$! Očigledno, ξ_m sadrži pored dominantne vrste, koncentracije n_m (*glavna kopija*), i sve *mutante*, koncentracija n_i ($i \neq m$; $i = 1, 2, \dots, N$), sa manjim udelima u normalni mod ξ_m !

Očevidno da iako sistem teži stanju *selekcione ravnoteže* (favorizuje normalni mod ξ_m , sa dominantnim udelom *glavne kopije* koncentracije n_m), to stanje je *nestabilno* (jer u modu ξ_m postoje i *mutanti*, koncentracija n_i , $i = 1, 2, \dots, N$; $i \neq m$). Ovo stanje selekcione ravnoteže narušava se kada se (usled mutacija) pojavi nova vrsta koja ima veću *selektivnu vrednost*, $W_{m+1} > W_m$, odnosno kod koje je $\lambda_{m+1} > \lambda_m$. Pri tome sistem prelazi u *novo ravnotežno stanje*, itd!

Jasno da svaka mutacija koja dovodi do rasta selektivne vrednosti – odgovara negativnoj fluktuaciji produkcije entropije, odnosno porastu uređenosti tj. informacije

(v. Od. 2.4)! To ukazuje na nestabilnost postojećeg stacionarnog stanja, odnosno evo-lativnost Ejgenovog abiogenog polimernog sistema!

7.5 DOPUNSKA LITERATURA

1. M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika, Tom II Obschaya biofizika* (Nauka, Moskva, 1975); M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika* (Nauka, Moskva, 1981), Gl.17; M. Ejgen, *Samoorganizaciya materii i evoluciya biologicheskikh makromolekul* (Mir, Moskva, 1973); M. Ejgen, P. Šuster, *Gipercikl* (Mir, Moskva, 1981); osnovna literatura iz modeliranja biološkog razvoja.
2. V. P. Kaznačeev, L. P. Mihajlova, *Bioinformacionaya funkciya estestvennih elektromagnitnih poley* (Nauka, Novosibirsk, 1985), prikaz eksperimentalno kontrolisanih uticaja endogenih i egzogenih elektromagnetsnih polja na procese u ćelijskim kulturama.
3. D. Raković, D. Raković, *Osnovi biofizike* (Grosknjiga, Beograd, 1994; 1995), Gl. 7; Moždani talasi, neuronske mreže i jonske strukture: biofizički model izmenjenih stanja svesti, u knjizi D. Raković, Đ. Koruga (eds.), *Svest: naučni izazov 21. veka* (ECPD & Čigoja, Beograd, 1996), postoji i englesko izdanje (1995); D. Raković, Biofizičke osnove i granice (kvantno)holističke psihosomatike, u knjizi V. Jerotić, Đ. Koruga, D. Raković (eds.), *Nauka – religija – društvo* (Bogoslovski fakultet SPC & Ministarstvo vera Republike Srbije, Beograd, 2002); M. Dugić, M.M. Ćirković, D. Raković, On a possible physical metatheory of consciousness, *Open Systems and Information Dynamics* 9 (2002) 153-166; D. Raković, M. Dugić, M.M. Ćirković, Macroscopic quantum effects in biophysics and consciousness, *NeuroQuantology* (www.NeuroQuantology.com) 2(4) (2004) 237-262; D. Raković, Kvantno-koherentni i klasično-redukovani modusi svesti: religijske i epistemološke implikacije, u knjizi V. Jerotić, M. Arsenijević, P. Grujić, D. Raković (eds.), *Religija i epistemologija* (Dereta, Beograd, 2007); D. Raković, Scientific bases of quantum-holographic paradigm, *Proc. Int. Conf. Measuring Energy Fields*, Kamnik, Slovenia, 2007; odabrani (ko)autorski radovi sa prikazom svesti kao globalne karakteristike jedinstvenog fizičkog polja, koja se ispoljava na svim nivoima, od mikroskopskog do makroskopskog.
4. K. Wilber, *The Atman Project* (Quest, Wheaton, IL, 1980); W. Evans Wentz, *The Tibetan Book of the Dead* (Oxford Univ., London, 1968), prevedeno i kod nas; K.C. Markides, *Fire in the Heart. Healers, Sages and Mystics* (Paragon House, New York, 1990); P. Vujičin, Stanja svesti u ezoteričkoj praksi, u knjizi D. Raković, Đ. Koruga (eds.), *Svest: naučni izazov 21. veka* (ECPD, Beograd, 1995); prikaz istočne ezoteričke svrhovitosti života i sveopšte međupovezanosti i sveprisutnosti svesti na svim nivoima postojanja.

DODACI

Dodatak D.1 Repetitorijum iz kvantne mehanike

U ovom dodatku biće sažeto izloženi neki važni pojmovi i relacije iz *Kvantne mehanike*, potrebni za razumevanje nekih biofizičkih fenomena izloženih u Gl. 1, 5 i 6.

D.1.1 Osnovni kvantnomehanički postulati. Šredingerova talasna jednačina

Sa ciljem objašnjenja kvantnih talasno-čestičnih fenomena u mikrofizici, Šredinger (1926) je predložio opis mikrofizičkog sistema *kompleksnom talasnom funkcijom* (Ψ), koja je funkcija koordinata svih čestica sistema i vremena. Za *jednočestični* sistem, svojstva talasne funkcije Ψ mogu se izraziti preko sledećih **postulata**:

Čestici se pridružuje **talasna funkcija** $\Psi(x,y,z,t)$, gde se x, y, z prostorne koordinate čestice, a t vreme.

Klasični izraz za ukupnu energiju (E) sistema (koji se u mehanici naziva *hamiltonian* sistema), dat sa

$$\frac{p^2}{2m} + U(x,y,z) = E, \quad (\text{D.1.1})$$

(gde je p - impuls čestice, m - njena masa, a $U(x,y,z)$ njena potencijalna energija) može se konvertovati u Šredingerovu talasnu jednačinu pridruživanjem određenih **operatora** klasičnim fizičkim veličinama:

$$\begin{aligned} & \text{dinamička varijabla} && \text{pridruženi operator} \\ & x, y, z \rightarrow x, y, z && \\ & U(x,y,z) \rightarrow U(x,y,z) && \\ & p_x, p_y, p_z \rightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} && \\ & E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} && \end{aligned} \quad (\text{D.1.2})$$

Dozvoljavajući da pridruženi operatori deluju na talasnu funkciju Ψ , i zamenom klasičnih dinamičkih veličina pridruženim operatorima u (D.1.2), klasični izraz (D.1.1) pretvara se u **Šredingerovu talasnu jednačinu**:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (\text{D.1.3})$$

koja se često izražava u obliku

$$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (\text{D.1.4})$$

gde je \hat{H} Hamiltonov operator, ili **kvantnomehanički hamiltonijan** sistema:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(x, y, z), \quad (\text{D.1.5})$$

u kome je $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ Laplasov operator.¹

3. Veličine $\Psi(x, y, z, t)$ i $\partial\Psi/\partial x, \partial\Psi/\partial y, \partial\Psi/\partial z$ moraju biti konačne, neprekidne i jednoznačne za sve vrednosti x, y, z i t . Time Šredingerova talasna jednačina (D.1.3) jednoznačno određuje **evoluciju u vremenu** talasne funkcije $\Psi(x, y, z, t)$!
4. Veličina $\Psi^*\Psi$, gde je Ψ^* kompleksno-konjugovana vrednost talasne funkcije Ψ , uvek je *realna* veličina. Ta veličina se, saglasno Bornu (1926), interpretira kao gustina verovatnoće, u smislu da je $\Psi^*\Psi dV$ **verovatnoća** da se čestica nađe u zapreminskom elementu dV oko neke tačke (x, y, z) u trenutku t . To je sva informacija o stvarnoj lokaciji čestice koja se može dobiti iz talasne funkcije; pitanje gde se tačno nalazi čestica u datom trenutku i koja joj je trajektorija – nema preciznog odgovora u kvantnoj mehanici! Naravno, za velike masivne objekte, $\Psi^*\Psi$ biće veliko samo unutar klasičnih granica objekta i kretanje se u vremenu prema Njutnovim zakonima – ali na atomskoj skali je nemoguće precizno

¹ Do Šredingerove talasne jednačine može se doći pretpostavljajući oblik talasne funkcije čestice u formi de Brogljevog talasa:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \mathcal{A} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} = \mathcal{A} e^{\frac{i}{\hbar}(\mathbf{p}\mathbf{r} - \mathbf{\varepsilon}t)}, \quad (\mathcal{A} = \text{const.})$$

gde je korišćena de Brogljeva (1924) relacija između impulsa i talasnog vektora ($\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$) i Plankova (1900) relacija između energije i kružne frekvencije ($E = \hbar\omega$), u kojima je $\hbar = h/2\pi$, gde je $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Js Plankova konstanta. Primenjujući na gornji izraz za Ψ Laplasov operator ∇^2 , odnosno operator $\partial/\partial t$, i izražavanjem rezultata diferenciranja preko E i p^2 , uz potonju njihovu zamenu u (D.1.1), dobija se Šredingerova jednačina (D.1.3). Ipak, ovo se ne može shvatiti kao dokaz za Šredingerovu jednačinu (ona se ne izvodi – već postulira!), jer se pošlo od specijalne forme de Brogljevog talasa, što nije opšte rešenje Šredingerove jednačine (D.1.3).

locirati i pratiti joj precizno trajektoriju. Pošto je verovatnoća nalaženja čestica *negde* u prostoru jednaka 1, to određuje i uslov *normiranja* talasne funkcije:

$$\int \Psi^* \Psi dV = 1, \quad (\text{D.1.6})$$

gde se integral uzima po *zapremini celog prostora* u nekom trenutku t .

5. **Srednja ili očekivana vrednost** $\langle \alpha \rangle$ bilo koje fizičke veličine α , kojoj je pridružen operator $\hat{\alpha}$, definisana je kao

$$\langle \alpha \rangle = \int \Psi^* \hat{\alpha} \Psi dV, \quad (\text{D.1.7})$$

gde se integral ponovo uzima po *zapremini celog prostora* u nekom trenutku t .

Suština kvantne mehanike sadržana je u ovih pet postulata. Nema načina da se dokažu, izuzev što teorijska predviđanja kvantne mehanike, bazirana na ovih pet postulata, pokazuju odlično slaganje sa eksperimentalnim rezultatima!

D.1.2 Srednje vrednosti fizičkih veličina. Klasični limit

Kvantna mehanika daje iste rezultate kao i klasična mehanika, kada se posmatraju srednje vrednosti fizičkih veličina!

Razmotrimo, kao ilustraciju, jednodimenzionalni dinamički sistem duž x -ose. Srednja vrednost impulsa, saglasno (D.1.2) i (D.1.7) jednaka je

$$\langle p_x \rangle = \int \Psi^* (x, t) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \Psi (x, t) dx \quad (\text{D.1.8})$$

Izvod po vremenu ove srednje vrednosti, uz korišćenje izraza (D.1.3) i njegovog konjugovano kompleksnog analogona, daje

$$\begin{aligned} \frac{d\langle p_x \rangle}{dt} &= -i\hbar \int \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx - i\hbar \int \Psi^* \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} dx = \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \int \left[\frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \Psi^* \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^3} \right] dx + \int \left[U \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \Psi^* \frac{\partial}{\partial x} (U \Psi) \right] dx = \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \int \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Psi^*}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \Psi^* \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right) \right] dx - \int \Psi^* \frac{\partial U}{\partial x} \Psi dx = \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{\partial \Psi^*}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \Psi^* \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right]_{-\infty}^{+\infty} - \int \Psi^* \frac{\partial U}{\partial x} \Psi dx. \end{aligned} \quad (\text{D.1.9})$$

Iz izraza (D.1.6) sledi da integral veličine $\Psi^* \Psi$ u granicama od $-\infty$ do $+\infty$ mora biti konačan, što znači da i talasna funkcija i njeni izvodi moraju iščezavati kada x teži

$-\infty$ ili $+\infty$, zbog čega prvi sabirak u poslednjem redu izraza (D.1.9) iščezava. Konačno se dobija

$$\frac{d\langle p_x \rangle}{dt} = \left\langle -\frac{\partial U}{\partial x} \right\rangle = \langle F_x \rangle, \quad (\text{D.1.10})$$

što je Njutnov zakon kretanja čestice duž x-ose. Dakle, dok se posmatraju srednje vrednosti fizičkih veličina, kvantna mehanika je u saglasnosti sa jednačinama klasične mehanike!

D.1.3 Stacionarna stanja. Vremenski nezavisna Šredingerova talasna jednačina

Vremenski zavisna talasna funkcija $\Psi(x,y,z,t)$ može se napisati u obliku

$$\Psi(x,y,z,t) = \psi(x,y,z) e^{-\frac{i}{\hbar} Et}, \quad (\text{D.1.11})$$

gde je $\psi(x,y,z)$ tzv. vremenski nezavisna talasna funkcija čestice ili **talasna funkcija stacionarnog stanja** čestice, koja zadovoljava **vremenski nezavisnu Šredingerovu jednačinu**

$$\hat{H}\psi \equiv -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U(x,y,z)\psi = E\psi. \quad (\text{D.1.12})$$

gde je Hamiltonov operator \hat{H} dat izrazom (D.1.5)!

Zaista, predstavljajući vremenski zavisnu talasnu funkciju u obliku $\Psi(x,y,z,t) = \psi(x,y,z)\phi(t)$, i njenom zamenom u vremenski zavisnu Šredingerovu jednačinu (D.1.3), i potonjom deobom cele jednačine sa $\Psi = \psi \cdot \phi$, dobija se

$$-\frac{\hbar}{2m} \frac{\nabla^2 \psi}{\psi} + U(x,y,z) = i\hbar \frac{1}{\phi} \cdot \frac{d\phi}{dt}. \quad (\text{D.1.13})$$

Leva strana izraza (D.1.13) je samo funkcija prostornih koordinata, a desna je samo funkcija vremena. Jedini način da bude ispunjena jednakost (D.1.13) je da svaka strana izraza bude odvojeno jednaka nekoj konstanti E , koja očito ima prirodu energije! U tom slučaju vremenski zavisno rešenje $\phi(t)$ dobija se očito u obliku $\phi(t) = e^{-iEt/\hbar}$, dok prostorno zavisno rešenje $\psi(x,y,z)$ zadovoljava vremenski nezavisnu Šredingerovu jednačinu (D.1.12). Obično se najčešće i rešava vremenski nezavisna Šredingerova jednačina (D.1.12), dok se vremenske zavisnosti, kad god je to neophodno, izražavaju u formi (D.1.11).

Uočimo, takođe, da korišćenje (D.1.11) daje

$$\Psi^* \Psi = \psi^* \psi, \quad (\text{D.1.14})$$

odnosno da gustina verovatnoće nalaženja čestice u nekoj tački (x,y,z) ne zavisi od vremena (otuda i naziv talasnih funkcija stacionarnog stanja!). Takođe je, s obzirom na (D.1.14), normalizacioni uslov (D.1.6) vremenski nezavisan:

$$\int \Psi^* \Psi dV = \int \psi^* \psi dV = 1. \quad (\text{D.1.15})$$

Iz istog razloga je i srednja vrednost bilo koje dinamičke varijable α , kojoj je pridružen operator $\hat{\alpha}$ koji ne zavisi eksplicitno od vremena, vremenski nezavisna:

$$\langle \alpha \rangle = \int \Psi^* \hat{\alpha} \Psi dV = \int \psi^* \hat{\alpha} \psi dV, \quad (\text{D.1.16})$$

gde integracija u izrazima (D.1.15) i (D.1.16) ide po *celoj zapremini prostora*.² Ako je operator $\hat{\alpha}$ zavisan eksplicitno od vremena mora se primeniti izraz (D.1.7). Tako, za operator energije $E = i\hbar \partial/\partial t$ (v. izraz (D.1.2)), srednja vrednost energije, korišćenjem talasne funkcije (D.1.11), daje

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= \int \psi^*(x, y, z) e^{\frac{i}{\hbar} Et} \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi(x, y, z) e^{-\frac{i}{\hbar} Et} dV = \\ &= E \int \psi^*(x, y, z) \psi(x, y, z) dV = E, \end{aligned} \quad (\text{D.1.17})$$

gde je u poslednjem koraku korišćen uslov (D.1.15). Iz (D.1.17) sledi da je stacionarna konstanta E ukupna energija čestice, što je i sugerisala njena oznaka, i što opravdava identifikovanje hamiltonijana (D.1.12) sa hamiltonijanom (D.1.5)!

D.1.4 Hajzenbergove relacije neodređenosti. Klasični limit

Neposrednom proverom, delovanjem na neku talasnu funkciju Ψ , uz korišćenje izraza (D.1.2), dobija se da komutatori operatora³ koordinata i impulsa čestice imaju sledeće vrednosti:

$$\begin{aligned} [x, \hat{p}_x] &= [y, \hat{p}_y] = [z, \hat{p}_z] = i\hbar, \\ [x, \hat{p}_y] &= [x, \hat{p}_z] = [y, \hat{p}_x] = [y, \hat{p}_z] = [z, \hat{p}_x] = [z, \hat{p}_y] = 0, \end{aligned} \quad (\text{D.1.18})$$

² Treba istaći da su rezultati navedeni u ovom odeljku važeći samo kada je totalna talasna funkcija u formi $\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)\phi(t)$. Ako se, međutim, ona predstavi u formi superpozicije $\Psi(x, y, z, t) = \sum_i \psi_i(x, y, z)\phi_i(t)$ tada izrazi (D.1.14-16) više ne važe, i neophodno je rešavati vremenski zavisnu Šredingerovu jednačinu (D.1.3).

³ Po definiciji, $[\hat{\alpha}, \hat{\beta}] \equiv \hat{\alpha}\hat{\beta} - \hat{\beta}\hat{\alpha}$ je komutator dva operatora.

odnosno istorodne komponente operatora koordinata i impulsa ne komutiraju, dok raznorodne komutiraju! Ovo ima neposredan značaj za Hajzenbergove (1927) relacije neodređenosti pri istovremenom merenju položaja i impulsa čestice.

Prepostavimo da u opštem slučaju imamo neki komutator dva hermitska⁴ operatora $\hat{\alpha}$ i $\hat{\beta}$ koji odgovaraju nekim fizičkim veličinama:

$$[\hat{\alpha}, \hat{\beta}] \equiv \hat{\alpha}\hat{\beta} - \hat{\beta}\hat{\alpha} = i\hat{\gamma}. \quad (\text{D.1.19})$$

gde je $\hat{\gamma}$ neki hermitski operator. Kao meru karakterističnog odstupanja pojedinačnih rezultata merenja fizičkih veličina α i β od njihovih srednjih vrednosti $\langle \alpha \rangle$ i $\langle \beta \rangle$, uzimimo srednja kvadratna odstupanja (disperzije)

$$\begin{aligned} \langle \Delta\alpha^2 \rangle &\equiv \langle (\alpha - \langle \alpha \rangle)^2 \rangle = \langle \alpha^2 \rangle - \langle \alpha \rangle^2, \\ \langle \Delta\beta^2 \rangle &\equiv \langle (\beta - \langle \beta \rangle)^2 \rangle = \langle \beta^2 \rangle - \langle \beta \rangle^2, \end{aligned} \quad (\text{D.1.21})$$

što se neposredno proverava primenom definicione relacije (D.1.7) za srednje vrednosti veličine. Bez ograničenja opštosti možemo staviti da je $\langle \alpha \rangle = 0$ i $\langle \beta \rangle = 0$. Razmotrimo, dalje, integral

$$J(s) = \int |(s\hat{\alpha} - i\hat{\beta})\Psi|^2 dV, \quad (\text{D.1.22})$$

gde se integracija vrši po celom prostoru, a s - je proizvoljni realni parametar. Integral (D.1.22) je nenegativan, $J(s) \geq 0$. On se može transformisati u obliku

$$\begin{aligned} J(s) &= \int (s\hat{\alpha} - i\hat{\beta})\Psi \cdot (s\hat{\alpha}^* + i\hat{\beta}^*)\Psi^* dV = \\ &= \int (s\hat{\alpha} - i\hat{\beta})\Psi \cdot s\hat{\alpha}^*\Psi^* dV + i \int (s\hat{\alpha} - i\hat{\beta})\Psi \cdot \hat{\beta}^*\Psi^* dV = \\ &= \int \Psi^* \cdot s\hat{\alpha}(s\hat{\alpha} - i\hat{\beta})\Psi dV + i \int \Psi^* \cdot \hat{\beta}(s\hat{\alpha} - i\hat{\beta})\Psi dV = \\ &= \int \Psi^* (s^2\hat{\alpha}^2 - is(\hat{\alpha}\hat{\beta} - \hat{\beta}\hat{\alpha}) + \hat{\beta}^2)\Psi dV, \end{aligned} \quad (\text{D.1.23})$$

⁴ Hermitski operatori imaju **realne** svojstvene vrednosti i oni se jedino pridružuju fizičkim veličinama! Naime, pošto hermitski operatori zadovoljavaju uslov

$$\int \Psi_1^* \hat{\alpha} \Psi_2 dV = \int \Psi_2^* \hat{\alpha}^* \Psi_1^* dV, \quad (\text{D.1.20})$$

gde integracija ide po celom prostoru, to koristeći (D.1.16), (D.1.23) i (D.1.29) dobija se

$$\langle \alpha \rangle_n^* = \left[\int \psi_n^* \hat{\alpha} \psi_n dV \right]^* = \alpha_n^* = \int \psi_n^* \hat{\alpha}^* \psi_n^* dV = \int \psi_n^* \hat{\alpha} \psi_n dV = \alpha_n = \langle \alpha \rangle,$$

što pokazuje da su svojstvene vrednosti α_n hermitskog operatora $\hat{\alpha}$ realne!

gde je u predzadnjem koraku korišćeno svojstvo (D.1.20) hermitских operatora $\hat{\alpha}$ i $\hat{\beta}$. Koristeći izraz (D.1.19) i definiciju srednje vrednosti (D.1.7), integral $J(s)$ konačno dobija oblik

$$J(s) = s^2 \langle \alpha^2 \rangle + s \langle \gamma \rangle + \langle \beta^2 \rangle = s^2 \langle \Delta \alpha^2 \rangle + s \langle \gamma \rangle + \langle \Delta \beta^2 \rangle, \quad (\text{D.1.24})$$

gde je iskorišćen izraz (D.1.21), uz prethodne pretpostavke $\langle \alpha \rangle = \langle \beta \rangle = 0$. Uslov da je trinom $J(s)$ nenegativan zahteva da diskriminanta trinoma nije pozitivna:

$$\langle \gamma \rangle^2 - 4 \langle \Delta \alpha^2 \rangle \langle \Delta \beta^2 \rangle \leq 0,$$

ili

$$\sqrt{\langle \Delta \alpha^2 \rangle} \cdot \sqrt{\langle \Delta \beta^2 \rangle} \geq \frac{1}{2} |\langle \gamma \rangle|. \quad (\text{D.1.25})$$

Pošto su $\delta\alpha \equiv \sqrt{\langle \Delta \alpha^2 \rangle}$ i $\delta\beta \equiv \sqrt{\langle \Delta \beta^2 \rangle}$ fluktuacije mernih fizičkih veličina α i β , to relacija (D.1.25) poprima opštu formu **Hajzenbergovih relacija neodređenosti za nekomutirajuće operatore** mernih fizičkih veličina α i β :

$$\delta\alpha \cdot \delta\beta \geq \frac{1}{2} |\langle \gamma \rangle|. \quad (\text{D.1.26})$$

Za komutirajuće operatore je $\gamma = 0$, i u tom slučaju je moguće istovremeno izmeriti obe fizičke veličine α i β sa proizvoljnom tačnošću!

U slučaju koordinate x i impulsa p_x , iz izraza (D.1.18) sledi da je $\hat{\gamma} = \hbar$, pa (D.1.26) postaje *relacija neodređenosti za položaj i impuls čestice duž x-ose*

$$\delta x \cdot \delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (\text{D.1.27})$$

Slično važi i za parove veličina y , p_y i z , p_z , dok za komutirajuće parove operatora koordinata i impulsa moguće je njihovo istovremeno merenje sa proizvoljnom tačnošću. Zbog komutativnosti, isto važi i za parove koordinata ili parove impulsa.

Ako u (D.1.27) napišemo $\delta x = v_x \cdot \delta t$, gde je v_x brzina čestice u pravcu x -ose, a iz izraza za energiju slobodne čestice $E = p_x^2 / 2m$ napišemo $\delta E = p_x \delta p_x / m = v_x \delta p_x$, to izraz (D.1.27) postaje

$$\delta E \cdot \delta t \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (\text{D.1.28})$$

što predstavlja *relaciju neodređenosti za energiju i vreme*, koja međutim ima sasvim drugu interpretaciju pošto vreme t u kvantnoj mehanici ne predstavlja merenu fizičku veličinu, već samo parametar teorije. Tako relacija (D.1.28) povezuje neodređenost δE energije sa vremenskim intervalom δt karakterističnim za brzinu izmene sistema.

Iz izraza (D.1.27) i (D.1.28) vidi se da u *klasičnom limitu* ($\hbar \rightarrow 0$) nestaju relacije neodređenosti, odnosno moguće je istovremeno i precizno merenje bilo kog para fizičkih veličina!

D.1.5 Svojstvene talasne funkcije komutirajućih operatora

Ako dvema fizičkim veličinama α i β odgovaraju komutirajući operatori $([\hat{\alpha}, \hat{\beta}] = 0)$, što znači mogućnost istovremenih merenja tih veličina u nekom kvantnom stanju, ti operatori mogu imati iste svojstvene talasne funkcije!

Odmah se dokazuje obrnuti iskaz. Neka važi:

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}\psi_n &= \alpha_n\psi_n, \\ \hat{\beta}\psi_n &= \beta_n\psi_n,\end{aligned}\tag{D.1.29}$$

gde su α_n i β_n svojstvene vrednosti operatora $\hat{\alpha}$ i $\hat{\beta}$ u svojstvenom stanju ψ_n .

Delujući na prvu jednačinu operatorom $\hat{\beta}$, a na drugu operatorom $\hat{\alpha}$, dobija se

$$\begin{aligned}\hat{\beta}\hat{\alpha}\psi_n &= \hat{\beta}\alpha_n\psi_n = \alpha_n\beta_n\psi_n, \\ \hat{\alpha}\hat{\beta}\psi_n &= \hat{\alpha}\beta_n\psi_n = \alpha_n\beta_n\psi_n,\end{aligned}\tag{D.1.30}$$

pa pošto su desne strane gornjih izraza jednake, to moraju biti i leve:

$$[\hat{\beta}\hat{\alpha} - \hat{\alpha}\hat{\beta}]\psi_n = 0.\tag{D.1.31}$$

Ako zajedničke svojstvene funkcije obrazuju kompletan skup baznih funkcija, to izraz (D.1.31) važi i za bilo koju njihovu linearnu kombinaciju, odnosno bilo koju funkciju, pa je $[\hat{\alpha}, \hat{\beta}] = 0$.

Važi i suprotno: ako dva operatora $\hat{\alpha}$ i $\hat{\beta}$ komutiraju međusobno, imaće zajedničke svojstvene funkcije. Radi dokaza pustimo da operator $\hat{\beta}$ deluje na svojstvenu jednačinu za operator $\hat{\alpha}$, $\hat{\alpha}\psi_n = \alpha_n\psi_n$, uz korišćenje svojstva komutativnosti $\hat{\beta}\hat{\alpha} = \hat{\alpha}\hat{\beta}$:

$$\hat{\beta}(\hat{\alpha}\psi_n) = \hat{\alpha}(\hat{\beta}\psi_n) = \alpha_n(\hat{\beta}\psi_n) \quad (\text{D.1.32})$$

Vidimo da je funkcija $\hat{\beta}\psi_n$ svojstvena funkcija operatora $\hat{\alpha}$, koja pripada svojstvenoj vrednosti α_n . To znači da se svojstvena funkcija $\hat{\beta}\psi_n$ može razlikovati od svojstvene funkcije ψ_n samo za multiplikativnu konstantu β :

$$\hat{\beta}\psi_n = \beta_n\psi_n, \quad (\text{D.1.33})$$

čime je dokazano da će funkcija ψ_n biti istovremeno funkcija komutirajućih operatora $\hat{\alpha}$ i $\hat{\beta}$.

Polazni iskaz generališe se za kompletan skup fizičkih veličina sa komutirajućim operatorima $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \dots, \hat{\eta}$.⁵ Skup njihovih svojstvenih vrednosti $\alpha_n, \beta_n, \dots, \eta_n$ kompletno definiše svojstveno stanje ψ_n , u kome $\alpha_n, \beta_n, \dots, \eta_n$ imaju smisao **kvantnih brojeva** tog stanja! S druge strane kompletan skup svojstvenih funkcija ψ_n definiše **bazni skup funkcija** u datom *Hilbertovom prostoru*, po kojima se može razviti proizvoljna funkcija iz tog prostora.

D.1.6 Razvoj talasne funkcije po proizvoljnem bazisnom skupu. Redukcija/kolaps talasnog paketa

Proizvoljna stacionarna talasna funkcija $\psi(x,y,z)$ kvantnomehaničkog jednočestičnog sistema može se razložiti po bilo kom kompletном bazisnom skupu svojstvenih funkcija ψ_{no} nekog drugog rešenog kvantnomehaničkog jednočestičnog problema (na primer, $\hat{H}_o\psi_{no} = E_{no}\psi_{no}$):

$$\psi(x,y,z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \psi_{no}(x,y,z). \quad (\text{D.1.34})$$

Talasne funkcije $\psi_{no}(x,y,z)$ moraju biti normalizovane saglasno postulatu (D.1.4) (v. izraz (D.1.15)):

$$\int \psi^* \psi dV = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} c_m^* c_n \int \psi_{mo}^* \psi_{no} dV = 1. \quad (\text{D.1.35})$$

⁵ Tip kompletog skupa komutirajućih operatora zavisi od tipa fizičkog problema, odnosno potencijalne energije U u hamiltonijanu sistema. Ovo naravno određuje i vrstu i vrednost kvantnih brojeva svojstvenih (dozvoljenih) stanja sistema.

S obzirom da se stacionarne svojstvene funkcije uvek ortonormiraju⁶

$$\int \psi_{mo}^* \psi_{no} dV = \delta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}, \quad (\text{D.1.36})$$

to iz (D.1.35) sledi

$$\sum_n c_n^* c_n = \sum_n P_n = 1. \quad (\text{D.1.37})$$

koji se može interpretirati kao suma verovatoća $P_n \equiv c_n^* c_n$. Ustvari, to sugerije da ako se nad sistemom opisanim funkcijom ψ izvrši kvantnomehaničko merenje energije aparaturom za selekciju jednočestičnih stanja ψ_{no} , to će verovatnoća da se sistem posle merenja nađe u stanju ψ_{no} biti data kvadratom modula koeficijenta c_n u razvoju funkcije ψ po svojstvenim funkcijama ψ_{no} (izraz (D.1.34)). Ovaj problem kvantne teorije merenja naziva se i **redukcija/kolaps talasnog paketa** ψ na jedno svojstveno stanje ψ_{no} , kvantnomehaničkim aktom merenja!⁷

Pri rešavanju nekog kvantnomehaničkog problema ne može se koristiti iz praktičnih razloga beskonačni razvoj (D.1.34), već se vrši tzv. **zalamanje bazisa**, pri kome se uzima samo prvi nekoliko funkcija iz bazisnog skupa. Pri tome se neminovno čini neka greška, i to utoliko veća ukoliko se posmatrani kvantnomehanički sistem opisan talasnom funkcijom ψ više razlikuje od kvantnomehaničkog

⁶ To je uslov ortonormiranosti za **diskretni spektar svojstvenih stanja**. U slučaju kontinualnog spektra, uslov ortonormiranosti se nešto modifikuje (v. izraz (D.1.62)). Uslov ortogonalnosti (D.1.36) lako se dokazuje za talasne funkcije ψ_{mo} i ψ_{no} koje odgovaraju različitim svojstvenim vrednostima E_{mo} i E_{no} hamiltonijana \hat{H}_o .

Pošto je \hat{H}_o - hermitski operator, koji ima realne svojstvene vrednosti, to korišćenjem izraza (D.1.20) za svojstvo hermitских operatora, i svojstvenog problema (D.1.12) za hamiltonijan sistema, dobija se

$$\int \psi_{mo}^* \hat{H}_o \psi_{no} dV = E_{no} \int \psi_{mo}^* \psi_{no} dV = \int \psi_{no} \hat{H}_o^* \psi_{mo}^* dV = E_{mo} \int \psi_{no} \psi_{mo}^* dV,$$

odakle je $(E_{mo} - E_{no}) \int \psi_{mo}^* \psi_{no} dV = 0$, odnosno sledi uslov ortogonalnosti (D.1.36) za $m \neq n$, pošto je $E_{mo} \neq E_{no}$.

⁷ Ovaj problem redukcije/kolapsa talasnog paketa aktom merenja ni do danas nije zadovoljavajuće matematičko-fizički rešen u okviru kvantne mehanike i predmet je mnogobrojnih interpretacija kvantne mehanike (v. Dodatke D.1.). On je duboko povezan i sa ulogom samog posmatrača u procesu merenja, odnosno samim svesnim aktom i ulogom svesti u kvantnomehaničkom procesu merenja (v. Od.5.3.1).

sistema čije su svojstvene funkcije date bazisnim skupom $\{\psi_{no}\}$. Zato je u praktičnim problemima izbor odgovarajućeg bazisnog skupa suštinski važan!

Oblast koja probleme kondenzovane materije tretira polazeći od atomskih ili molekularnih orbitala izolovanih atoma ili molekula koji čine dati materijal, naziva se **Kvantna hemija čvrstog stanja**.⁸ Takav pristup je uspešan i u **Kvantnoj hemiji i spektroskopiji (makro)molekula**, gde postoji jake kovalentne veze, pa elektroni u atomima ostaju lokalizovani oko polaznih atoma.

D.1.7 Hajzenbergova matrična forma kvantne mehanike

U kvantnoj hemiji i spektroskopiji (v. Dod. D.1.16) pogodniji od Šredingerovog talasnomehaničkog pristupa je Hajzenbergov (1926) matrični kvantnomehanički pristup.

Naime, ako stacionarnu talasnu funkciju jednočestičnog kvantnomehaničkog sistema izrazimo u obliku superpozicije bazisnih funkcija (D.1.34), srednja vrednost Hamiltonovog operatora (D.1.5) sistema dobija oblik

$$\langle H \rangle = \int \psi^* \hat{H} \psi dV = \sum_m \sum_n c_m^* c_n \int \psi_{mo}^* \hat{H} \psi_{no} dV = \sum_m \sum_n c_m^* H_{mn} c_n, \quad (\text{D.1.38})$$

gde matrični elementi

$$H_{mn} = \int \psi_{mo}^* \hat{H} \psi_{no} dV \quad (\text{D.1.39})$$

čine matričnu reprezentaciju Hamiltonovog operatora u bazisnom skupu funkcija $\{\psi_{no}\}$:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1N} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1} & H_{N2} & \cdots & H_{NN} \end{bmatrix}. \quad (\text{D.1.40})$$

Za Hamiltonov operator \hat{H}_o , čije svojstvene funkcije čine bazisni skup funkcija $\{\psi_{no}\}$, matrični elementi uzimaju oblik

$$H_{mn}^o = \int \psi_{mo}^* \hat{H}_o \psi_{no} dV = E_{no} \int \psi_{mo}^* \psi_{no} dV = E_{no} \delta_{mn}, \quad (\text{D.1.41})$$

⁸ *Takav pristup je posebno uspešan i u kvantnoj hemiji čvrstog stanja kod poluprovodničkih i dielektričnih materijala, gde elektroni u atomima ostaju lokalizovani oko polaznih atoma, ali je neuspešan kod metala, gde je kao bazisni skup neophodno koristiti tzv. Blobove talasne funkcije kvazislobodnih elektrona. U prvom slučaju govori se o aproksimaciji **jake veze**, a u drugom slučaju o aproksimaciji **slabe veze** (za detalje v. N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, Solid State Physics, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1976).*

odnosno matrica hamiltonijana \hat{H}_o u sopstvenom bazisnom skupu $\{\psi_{no}\}$ poprima dijagonalnu formu:

$$\mathbf{H}_o = \begin{bmatrix} H_{11}^o & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & H_{22}^o & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & H_{NN}^o \end{bmatrix}, \quad (\text{D.1.42})$$

gde elementi na dijagonali imaju vrednosti energije odgovarajućih stanja: $H_{mm}^o = E_{mo}$.

Svojstveni problem hamiltonijana $\hat{H}\psi_i = E_i\psi_i$, može se napisati u matričnoj formi ako se u gornjem izrazu napiše $\psi_i = \sum_n c_n^{(i)} \psi_{no}$, i zatim izvrši množenje celog svojstvenog problema sa ψ_{mo}^* i integracija po celom prostoru. Tako se dobija

$$\sum_n c_n^{(i)} \int \psi_{mo}^* \hat{H} \psi_{no} dV = E_i \sum_n c_n^{(i)} \int \psi_{mo}^* \psi_{no} dV, \quad (\text{D.1.43})$$

odnosno, korišćenjem izraza (D.1.36) i (D.1.39) dobija se Hajzenbergova matrična formulacija svojstvenog problema:

$$\sum_n H_{mn} c_n^{(i)} = E_i c_m^{(i)}, \quad (\text{D.1.44})$$

koja se može napisati u kompaktnijem obliku:

$$\begin{bmatrix} H_{11} - E_i & H_{12} & \cdots & H_{1N} \\ H_{21} & H_{22} - E_i & \cdots & H_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1} & H_{N2} & \cdots & H_{NN} - E_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1^{(i)} \\ c_2^{(i)} \\ \vdots \\ c_N^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{D.1.45})$$

Matrični svojstveni problem (D.1.44), odnosno (D.1.45), svodi se za svako E_i ($i = 1, 2, \dots, N$) na sistem od N homogenih linearnih jednačina, koje imaju netrivialno rešenje ako je determinanta sistema jednaka nuli,

$$\begin{vmatrix} H_{11} - E_i & H_{12} & \cdots & H_{1N} \\ H_{21} & H_{22} - E_i & \cdots & H_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1} & H_{N2} & \cdots & H_{NN} - E_i \end{vmatrix} = 0. \quad (\text{D.1.46})$$

To je jednačina N -tog reda po E_i , koja daje realna rešenja E_1, E_2, \dots, E_N , za energiju jednočestičnog sistema opisanog hamiltonijanom \hat{H} , odnosno matricom \mathbf{H} (izraz (D.1.40)). Zamenom svojstvenih vrednosti E_i ($i = 1, 2, \dots, N$) u svojstveni problem (D.1.45), dobijaju se matrice kolone

$$\begin{bmatrix} c_1^{(i)} \\ c_2^{(i)} \\ \vdots \\ c_N^{(i)} \end{bmatrix}, (i = 1, 2, \dots, N) \quad (\text{D.1.47})$$

koje predstavljaju svojstvene vektore matričnog hamiltonijana \mathbf{H} , koje odgovaraju datim svojstvenim vrednostima E_i ($i = 1, 2, \dots, N$). Pogodnom linearnom transformacijom koja dijagonalizuje Hamiltonovu matricu (D.1.40), svojstveni vektori (D.1.47) transformišu se u ortonormirane.

D.1.8 Kvantnomehanički integrali kretanja

Izvod po vremenu srednje vrednosti fizičke veličine α dat je izrazom

$$\frac{d\langle \alpha \rangle}{dt} = \frac{\partial \langle \alpha \rangle}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}, \hat{\alpha}] \rangle. \quad (\text{D.1.48})$$

Zaista, diferencirajući po vremenu izraz (D.1.7) za $\langle \alpha \rangle$, uz pretpostavku da operator eksplicitno zavisi od vremena, dobija se

$$\begin{aligned} \frac{d\langle \alpha \rangle}{dt} &= \int \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} \hat{\alpha} \Psi dV + \int \Psi^* \frac{\partial \hat{\alpha}}{\partial t} \Psi dV + \int \Psi^* \hat{\alpha} \frac{\partial \Psi}{\partial t} dV = \\ &= \frac{i}{\hbar} \int (\hat{H}^* \Psi^*) \hat{\alpha} \Psi dV + \int \Psi^* \frac{\partial \hat{\alpha}}{\partial t} \Psi dV - \frac{i}{\hbar} \int \Psi^* \hat{\alpha} (\hat{H} \Psi) dV, \end{aligned} \quad (\text{D.1.49})$$

gde je u poslednjem koraku korišćena vremenski zavisna Šredingerova jednačina (D.1.4). S obzirom da se prvi integral u izrazu (D.1.49) ne menja zamenom redosleda podintegralnih funkcija, i imajući u vidu hermitovost operatora \hat{H} (izraz (D.1.20)), taj integral se transformiše kao

$$\int (\hat{H}^* \Psi^*) \hat{\alpha} \Psi dV = \int (\hat{\alpha} \Psi) \hat{H}^* \Psi^* dV = \int \Psi^* \hat{H} \hat{\alpha} \Psi dV, \quad (\text{D.1.50})$$

čijom se zamenom u (D.1.49) dobija izraz (D.1.48).

Iz izraza (D.1.48) vidi se da se srednja vrednost fizičke veličine α ne menja u vremenu,

$$\frac{d\langle \alpha \rangle}{dt} = 0, \quad (\text{D.1.51})$$

odnosno kvantnomehanička fizička veličina α je **integral kretanja**, ako njen operator $\hat{\alpha}$ ne zavisi eksplisitno od vremena ($\partial\hat{\alpha}/\partial t = 0$) i ako taj operator komutira sa Hamiltonovim operatorom ($[\hat{H}, \hat{\alpha}] = 0$!).

D.1.9 Gustina struje verovatnoće

U kvantnoj mehanici analogon jednačine kontinuiteta je

$$\frac{\partial(\Psi^* \Psi)}{\partial t} + \nabla \mathbf{J} = 0, \quad (\text{D.1.52})$$

gde $\Psi^* \Psi$ - predstavlja gustinu verovatnoće nalaženja čestice u tački (x, y, z) u trenutku t , a \mathbf{J} - gustinu struje verovatnoće.

Zaista, polazeći od izraza za verovatnoću nalaženja čestica u zapremini V ,

$$\int_V \Psi^* \Psi dV,$$

njegov parcijalni izvod po vremenu postaje, uz korišćenje vremenski zavisne Šredingerove jednačine (D.1.4-5) i njenog konjugovano kompleksnog analogona,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \Psi^* \Psi dV &= \int_V \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \Psi^* + \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} \right) dV = -\frac{i\hbar}{2m} \int_V (\Psi \nabla^2 \Psi^* - \Psi^* \nabla^2 \Psi) dV = \\ &= \int_V \nabla \left[-\frac{i\hbar}{2m} (\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi) \right] dV. \end{aligned} \quad (\text{D.1.53})$$

Odatle odmah sledi diferencijalni oblik (D.1.52), pošto izraz (D.1.53) važi za bilo koju zapreminu V , u kome je **gustina struje verovatnoće nenelektrisane čestice**

$$\mathbf{J} = -\frac{i\hbar}{2m} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*). \quad (\text{D.1.54})$$

Za slučaj nenelektrisane čestice u elektromagnetnom polju (karakterisanim skalarnim potencijalom φ i vektor potencijalom \mathbf{A}), na nju će delovati električna sila $q\mathbf{E} = -q\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - q\nabla\varphi$ i Lorencova sila $q\mathbf{v}\times\mathbf{B} = q\mathbf{v}\times\nabla\times\mathbf{A}$, pa će Njutnova jednačina kretanja imati oblik

$$\begin{aligned} m \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -q \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - q \nabla \varphi + q \mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{A} = \\ &= -q \left[\frac{d\mathbf{A}}{dt} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{A} \right] - q \nabla \varphi + q [\nabla(\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}) - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{A}] \end{aligned}$$

gde su u poslednjem koraku korišćeni izrazi za totalni izvod po vremenu vektor-potencijala \mathbf{A} , odnosno razvijena forma vektorskog proizvoda $\mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{A}$. Sređivanjem gornjeg izraza dobija se modifikovana Njutnova jednačina kretanja nanelektrisane čestice q u elektromagnetnom polju (φ, \mathbf{A})

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v} + q\mathbf{A}) = \nabla[-q\varphi + q(\mathbf{v} \cdot \mathbf{A})],$$

u kojoj s leve strane imamo izvod po vremenu generalisanog impulsa čestice (tzv. *elektromagnetni impuls čestice*)

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} + q\mathbf{A}. \quad (\text{D.1.55})$$

Tako će *hamiltonijan čestice* (D.1.5) dobiti modifikovanu formu u *elektromagnetnom polju* (φ, \mathbf{A}), zamenom $m\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{p} - q\mathbf{A} = -i\hbar \nabla - q\mathbf{A}$:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (-i\hbar \nabla - q\mathbf{A}(x, y, z))^2 + q\varphi(x, y, z). \quad (\text{D.1.56})$$

Ponavljajući proceduru izvođenja izraza za gustinu struje verovatnoće (D.1.54), ali sa modifikovanim hamiltonijanom (D.1.56), dobija se modifikovan izraz za **gustinu struje verovatnoće nanelektrisane čestice u elektromagnetnom polju**:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2m} \left\{ \Psi^* (-i\hbar \nabla - q\mathbf{A}) \Psi + [(-i\hbar \nabla - q\mathbf{A}) \Psi]^* \Psi \right\}. \quad (\text{D.1.57})$$

Gustina električne struje \mathbf{J}_q dobija se kao $q\mathbf{J}$.

D.1.10 Talasna funkcija slobodne čestice. Kontinualni energetski spektar

Talasna funkcija slobodne čestice, ograničene na kretanje duž x-ose, ima oblik ravanskog talasa:

$$\Psi(x, t) = \psi(x) e^{-\frac{i}{\hbar} Et} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{i}{\hbar} (\pm px - Et)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i(\pm kx - \omega t)}. \quad (\text{D.1.58})$$

Zaista, oblik vremenski zavisnog dela talasne funkcije sledi iz izraza (D.1.11). Potrebno je pokazati da je stacionarna talasna funkcija hamiltonijana slobodne čestice

koja se kreće duž x -ose data saglasno izrazu (D.1.58). Šredingerova jednačina u tom slučaju ima oblik (saglasno izrazu (D.1.12), u kome je $U(x) = 0$):

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0, \quad (\text{D.1.59})$$

gde je

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}. \quad (\text{D.1.60})$$

Opšte rešenje stacionarne Šredingerove jednačine (D.1.59) ima oblik

$$\psi_k(x) = Ae^{\pm ikx}, \quad (\text{D.1.61})$$

gde znak “+” odgovara propagaciji čestice u pozitivnom smeru x -ose, a znak “-” u negativnom smeru x -ose, dok A predstavlja konstantu intergracije koju treba odrediti iz uslova normiranja talasne funkcije. Pošto u izrazu (D.1.60) nema nikakvog ograničenja na vrednost energije (E) čestice, energetski spektar je u slučaju slobodne čestice kontinualan. U tom slučaju ne važi uslov normiranja (D.1.36), primenljiv na talasne funkcije diskretnog spektra, već uslov⁹

$$\int \psi_{k'}^*(x)\psi_k(x)dx = \delta(k - k') = \begin{cases} 0, & k \neq k' \\ \infty, & k = k' \end{cases}, \quad (\text{D.1.62})$$

gde je $\delta(k - k')$ - Dirakova δ -funkcija, definisana u gornjem izrazu (sa integracijom od $-\infty$ do $+\infty$). Kombinovanjem izraza (D.1.61) i (D.1.62) dobija se

$$A^2 \int e^{i(k-k')x} dx = \delta(k - k'), \quad (\text{D.1.63})$$

a imajući u vidu oblik δ -funkcije

$$\frac{1}{2\pi} \int e^{i(k-k')x} dx = \delta(k - k'), \quad (\text{D.1.64})$$

to upoređivanje (D.1.63) i (D.1.64) daje $A = (2\pi)^{-1/2}$,¹⁰ odnosno

⁹ Uslov normiranja na jedinicu talasnih funkcija kontinualnog spektra je neprimenljiv, pošto su ove funkcije kvadratno neintegrabilne (što je posledica činjenice da ne konvergiraju na $\pm\infty$) pa integral tipa (D.1.63) divergira! Zato se koristi normalizacioni uslov (D.1.62).

¹⁰ Pošto je δ -funkcija parna, to poređenje (D.1.63) i (D.1.64) daje $A = (2\pi)^{-1/2}$ za oba znaka \pm u podintegralnom eksponentu izraza (D.1.63).

$$\psi_k(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm ikx}. \quad (\text{D.1.65})$$

Zamenom (D.1.65) u (D.1.58) dokazuje se početni iskaz, gde su dodatno korišćene Plankova relacija, $E = \hbar \omega$, i de Brogljeva relacija, $p = \hbar k$.

D.1.11 Grupna i fazna brzina slobodne čestice. Talasni paket

Grupna brzina slobodne čestice (koja se kreće brzinom v duž x-ose) jednaka je $v_g = v$, dok je njena fazna brzina $v_f = c^2/v$ veća od brzine svetlosti u vakuumu (c) i ne može opisivati kretanje čestice ili ma kakve energije.

Zaista, iz izraza (D.1.58) za talasnu funkciju slobodne čestice, vidi se da je faza talasne funkcije čestice, koja se kreće u “+” smeru x-ose, jednaka $(px - Et)/\hbar$. Fazna brzina se može naći kao brzina pomeranja konstantne faze

$$px - Et = \text{const}, \quad (\text{D.1.66})$$

odakle je

$$v_f = \frac{dx}{dt} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v}, \quad (\text{D.1.67})$$

gde je korišćena relativistička relacija između mase i energije, $E = mc^2$, kao i uobičajena relacija za impuls čestice, $p = mv$. Očigledno je $v_f > c$, odnosno **fazna brzina** čestice je veća od brzine svetlosti u vakuumu, što nema fizičkog smisla saglasno teoriji relativnosti!

Da bi se prevazišla ovakva paradoksalna situacija, uz istovremeno zadržavanje talasnih svojstava čestica koja su mnogo puta eksperimentalno potvrđena, već u prvoj etapi razvitka kvantne mehanike sugerisano je da čestica nije povezana sa pojedinim monohromatskim talasima – već sa *grupom talasa bliskih frekvencija!* Na tu misao navodila su takođe i spektroskopska proučavanja koja su pokazala da se na koja spektralna linija uvek karakteriše određenom (frekventnom) širinom. Osim toga, ako se ne upotrebri jedan monohromatski talas, nego skup talasa bliskih frekvencija, onda se pomoću njih može sačiniti takav *talasni paket* čija je rezultantna amplituda znatno različita od nule samo u nekom malom delu prostora, koji se može povezati sa samim položajem čestice!

Uzmimo da je talasni paket sastavljen od kontinualne skupine talasa, sa impulsima u intervalu od $p - \Delta p/2$ do $p + \Delta p/2$, gde je $\Delta p \ll p$. Tada je rezultantna talasna funkcija talasnog paketa

$$\Psi_g(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{p - \Delta p/2}^{p + \Delta p/2} e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)} dp'. \quad (\text{D.1.68})$$

Zamenom promenljivih u gornjem integralu ($p' = p + p''$) i razvojem u red E' oko srednje tačke $p' = p$,¹¹

$$E' = c\sqrt{p'^2 + m_o^2c^2} \approx E + p'' \frac{\partial E}{\partial p} + \frac{1}{2} p''^2 \frac{\partial^2 E}{\partial p^2} + \dots, \quad (\text{D.1.69})$$

uz zadržavanje samo članova prvog reda (koji su proporcionalni sa $p'' \sim \Delta p$) dobija se kao rezultat integraljenja (D.1.68) po dp'' sledeći izraz:

$$\Psi_g(x, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)}, \quad (\text{D.1.70})$$

gde je amplituda talasnog paketa

$$A = \frac{\Delta p}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \xi}{\xi},$$

sa

$$\xi = \frac{\Delta p}{2\hbar} \left(x - \frac{\partial E}{\partial p} t \right). \quad (\text{D.1.71})$$

Grupna brzina nalazi kao brzina pomeranja konstantne amplitude talasnog paketa,

$$x - \frac{\partial E}{\partial p} t = \text{const}, \quad (\text{D.1.72})$$

odakle je

$$v_g = \frac{dx}{dt} = \frac{\partial E}{\partial p} = \frac{c^2 p}{E} = v, \quad (\text{D.1.73})$$

gde je korišćena relativistička relacija $E = c\sqrt{p^2 + m_o^2c^2}$ između energije i impulsa čestice, i $E = mc^2$.

Vidi se da se *grupna brzina talasnog paketa poklapa sa brzinom kretanja same čestice!*¹²

¹¹ Relativistička relacija između energije i impulsa čestice, $E = c\sqrt{p^2 + m_o^2c^2}$, gde je m_o - masa mirovanja čestice, dobija se iz relativističke relacije između energije, mase i brzine čestice,

$$E = mc^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

kao i iz uobičajene veze između impulsa i brzine čestice, $p = mv$.

D.1.12 Čestica u beskonačno dubokoj jednodimenzionoj potencijalnoj jami. Diskretni energetski spektar

Svako "finitno" (prostorno ograničeno) kretanje čestice dovodi do diskretnog energetskog spektra čestice, odnosno do kvantizacije energije čestice!

Ovo se lako vidi na primeru čestice u beskonačno dubokoj jednodimenzionoj potencijalnoj jami širine d , definisanoj sa

$$U(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < d \\ \infty, & x < 0; x > d. \end{cases} \quad (\text{D.1.74})$$

U oblasti $0 < x < d$, gde je $U = 0$, vremenski nezavisna Šredingerova jednačina ima ponovo oblik (D.1.59-60). U toj oblasti čestica ima stacionarnu funkciju u formi linearne kombinacije ravanskih talasa sa propagacijom unapred ($\exp(ikx)$), odnosno unazad ($\exp(-ikx)$):

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (0 < x < d), \quad (\text{D.1.75})$$

gde konstante A i B treba odrediti. Pošto je čestica ograničena beskonačno visokom potencijalnom barijerom u tački $x = 0$ i $x = d$, može se uzeti

$$\psi(x) = 0 \quad (x < 0 ; x > d). \quad (\text{D.1.76})$$

¹² Treba istaći da talasni paket ima tendenciju ka rasplinjavanju, kao rezultat činjenice da se svaki od monohromatskih talasa u talasnem paketu prostire svojom faznom brzinom $v_f = E/p = c\sqrt{p^2 + m_o^2c^2}/p$. Vreme rasplinjavanja paketa može se proceniti onim intervalom Δt za koji će onaj deo faze $\Psi_g(x,t)$ u (D.1.70), koji je bio prvo bitno zanemaren (prema (D.1.69) on je proporcionalan sa $p'^2 \sim (\Delta p)^2$), postati uporediv sa π :

$$\Delta t \cdot \frac{(\Delta p)^2}{2\hbar} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial p^2} \approx \pi.$$

Koristeći relaciju neodređenosti $\Delta p \cdot \Delta x \sim \hbar$, kao i izraz $\partial^2 E / \partial p^2 \sim 1/m_o$ (za nerelativistički slučaj, $p \ll m_o c$), dobija se za vreme rasplinjavanja talasnog paketa izraz

$$\Delta t \sim \frac{m_o}{\hbar} (\Delta x)^2.$$

U slučaju elektrona ($m_o \sim 10^{-30}$ kg, $\Delta x \sim 10^{-15}$ m) talasni paket će se rasplinuti za $\Delta t \sim 10^{-26}$ s, tj. praktično odmah po formiranju. Zbog toga je u savremenoj kvantnoj mehanici i prihvaćena probabilistička interpretacija talasne funkcije (postulat (4)), bez doslednog povezivanja talasne funkcije i talasnog paketa sa strukturon mikročestica. Ipak, koncept talasnog paketa i grupne brzine je ponekad zgodno koristiti za kvalitativna razmatranja.

Takođe, pošto se zahteva da talasna funkcija bude neprekidna na granici, to je

$$\psi(0) = 0, \psi(d) = 0. \quad (\text{D.1.77})$$

Prvi od tih uslova zamenom u (D.1.75) daje $A + B = 0$, odnosno $B = -A$, dok drugi potom daje $A(\exp(ikd) - \exp(-ikd)) = 0$, što se svodi na

$$2iAsinkd = 0. \quad (\text{D.1.78})$$

Taj uslov je zadovoljen *samo* ako je

$$kd = n\pi \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (\text{D.1.79})$$

odnosno samo za diskretne vrednosti k , koje će biti indeksirane kvantnim brojem n :

$$k_n = \frac{n\pi}{d} \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (\text{D.1.80})$$

Pošto je k povezano sa energijom čestice preko izraza (D.1.60), to se iz (D.1.60) i (D.1.80) dobija *diskretan* skup dozvoljenih svojstvenih vrednosti energije

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2md^2} \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (\text{D.1.81})$$

Odgovarajuće stacionarne svojstvene talasne funkcije imaju oblik

$$\psi_n(x) = A \left(e^{i \frac{n\pi}{d} x} - e^{-i \frac{n\pi}{d} x} \right) \quad (0 < x < d), \quad (\text{D.1.82})$$

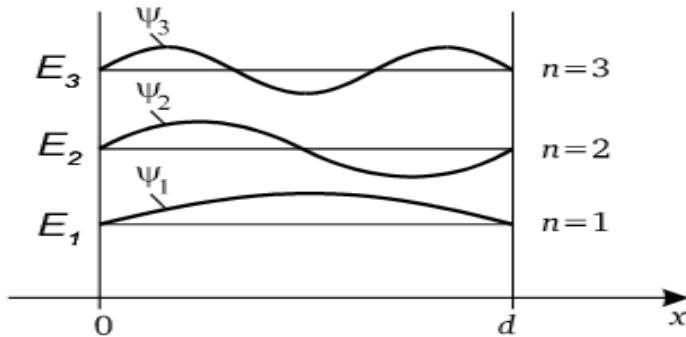
gde se konstanta A dobija iz uslova (D.1.36), normiranosti funkcije $\psi_n(x)$ na jedinicu:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^*(x) \psi_n(x) dx = A^2 \int_0^d \left[2 - 2 \cos \left(\frac{2n\pi}{d} x \right) \right] dx = 2dA^2 = 1, \quad (\text{D.1.83})$$

odakle je $A = (2d)^{-1/2}$. Zamenom dobijene vrednosti konstante A u (D.1.82) dobija se konačno stacionarna talasna funkcija čestice u beskonačno dubokoj jami širine d :

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2d}} \left(e^{i \frac{n\pi}{d} x} - e^{-i \frac{n\pi}{d} x} \right) = i \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \left(\frac{n\pi}{d} x \right). \quad (\text{D.1.84})$$

Iz izraza (D.1.84) vidi se da komponente talasnih funkcija čestice sa propagacijom unapred ($\exp(in\pi x/d)$) i unazad ($\exp(-in\pi x/d)$) interferiraju u stojeće talase ($\sin(n\pi x/d)$) unutar jame ($0 < x < d$), prikazane simbolički na Sl. D.1.1 zajedno sa odgovarajućim energetskim nivoima.



SLIKA D.1.1 Simboličan prikaz dozvoljenih energetskih nivoa ($n = 1, 2, 3, \dots$), energija (E_1, E_2, E_3, \dots) i talasnih funkcija ($\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$) u beskonačno dubokoj jednodimenzionalnoj potencijalnoj jami širine d .

Uočava se da je dobijeni rezultat u saglasnosti sa **de Brojievim (1924) uslovom kvantizacije**, saglasno kome su dozvoljeni oni energetski nivoi čestice koji odgovaraju takvim talasima koji obrazuju stojeće talase u jami, što je ispunjeno kada je širina jame (d) jednaka celobrojnom umnošku polovine talasnih dužina čestica ($n \cdot \lambda_n / 2$),

$$n \cdot \frac{\lambda_n}{2} = d, \quad (\text{D.1.85})$$

odakle, uz korišćenje relacije

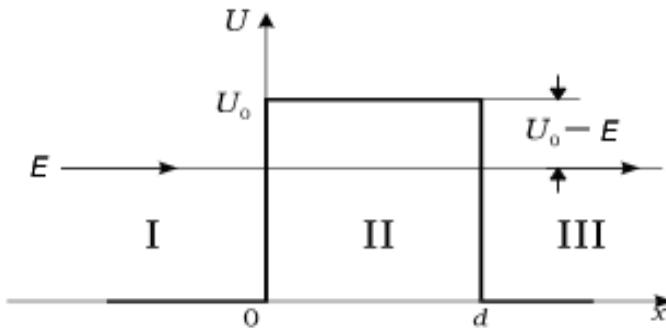
$$k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n}, \quad (\text{D.1.86})$$

sledi uslov (D.1.80), $k_n = n\pi/d$. Međutim, za potencijalne jame *konačne* dubine ovakvo rezonovanje predstavlja samo uprošćenu sliku, pošto tada talasna funkcija čestice delimično prodire i unutar barijere ($x < 0; x > d$), pa više nije opisana stojećim talasom (D.1.84) između zidova jame.

D.1.13 Tuneliranje čestice kroz pravougaonu jednodimenzionu potencijalnu barijeru

Čestica energije E može **protunelirati** kroz pravougaonu jednodimenzionu potencijalnu barijeru konačne širine d i visine U_o (Sl. D.1.2), sa koeficijentom prozračnosti (odnosom propuštenog i upadnog fluksa, odnosno gustine struje verovatnoće (D.1.54) čestice) datim izrazom

$$D \approx D_o e^{-\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m(U_o - E)}}. \quad (\text{D.1.87})$$



SLIKA D.1.2 Šematski prikaz tuneliranja čestice energije E kroz pravougaonu jednodimenzionu potencijalnu barijeru širine d i visine U_o .

Zaista, Šredingerova jednačina (D.1.12) imaće stacionarne talasne funkcije u sledećem obliku:

$$\begin{aligned}\psi_I(x) &= A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx} \quad (x < 0), \\ \psi_{II}(x) &= A_2 e^{ik'x} + B_2 e^{-ik'x} \quad (0 < x < d), \\ \psi_{III}(x) &= A_3 e^{ikx} \quad (x > d),\end{aligned}\quad (\text{D.1.88})$$

gde je

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}, \quad k' = \frac{\sqrt{2m(E - U_o)}}{\hbar} = i \frac{\sqrt{2m(U_o - E)}}{\hbar} = i\kappa. \quad (\text{D.1.89})$$

U oblastima I i II talasna funkcija čestice predstavlja superpoziciju talasa propagirajućih unapred i unazad (jer postoji refleksija fluksa čestice od prednjeg, odnosno zadnjeg zida barijere), dok u oblasti III postoji samo propagacija unapred, jer nema nikakvih daljih refleksija u toj oblasti. Konstante A_1, A_2, A_3, B_1 i B_2 određuju se iz graničnih uslova neprekidnosti talasnih funkcija i njihovih izvoda u tačkama $x = 0$ i $x = d$:

$$\begin{aligned}\psi_I(0) &= \psi_{II}(0), \quad \psi_{II}(d) = \psi_{III}(d), \\ \left. \frac{d\psi_I}{dx} \right|_{x=0} &= \left. \frac{d\psi_{II}}{dx} \right|_{x=0}, \quad \left. \frac{d\psi_{II}}{dx} \right|_{x=d} = \left. \frac{d\psi_{III}}{dx} \right|_{x=d},\end{aligned}\quad (\text{D.1.90})$$

$$\begin{aligned}A_1 + B_1 &= A_2 + B_2, & A_2 e^{ik'd} + B_2 e^{-ik'd} &= A_3 e^{ikd}, \\ k(A_1 - B_1) &= k'(A_2 - B_2), & k'A_2 e^{ik'd} - k'B_2 e^{-ik'd} &= kA_3 e^{ikd}.\end{aligned}\quad (\text{D.1.91})$$

koja se svodi na sistem od 4 jednačine sa 5 nepoznatih:

Koeficijent prozračnosti (transmisije) barijere jednak je odnosu gustina struje verovatnoće transmitovanog (J_t) i upadnog (J_o) fluksa čestice

$$D = \frac{J_t}{J_o} = \frac{\frac{\hbar k}{m} |A_3|^2}{\frac{\hbar k}{m} |A_1|^2} = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}, \quad (\text{D.1.92})$$

gde je korišćen izraz gustine struje verovatnoće (D.1.54) za talasne funkcije u formi unapred propagirajućih ravanskih talasa u oblastima III i I. Rešavanjem linearne sistema (D.1.91), dobija se A_3 izraženo preko A_1 , i odatle, primenom (D.1.92), **koeficijent prozračnosti**

$$D = \frac{4k^2 \kappa^2}{(k^2 + \kappa^2)^2 \operatorname{sh}^2(\kappa d) + 4k^2 \kappa^2}, \quad (\text{D.1.93})$$

gde je u sistemu (D.1.91) na kraju izvršena zamena $k' = i\kappa$ (izraz (D.1.89)). Ako je $\kappa d \gg 1$, tada je $\operatorname{sh}(\kappa d) \approx \exp(\kappa d)/2$ i izraz (D.1.93) se uprošćava,

$$D = \frac{16k^2 \kappa^2}{(k^2 + \kappa^2)^2} e^{-2\kappa d} = D_o e^{-\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m(U_o - \varepsilon)}}, \quad (\text{D.1.94})$$

i svodi na (D.1.87), pošto je iskorišćen izraz (D.1.89) za κ , a predeksponencijalni množitelj u (D.1.94) označen sa D_o . Koeficijent prozračnosti je dovoljno veliki ako je

$$\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m(U_o - E)} \leq 1, \quad (\text{D.1.95})$$

što je ispunjeno u mikrofizici za uske i relativno niske barijere (malo d i malo $U_o - E$).

D.1.14 Talasna funkcija sistema N neinteragujućih čestica

U slučaju sistema od N neintegrirajućih čestica, talasna funkcija N -čestičnog sistema može se napisati u obliku proizvoda jednočestičnih talasnih funkcija,

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N, t) = \Psi_1(\mathbf{r}_1, t) \Psi_2(\mathbf{r}_2, t) \dots \Psi_N(\mathbf{r}_N, t), \quad (\text{D.1.96})$$

gde stacionarne jednočestične talasne funkcije zadovoljavaju N jednočestičnih stacionarnih Šredingerovih jednačina (D.1.12):

$$-\frac{\hbar^2}{2m_i} \nabla_i^2 \psi_i(\mathbf{r}_i) + U_i(\mathbf{r}_i) \psi_i(\mathbf{r}_i) = \varepsilon_i \psi_i(\mathbf{r}_i), \sum_{i=1}^N \varepsilon_i = E, \quad (\text{D.1.97})$$

gde ε_i ($i = 1, 2, \dots, N$) predstavljaju jednočestične energije!

Zaista, relacija (D.1.96) je posledica *nezavisnosti čestica* (one ne interaguju, saglasno polaznoj pretpostavci) i postulata (4), saglasno kome je $\Psi^* \Psi dV$ verovatnoća nalaženja sistema čestica u elementu zapremine $3N$ -dimenzionog konfiguracionog prostora $dV = dV_1 dV_2 \dots dV_N$ oko tačke $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)$ u trenutku t . Za nezavisne čestice, verovatnoće nalaženja i -te čestice u elementu zapremine dV_i , j -te čestice u elementu zapremine dV_j , itd. moraju biti nezavisne, pa na osnovu teoreme množenja verovatnoća nezavisnih događaja dobijemo formulu

$$dP = dP_1 dP_2 \dots dP_N = |\Psi_1(\mathbf{r}_1, t)|^2 dV_1 |\Psi_2(\mathbf{r}_2, t)|^2 dV_2 \dots |\Psi_N(\mathbf{r}_N, t)|^2 dV_N, \quad (\text{D.1.98})$$

a s obzirom da je po definiciji

$$dP = |\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N, t)|^2 dV_1 dV_2 \dots dV_N, \quad (\text{D.1.99})$$

to poređenje (D.1.98) i (D.1.99) daje relaciju (D.1.96).

S druge strane, za sistem od N nezavisnih čestica, potencijalna energija N -čestičnog sistema je suma jednočestičnih potencijalnih energija,

$$U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N) = U_1(\mathbf{r}_1) + U_2(\mathbf{r}_2) + \dots + U_N(\mathbf{r}_N), \quad (\text{D.1.100})$$

pa stacionarna Šredingerova jednačina N -čestičnog sistema dobija oblik

$$\sum_{i=1}^N \left(-\frac{\hbar^2}{2m_i} \nabla_i^2 + U_i(\mathbf{r}_i) \right) \psi = E \psi, \quad (\text{D.1.101})$$

gde je saglasno (D.1.96) stacionarna talasna funkcija N -čestičnog sistema

$$\psi = \psi_1(\mathbf{r}_1) \psi_2(\mathbf{r}_2) \dots \psi_N(\mathbf{r}_N). \quad (\text{D.1.102})$$

Zamenom (D.1.102) u (D.1.101) dobija se

$$\sum_{i=1}^N \psi_1(\mathbf{r}_1) \dots \psi_{i-1}(\mathbf{r}_{i-1}) \psi_{i+1}(\mathbf{r}_{i+1}) \dots \psi_N(\mathbf{r}_N) \left(-\frac{\hbar^2}{2m_i} \nabla_i^2 + U_i(\mathbf{r}_i) \right) \psi_i(\mathbf{r}_i) = E \psi. \quad (\text{D.1.103})$$

Deleći levu i desnu stranu (D.1.103) sa $\psi = \psi_1 \psi_2 \dots \psi_N$, dobija se

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{\psi_i(\mathbf{r}_i)} \left(-\frac{\hbar^2}{2m_i} \nabla_i^2 + U_i(\mathbf{r}_i) \right) \psi_i(\mathbf{r}_i) = E. \quad (\text{D.1.104})$$

S desne strane izraza (D.1.104) je konstantna veličina, dok se leva strana (D.1.104) sastoji od sume članova koji zavise od svojih nezavisnih promenljivih. Znači i svaki sabirak s leve strane mora biti jednak nekoj konstanti E_i , uz uslov $\sum_{i=1}^N \varepsilon_i = E$, što odmah dovodi do N nezavisnih jednočestičnih Šredingerovih jednačina (D.1.97).

D.1.15 Talasne funkcije sistema bozona i fermiona. Paulijev princip isključenja

Talasna funkcija sistema od N identičnih čestica može biti ili simetrična ili antisimetrična funkcija u odnosu na uzajamnu zamenu (permutaciju) dve čestice. Simetrične talasne funkcije opisuju **bozone** (čestice sa **celobrojnim spinom**), dok antisimetrične talasne funkcije opisuju **fermione** (čestice sa **polucelim spinom**). Paulijev princip isključenja je posledica antisimetričnosti talasnih funkcija fermionskih sistema identičnih čestica!

Da to pokažemo, razmotrimo sistem od N identičnih čestica, opisan talasnom funkcijom

$$\Psi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_k, \dots, \xi_N, t), \quad (\text{D.1.105})$$

gde se pod ξ_i podrazumeva sveukupnost koordinata i spinskih promenljivih, koje karakterišu i -tu česticu.

Pri permutaciji dve čestice ($\xi_i \leftrightarrow \xi_k$), zbog identičnosti čestica stanje sistema se ne menja, odnosno rezultat merenja opisan kvadratom modula talasne funkcije (D.1.105), $|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi$. Pošto se kvadrat modula ne menja, talasna funkcija (D.1.105) pri permutaciji dve čestice može se izmeniti samo za fazni faktor $\exp(i\alpha)$ (čiji je modul jednak jedinici):

$$\Psi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_k, \dots, \xi_N, t) = e^{i\alpha} \Psi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k, \dots, \xi_i, \dots, \xi_N, t) \quad (\text{D.1.106})$$

Ako se permutacija te iste dve čestice još jedanput ponovi, to na osnovu (D.1.106) pojavljuje se na kraju fazni faktor $\exp(i2\alpha)$, koji mora biti jednak jedinici – pošto se pri dvostrukoj uzajamnoj permutaciji talasne funkcije Ψ vraćamo u polazno stanje (D.1.105). Znači da je $\exp(i2\alpha) = 1$, odnosno

$$e^{i\alpha} = \pm 1. \quad (\text{D.1.107})$$

Na taj način, iz (D.1.106) i (D.1.107) sledi da pri permutaciji dve identične čestice talasna funkcija sistema identičnih čestica ili ne menja znak (parna funkcija) ili menja znak (neparna funkcija)!

U slučaju N neinteragujućih identičnih čestica, stacionarna talasna funkcija predstavlja proizvod stacionarnih jednočestičnih talasnih funkcija (v. izraz (D.1.102)). Međutim, forma izraza (D.1.102) nije u opštem slučaju ni simetrična ni antisimetrična pri permutaciji dve čestice. To se najbolje vidi na primeru dvočestičnog sistema, u kome je od dve nesimetrizovane stacionarne dvočestične funkcije tipa (D.1.102):

$$\psi_{k_1}(\xi_1)\psi_{k_2}(\xi_2), \psi_{k_1}(\xi_2)\psi_{k_2}(\xi_1),$$

koje odgovaraju istoj ukupnoj energiji sistema ($E = E_{k_1} + E_{k_2}$) – moguće formirati dve simetrizovane kombinacije iste energije:

$$\psi_s = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_{k_1}(\xi_1)\psi_{k_2}(\xi_2) + \psi_{k_1}(\xi_2)\psi_{k_2}(\xi_1)] \quad (\text{D.1.108})$$

$$\psi_a = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_{k_1}(\xi_1)\psi_{k_2}(\xi_2) - \psi_{k_1}(\xi_2)\psi_{k_2}(\xi_1)] \quad (\text{D.1.109})$$

od kojih je prva simetrična, a druga antisimetrična pri permutaciji čestica (množitelj $1/\sqrt{2}$ obezbeđuje normiranost simetrizovanih talasnih funkcija na jedinicu, pri čemu se smatra da su jednočestične talasne funkcije ψ_{k_1} i ψ_{k_2} ortonormirane). Formule (D.1.108-109) mogu se generalisati za sistem od N identičnih neinteragujućih čestica, u formi

$$\psi_s = \sqrt{\frac{n_1!n_2!\cdots n_N!}{N!}} \sum_p \psi_{k_1}(\xi_1)\psi_{k_2}(\xi_2)\cdots\psi_{k_N}(\xi_N), \quad (\text{D.1.110})$$

$$\psi_a = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \psi_{k_1}(\xi_1) & \psi_{k_1}(\xi_2) & \cdots & \psi_{k_1}(\xi_N) \\ \psi_{k_2}(\xi_1) & \psi_{k_2}(\xi_2) & \cdots & \psi_{k_2}(\xi_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{k_N}(\xi_1) & \psi_{k_N}(\xi_2) & \cdots & \psi_{k_N}(\xi_N) \end{vmatrix}, \quad (\text{D.1.111})$$

U slučaju **simetrične talasne funkcije** (D.1.110), sumiranje ide po svim permutacijama sa ponavljanjem indeksa k_1, k_2, \dots, k_N , pri čemu n_i označava broj tih indeksa koji imaju jednu istu vrednost (jedno isto jednočestično kvantno stanje), odnosno koliko se čestica nalazi u datom ψ_{k_i} -stanju, pri čemu je $\sum_i n_i = N$. Broj sabiraka u izrazu (D.1.110) predstavlja broj permutacija sa ponavljanjem, $N!/n_1!n_2!\cdots n_N!$, što i određuje normirajući množitelj, s obzirom na ortonormiranost jednočestičnih funkcija ψ_{k_i} . Očito je da simetrična talasna funkcija (D.1.110) omogućava postojanje više čestica u nekom istom i -tom jednočestičnom kvantnom stanju, što odgovara **bozonima**, koji se zbog takvog mogućeg oblika zauzetosti jednočestičnih stanja podvrgavaju **Boze-Ajnštajnovoj statistici** (v. Dod. D.2.2).

U slučaju **antisimetrične talasne funkcije** (D.1.111), u jednom kvantnom jednočestičnom stanju može se naći samo jedna čestica (ako je $k_1 = k_2$, tada su dve vrste determinante jednake, pa determinanta postaje jednaka nuli). Tada je $n_1 = n_2 = \dots = n_N = 1$, pa se opštiji normirajući faktor u (D.1.110) svodi na $1/\sqrt{N!}$ u izrazu (D.1.111). Činjenica da antisimetrična talasna funkcija (D.1.111) dozvoljava da se u jednom kvantnom jednočestičnom stanju može naći *samo jedna čestica* – predstavlja **Paulijev (1925) princip isključenja**, što odgovara **fermionima**, koji se zbog takvog mogućeg oblika zauzetosti jednočestičnih stanja podvrgavaju **Fermi-Dirakovoj statistici** (v. Dod. D.2.2).

Dakle, sistem od N identičnih neintegrirajućih bozona opisuje se simetričnom talasnom funkcijom (D.1.110), a sistem fermiona antisimetričnom funkcijom (D.1.111). Pauli (1940) je pokazao u kvantnoj teoriji polja (namećući zahtev relativističke invarijantnosti¹³ jednačina polja) da postoji veza između spina i statistike. Čestice sa **celim spinom** (0, 1, 2, ...) podvrgavaju se *Boze-Ajnštajnovoj statistici*, a čestice sa **polucelim spinom** (1/2, 3/2, 5/2, ...) *Fermi-Dirakovoj statistici*! Otuda *elektroni* (spina 1/2) predstavljaju fermione i za njih važi Paulijev princip isključenja, što je vrlo bitno za objašnjenje elektronske strukture molekula i atoma, odnosno Mendeljejevog (1869) periodnog sistema elemenata! S druge strane, *fotoni* (kvanti elektromagnetnog polja), *fononi* (kvanti vibracija kristala) i *dvoelektronski Kuperovi superprovodni parovi* – primeri su bozona!

D.1.16 Kvantna hemija i spektroskopija molekula. Adijabatska, harmonijska i dipolna aproksimacija

U sistemu koordinata u kome se molekul kao celina ne kreće ni translatorno ni rotaciono, elektronsko-vibraciona Šredingerova jednačina ima oblik:

$$(\hat{T}_e(r) + \hat{T}_j(q) + V_{ej}(r, q) + V_{ee}(r) + V_{jj}(q))\psi_{ev}(r, q) = E_{ev}\psi_{ev}(r, q) \quad (\text{D.1.112})$$

*sa uključenim operatorima kinetičke energije podistema elektrona i jezgara (\hat{T}_e i \hat{T}_j) i svih kulonovskih interakcija elektrona i jezgara (elektroni-jezgra (V_{ej}), elektroni-elektroni (V_{ee}), i jezgra-jezgra (V_{jj}))). Ovo je Šredingerova jednačina u kulonovskoj aproksimaciji (dok se složenije interakcije tipa spin-orbitalnih i spinskih zanemaruju kao efekat višeg reda), koja se standardno koristi u **Kvantnoj hemiji i spektroskopiji molekula** (za detalje v. Gribov et al, 1976-2001).*

¹³ Dosad razmatrana Šredingerova jednačina (D.1.3) nije relativistički invarijantna pri primeni Lorencovih transformacija koje povezuju dva relativistička sistema referencije (v. Od. D.3.1). Zato Šredingerova jednačina važi u nerelativističkoj aproksimaciji, dok u relativističkom slučaju važi Dirakova jednačina i Kvantna teorija polja, koje zadovoljavaju uslov Lorenc-invarijantnosti.

Šredingerova jednačina (D.1.112) *ne može se egzaktno rešiti*, pa je neophodno pribeci nizu aproksimacija. Najšire upotrebljavana je Born-Openhajmerova **adijabatska aproksimacija**, zasnovana na pretpostavci da su jezgra atoma u molekula nepokretna ($\hat{T}_j \ll \hat{T}_e$) zbog $m_j^{-1} \ll m_e^{-1}$. U tom slučaju se problem svodi na *kretanje elektrona* u polju mnogih *nepokretnih jezgara* (član $V_{jj}(q)$ se može uračunati kao *aditivni dodatak* energiji čisto elektronskog kretanja) pa se talasna funkcija ψ_{ev} može predstaviti u faktorisanom obliku (zbog dekuplovanja elektronskih i vibracionih stepeni slobode)

$$\psi_{ev}(r, q) = \psi_e(r, q)\psi_v(q) \quad (\text{D.1.113})$$

i jednačina (D.1.112) daje formu **elektronske Šredingerove jednačine**

$$(\hat{T}_e(r) + V_{ej}(r, q) + V_{ee}(r) + V_{jj}(q))\psi_e(r, q) = E_e\psi_e(r, q) \quad (\text{D.1.114})$$

I elektronska Šredingerova jednačina (D.1.114) rešava se samo *aproksimativnim metodama* najčešće varijacionog tipa: određuju se ekstremne vrednosti totalne elektronske energije molekula $\langle \psi_e | H_e | \psi_e \rangle$, sa različitim uprošćenjima elektronskog Hamiltonijana H_e (u najčešće matričnoj, Hajzenbergovoj reprezentaciji) uz predstavljanje elektronske talasne funkcije ψ_e u obliku Slejterovih determinanti (ili njihovih linearnih kombinacija) sa molekulskim orbitalama, koje se pak traže u formi linearnih kombinacija atomskih orbitala (LCAO). Osim ovih *kvantno-hemijiskih* aproksimacija (CNDO, MINDAO, PPP, HFR, CI ...), koriste se i aproksimativne metode iz *fizike kondenzovanog stanja* (za detalje v. Ašcroft & Mermin, 1976; Feter & Valeka, 1971).

Rešavanjem (D.1.114) na jedan ili drugi način, dobijaju se vrednosti elektronskih nivoa energije $E_{en}(q)$, koji zavisi od fiksiranog međusobnog rasporeda jezgara (q). Deformišući molekul u širokom intervalu izmene relativnih položaja jezgara, vrednosti $E_{en}(q)$ ($n = 1, 2, 3 \dots$) opisivaće glatku površ, tzv. **potencijalnu hiperpovrš** (ustvari q (ili ζ) označava skup variranih relativnih položaja svih N atoma u odgovarajućim međuatomskim konfiguracijama $\{l_{11}, l_{12}, \dots, l_{N=1}, l_N\}$, koji se naziva **koordinata hemijske reakcije**). Presek $E_e(q)$ duž nekog l_{ij} daje *potencijalnu krivu* (isprediana linija na Sl. 1.21 u Gl. 1, koja se u kinetici fermentativnih reakcija prikazuje i kao potencijalna kriva slobodne energije u funkciji koordinate hemijske reakcije, v. Sl. 1.16 u Gl. 1). Ukoliko potencijalna hiperpovrš ima više minimuma, oni odgovaraju različitim stabilnim *izomerima* (makro)molekula!

Ustanovimo dalje kakvu jednačinu mora zadovoljavati vibracioni deo $\psi_v(q)$ talasne funkcije (D.1.113), polazeći od srednje vrednosti polaznog elektronsko-vibracionog Hamiltonijana u elektronsko-vibracionom stanju:

$$\bar{H}_{ev} = \langle \psi_e \psi_v | \hat{T}_v + H_e | \psi_e \psi_v \rangle = E_{ev}, \quad (\text{D.1.115})$$

gde je uvedena zamena oznake za kinetičku energiju jezgara $\hat{T}_j \equiv \hat{T}_v$. Integraljenje u (D.1.115) po elektronskim koordinatama, s uračunavanjem ortonormiranosti funkcija uz pretpostavku da je zavisnost funkcije $\psi_e(r, q)$ od q slaba (što je tačno u odsustvu degeneracije elektronskog nivoa E_e) tako da se može *zanemariti* delovanje \hat{T}_v na $\psi_e(r, q)$, daje

$$\int \psi_v^*(q) [\hat{T}_v(q) + E_e(q)] \psi_v(q) dq = E_e(0) + E_v. \quad (\text{D.1.116})$$

Prikazujući $E_e(q) = E_e(0) + \Delta E_e(q)$ (gde kao nulu apscise sistema referencije biramo položaj minimuma potencijalne hiperpovrši) dobija se

$$\int \psi_v^*(q) [\hat{T}_v(q) + \Delta E_e(q)] \psi_v(q) dq = E_v,$$

na osnovu čega zaključujemo da je **vibraciona Šredingerova jednačina**, u adijabatskoj aproksimaciji, oblika

$$\{\hat{T}_v(q) + \Delta E(q)\} \psi_v(q) = E_v \psi_v(q), \quad (\text{D.1.117})$$

u kojoj *ulogu potencijalne energije* igra $\Delta E_e(q)$ kao razlika energija "dna jame" i njene vrednosti pri datoj deformaciji q jezgara u odnosu na ravnotežni ($q = 0$) položaj. Ukoliko potencijalna hiperpovrš molekula ima dovoljno dubok minimum, kretanje jezgara imaće "finitni" karakter, što u saglasnosti sa opštim zakonima kvantne mehanike nameće diskretni skup rešenja E_v . Pošto je $m_j^{-1} \ll m_e^{-1}$, to su vrednosti $E_v \ll E_e$, što dovodi do uobičajenog rasporeda elektronskih i vibracionih nivoa energije višeeklektronskog molekula ($\Delta E_v \sim 10^{-3} \cdot \Delta E_e$). Očito se vibracioni problem mora rešavati posebno za svako elektronsko stanje $\Delta E_{en}(q)$, jer se njihove potencijalne hiperpovrši (za $n = 1, 2, 3\dots$) mogu veoma razlikovati.

Ako se potencijalna hiperpovrš $\Delta E_e(q) \equiv V(q)$ razvije oko minimuma ($V(0) = 0$) i zadrži samo član drugog reda (pošto je u okolini minimuma član prvog reda $[\partial V(q) / \partial q]_{q=0} = -F = 0$), radi se o **harmonijskoj aproksimaciji**, u kojoj vibracioni Hamiltonian u matričnoj formi

$$\hat{H}_v = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} (\tau_{\alpha\beta} p_\alpha p_\beta + u_{\alpha\beta} q_\alpha q_\beta) = \frac{1}{2} \{ \|\tilde{p}\| T_p \|p\| + \|\tilde{q}\| U_q \|q\| \} \quad (\text{D.1.118})$$

ima oblik sume dve kvadratne forme, koje se zbog pozitivne definitnosti realnih simetričnih matrica T_p i U_q mogu istovremeno dijagonalizovati (prelaskom sa generalisanih koordinata $\|q\|$ na tzv. **normalne koordinate** $\|Q\|$: $\|q\| = L_q \|Q\|$), pa \hat{H}_v *poprima oblik sume jednodimenzionalih Hamiltonijana* ($3N-6$, ukupno, koliko ima unutrašnjih vibracionih stepeni slobode)

$$\hat{H}_v = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} (\hat{P}_{\alpha}^2 + \lambda_{\alpha} Q_{\alpha}^2) = \sum_{\alpha} \left(-\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial Q_{\alpha}^2} + \frac{1}{2} \lambda_{\alpha} Q_{\alpha}^2 \right) = \sum_{\alpha} \hat{h}_{\alpha}, \quad (\text{D.1.119})$$

koji odgovaraju hamiltonijanu **harmonijskog oscilatora** jedinične mase, sa rešenjima oblika

$$E_{v_{\alpha}} = \hbar \sqrt{\lambda_{\alpha}} \left(v_{\alpha} + \frac{1}{2} \right) = \hbar \omega_{\alpha} \left(v_{\alpha} + \frac{1}{2} \right) \\ \psi_{v_{\alpha}} = N_{v_{\alpha}} e^{-a^2 \omega_{\alpha} Q_{\alpha}^2} H_{v_{\alpha}} \left(a \omega_{\alpha}^{1/2} Q_{\alpha} \right) \quad (\text{D.1.120})$$

(gde su H_v - Hermitovi polinomi, v_{α} - vibracioni kvantni broj, ω_{α} - učestanost harmonijskog oscilatora u α -tom normalnom modu, $N_{v_{\alpha}}$ - normirajući množitelj), a ukupno rešenje vibracionog problema za molekul ima oblik

$$E_v = \sum_{\alpha} E_{v_{\alpha}} = \sum_{\alpha} \hbar \omega_{\alpha} \left(v_{\alpha} + \frac{1}{2} \right) \\ \psi_v = \prod_{\alpha} N_{v_{\alpha}} e^{-a^2 \omega_{\alpha} Q_{\alpha}^2} H_{v_{\alpha}} \left(a \omega_{\alpha}^{1/2} Q_{\alpha} \right) \quad (\text{D.1.121})$$

Pri ozračivanju molekula infracrvenim zračenjem može se ostvariti apsorpcija kvanata zračenja, praćena različitim prelazima molekula među vibracionim nivoima. Prelazi praćeni izmenom jednog kvantnog broja ($\Delta v_{\alpha} = 1$) nazivaju se *fundamentalnim* pri čemu se apsorbuje ili emituje kvant svetlosti energije $\hbar \omega_{\alpha}$. Mogući su (ali znatno manje verovatni) i prelazi za dva kvantna broja ($\Delta v_{\alpha} = 2$ - tzv. *overtonovi*) ili prelazi dva kvantna broja za po jedan ($\Delta v_{\alpha} = 1$ i $\Delta v_{\beta} = 2$ - tzv. *kombinovani* prelazi).

Pri dijagonalizaciji vibracionog Hamiltonijana (D.1.118) dobija se i L_q - matrica prelaza sa generalisanih na normalne vibracione koordinate, čiji *vektori kolone* $\|\ell_q\|$ zadovoljavaju jednačinu:

$$(T_p U_q - \lambda_{\alpha} I) \|\ell_q\|^{(\alpha)} = 0 \quad (\text{D.1.122})$$

odnosno čine svojstvene vektore (a $\lambda_\alpha = \omega_\alpha^2$ svojstvene vrednosti) dinamičke matrice $D = T_p U_q$; svojstveni vektori definišu tzv. **formu normalne vibracije**.

U **dipolnoj aproksimaciji** je verovatnoća apsorpcije, a znači i **intenzivnost apsorpcionih traka** (J), određena brojem upadnih fotona (tj. intenzivnošću upadnog svetlosnog snopa), brojem molekula koji se nalaze u osnovnom stanju (m) i Ajnštajnovim koeficijentom (B_{mn}), koji je u slučaju optičkih prelaza (kada je energija fotona mala) proporcionalan kvadratu matričnog elementa dipolnog momenta sistema za prelaz iz početnog (m) u krajnje stanje (n) molekula:

$$J_{ev}^{i,f} \sim (\vec{\mu}_{ev}^{i,f})^2 = \left(\iint \Psi_{ev}^{f*} \vec{\mu}_{ev} \Psi_{ev}^i dr dq \right)^2 \quad (D.1.123)$$

gde su $\Psi_{ev}^{(i)} = \Psi_e^{(i)}(r, Q) \Psi_v^i(Q)$ i $\Psi_{ev}^{(f)} = \Psi_e^{(f)}(r, Q) \Psi_v^{(f)}(Q)$ elektronsko-vibracione talasne funkcije molekula u početnom i krajnjem stanju, a **operator dipolnog momenta**

$$\vec{\mu}_{ev} = \sum_{\ell=1}^N Z_\ell \vec{R}_\ell - \sum_{j=1}^N \vec{r}_j = \vec{\mu}_v + \vec{\mu}_e \quad (D.1.124)$$

sadrži doprinose svih jezgara i elektrona u molekulu.

Matrični element dipolnog prelaza može se prepisati u obliku

$$\vec{\mu}_{ev}^{i,f} = \iint \psi_e^{f*} \psi_v^{f*} (\vec{\mu}_e + \vec{\mu}_v) \psi_e^i \psi_v^i dr dq = \vec{\mu}_e^{i,f} S_v^{i,f} + \vec{\mu}_v^{i,f} S_e^{i,f} \quad (D.1.125)$$

gde su odgovarajući **integrali prekrivanja** elektronskih i vibracionih komponenti jednaki:

$$S_e^{i,f} = \int \psi_e^{f*} \psi_e^i dr, \\ S_v^{i,f} = \int \psi_v^{f*} \psi_v^i dq. \quad (D.1.126)$$

Dipolnu aproksimaciju moguće je primeniti i na **teoriju izomernih prelaza** (iz jedne izomerne forme u drugu tj. iz jednog u drugi minimum na energetskoj hiperpovrši osnovnog elektronskog stanja): $\Psi_e^i(q_1) \Psi_{v_1}^i \rightarrow \Psi_e^f(q_2) \Psi_{v_2}^f$, pa se iz (D.1.125) i (D.1.126) vidi da su ovakvi izomerni prelazi mogući ako su *integrali prekrivanja i dipolni momenti elektronskih i vibracionih prelaza* za ove dve izomerne forme neščezavajući, a odigravaju se *rezonantno između vibracionih nivoa viših stanja* uz ispunjen uslov (v. Sl. 1.21 u Gl. 1):

$$E_{e_0}^i(q_i) + E_{v_1}^i = E_{e_0}^f(q_f) + E_{v_2}^f$$

D.1.17 Druga kvantizacija. Fejnmanova propagatorska forma kvantne mehanike

Grinova funkcija (propagator) se u nerelativističkoj aproksimaciji uvodi razmatranjem procesa rasejanja preko Hajgensovog principa, saglasno kome je amplituda talasa koji dolaze u tačku r' u trenutku t' ($\psi(r', t')$) proporcionalna polaznoj amplitudi ($\psi(r, t)$) smatrujući da je u trenutku $t < t'$ svaka tačka r bila izvor sfernog talasa:

$$\psi(r', t') = i \int_V \bar{G}(r', t'; r, t) \psi(r, t) dr ; \quad (t' > t) \quad (\text{D.1.127})$$

gde je nalaženje **Grinove funkcije** $\bar{G}(r', t'; r, t) = -ih(t' - t) \sum_i \psi_i(r', t') \psi_i^*(r, t)$ ekvivalentno potpunom rešenju Šredingerove jednačine (sa skupom bazisnih funkcija $\{\psi_i(r, t)\}$) u **Fejnmanovoj reprezentaciji**¹⁴ u Kvantnoj teoriji višečestičnih sistema (za detalje v. Feter & Valeka, 1971).

Fizički svet se sastoji od mnoštva interagujućih višečestičnih sistema. U principu, N -čestična talasna funkcija u konfiguracionom prostoru sadrži svu potrebnu informaciju, ali je direktno rešenje Šredingerove N -čestične jednačine praktično nemoguće, zbog čega se pribegava različitim aproksimacijama (od kojih su kvantno-hemijske pomenute u Dod. D.1.16). Jedan od pristupa fizike kondenzovanog stanja jeste **Kvantna teorija višečestičnih sistema**, bazirana na tehnikama *druge kvantizacije*, *kvantne teorije polja* i korišćenju *Grinovih funkcija* (tj. *propagatora*). U relativističkoj teoriji, koncept druge kvantizacije je suštinski bitan za opis *kreacije i anihilacije čestica*, ali čak i u **nerelativističkoj teoriji** metod druge kvantizacije znatno uprošćava razmatranje mnoštva **interagujućih identičnih čestica!** Ovaj pris-tup samo reformuliše polaznu Šredingerovu jednačinu, ali donosi znatna preim秉stva: (a) operatori druge kvantizacije inkorporiraju statistiku (bozona ili fermiona) kroz odgovarajuće (komutacione ili antikomutacione) relacije između operatora *kreacije i anihilacije*; (b) metodi kvantne teorije višečestičnih sistema omogućavaju koncentrisanje na nekoliko matričnih elemenata od direktnog interesa za datu fizičku aproksimaciju; (c) *Grinove funkcije/ propagatori* sadrže glavne fizičke informacije (energija i druge termodinamičke funkcije) osnovnog i pobudenog stanja, vreme života pobuđenih stanja, i linearni odgovor na spoljašnje perturbacije.

¹⁴ Fejnmanova reprezentacija se inače nužno koristi u Kvantnoj teoriji polja – zbog mogućnosti opisa kreacije i anihilacije interagujućih čestica ('materije' i 'polja'), gde se široko primenjuje Fejnmanova dijagramska tehnika za propagatorski opis (realnih i virtualnih) interakcija (za detalje v. V.B. Berestecki, E.M. Lifšic, L.P. Pitaevski, Kvantovaja elektrodinamika, Nauka, Moskva, 1980).

U **drugoj kvantizaciji** talasne funkcije $\Psi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N, t)$ sistema N identičnih čestica (v. izraze (D.1.105) i (D.1.110 i 111) za bozone i fermione), gde se pod ξ_i podrazumeva sveukupnost koordinata i spinskih promenljivih koje karakterišu i -tu česticu, zamenjuju se apstraktnim vremenski zavisnim vektorima stanja $|\Psi(t)\rangle$ u **okupacionom bazisu** $|n_1 n_2 \dots n_k \dots n_\infty\rangle$ nezavisnom od koordinata čestica, čija notacija označava da se n_i čestica nalazi u jednočestičnom stanju k_i ($i = 1, 2, \dots, k, \dots \infty$), $\left(|\Psi(t)\rangle = \sum_{\{n_i\}} f(n_1 n_2 \dots n_k \dots n_\infty, t) |n_1 n_2 \dots n_k \dots n_\infty\rangle \right)$, a definišu se i **vremenski nezavisni operatori anihilacije i kreacije** (\hat{a}_k, \hat{a}_k^+) koji zadovoljavaju (bozonske) **komutacione relacije** $([\hat{a}_k, \hat{a}_k^+] = \delta_{kk}, [\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}] = [\hat{a}_k^+, \hat{a}_{k'}^+] = 0)$ odnosno (fermionske) **antikomutacione relacije** $(\{\hat{a}_k, \hat{a}_k^+\} = \delta_{kk}, \{\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}\} = \{\hat{a}_k^+, \hat{a}_{k'}^+\} = 0)$, sa svojstvima:

$$\begin{aligned} \hat{a}_k | \dots n_k \dots \rangle &= (-1)^{s_k} \sqrt{n_k} | \dots n_k - 1 \dots \rangle \\ \hat{a}_k^+ | \dots n_k \dots \rangle &= (-1)^{s_k} \sqrt{n_k + 1} | \dots n_k + 1 \dots \rangle \\ \hat{a}_k^+ \hat{a}_k | \dots n_k \dots \rangle &= n_k | \dots n_k \dots \rangle \end{aligned} \quad (\text{D.1.128})$$

[uz uslove $n_k = 0, 1, 2, \dots \infty$; $S_k = 0$ (bozoni) i $n_k = 0, 1$; $S_k = n_1 + n_2 + \dots n_{k-1}$ (fermioni)], sa **Šredingerovom jednačinom**:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = \hat{H} |\Psi(t)\rangle, \quad (\text{D.1.129})$$

i **Hamiltonijanom**

$$\hat{H} = \sum_{i,j} \hat{a}_i^+ \langle i | \hat{T} | j \rangle \hat{a}_j + \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l} \hat{a}_i^+ \hat{a}_j^+ \langle ij | V | kl \rangle \hat{a}_l \hat{a}_k, \quad (\text{D.1.130})$$

gde su $\langle i | \hat{T} | j \rangle$ i $\langle ij | V | kl \rangle$ matrični elementi kinetičke i potencijalne energije između jednočestičnih stanja (standardne) *prve kvantizacije* (u **Dirakovoј notaciji** tzv. 'bra' $\langle i |$ i 'ket' $| j \rangle$ vektora stanja, koji korespondiraju sa standardnim konjugovano-kompleksnim talasnim funkcijama ψ_i^* i talasnim funkcijama ψ_j , pri čemu se u matričnim elementima podrazumeva integracija po odgovarajućim koordinatama talasnih funkcija i operatora!).

D.1.18 Operator gustine. Fon Nojmanova entropija

*U Kvantnoj mehanici stanja koja ne mogu biti opisana vektorima stanja $|\psi\rangle$ odnosno tzv. čistim stanjima, nazivaju se **mešanim stanjima** (ili statističkim mešavinama) i opisuju se **operatorom gustine mešanog stanja** (ili statističkim operatorom)*

$$\hat{\rho} = \sum_i |c_i|^2 |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \equiv \sum_i |\psi_i\rangle p_i \langle\psi_i| \quad (\text{D.1.131})$$

(pri čemu se koristi Dirakova notacija uvedena u prethodnom odeljku, dok je $p_i \equiv |c_i|^2$ verovatnoća da se kvantni sistem nađe u i -tom stanju ansambla $|\psi_i\rangle$, a sumiranje ide po čitavom ansamblu (u smislu kvantne i statističke fizike!) i uzima se da su stanja ansambla normirana $\langle\psi_i|\psi_i\rangle = 1$ (ali ne nužno ortogonalna!). Pri tome verovatnoće uobičajeno zadovoljavaju: $0 \leq p_i \leq 1$, $\sum_i p_i = 1$, $\sum_i p_i^2 \leq 1$). Za slučaj da svi p_i iščezavaju osim j -toga ($p_i = \delta_{ij}$) dobija se

$$\hat{\rho} = |\psi_j\rangle\langle\psi_j| \quad (\text{D.1.132})$$

operator gustine čistog stanja $|\psi_j\rangle$ (koji je "projekcioni operator" na stanje $|\psi_j\rangle$, a u opštem slučaju (D.1.131) operator gustine je suma projekcionih operatora po ansamblu, sa verovatnoćom kao težinskim faktorom za svaki član ansambla!).

Uvodeći kompletan, ortonormirani bazis $\{|\varphi_n\rangle\}$ $\left(\sum_n |\varphi_n\rangle\langle\varphi_n| = 1\right)$ svojstvenih stanja neke observable (recimo energije), i -ti član ansambla može se prepisati kao

$$|\psi_i\rangle = \sum_n |\varphi_n\rangle\langle\varphi_n| |\psi_i\rangle = \sum_n c_n^{(i)} |\varphi_n\rangle \quad (\text{D.1.133})$$

gde je $c_n^{(i)} = \langle\varphi_n|\psi_i\rangle$. Matrični element operatora $\hat{\rho}$ između svojstvenih stanja n i n' je

$$\langle\varphi_n|\hat{\rho}|\varphi_{n'}\rangle = \sum_i \langle\varphi_n|\psi_i\rangle p_i \langle\psi_i|\varphi_{n'}\rangle = \sum_i p_i c_n^{(i)} c_{n'}^{(i)*} \quad (\text{D.1.134})$$

Veličine $\langle \varphi_n | \hat{\rho} | \varphi_n \rangle$ formiraju elemente **matrice gustine**, čiji je trag ($Tr\hat{\rho}$) jednak

$$\begin{aligned} Tr\hat{\rho} &= \sum_n \langle \varphi_n | \hat{\rho} | \varphi_n \rangle = \sum_i \sum_n \langle \varphi_n | \psi_i \rangle p_i \langle \psi_i | \varphi_n \rangle \\ &= \sum_i \sum_n p_i \langle \psi_i | \varphi_n \rangle \langle \varphi_n | \psi_i \rangle = \sum_i p_i = 1 \end{aligned} \quad (\text{D.1.135})$$

Pošto je $\hat{\rho}$ hermitski operator (što se vidi iz konstrukcije (D.1.131)), dijagonalni elementi $\langle \varphi_n | \hat{\rho} | \varphi_n \rangle$ moraju biti realni, pa iz (D.1.135) sledi: $0 \leq \langle \varphi_n | \hat{\rho} | \varphi_n \rangle \leq 1$.

Razmotrimo dalje **kvadrat operatora gustine**, $\hat{\rho}^2 = \hat{\rho} \cdot \hat{\rho}$. Za *čisto stanje*, za koje je $\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$, sledi

$$Tr\hat{\rho}^2 = Tr\hat{\rho} \quad (\text{D.1.136})$$

odnosno

$$\hat{\rho}^2 = |\psi\rangle\langle\psi| |\psi\rangle\langle\psi| = |\psi\rangle\langle\psi| = \hat{\rho} \quad (\text{D.1.137})$$

Za *mešano stanje* je

$$\hat{\rho}^2 = \sum_i \sum_j p_i p_j |\psi_i\rangle\langle\psi_i| |\psi_j\rangle\langle\psi_j| \quad (\text{D.1.138})$$

čije nalaženje traga daje

$$\begin{aligned} Tr\hat{\rho}^2 &= \sum_n \langle \varphi_n | \hat{\rho}^2 | \varphi_n \rangle = \sum_n \sum_i \sum_j p_i p_j \langle \varphi_n | \psi_i \rangle \langle \psi_i | \psi_j \rangle \langle \psi_j | \varphi_n \rangle \\ &= \sum_i \sum_j p_i p_j |\langle \psi_i | \psi_j \rangle|^2 \leq \left[\sum_i p_i \right]^2 = 1 \end{aligned}$$

gde jednakost važi samo ako je $|\langle \psi_i | \psi_j \rangle|^2 = 1$ za svaki par stanja $|\psi_j\rangle$ i $\langle\psi_i|$, što je moguće samo ako su svi $|\psi_i\rangle$ kolinearni u Hilbertovom prostoru, tj. ekvivalentni do na fazni faktor. Tako dobijamo *kriterijum za čista i mešana stanja*:

$$\begin{aligned} Tr\hat{\rho}^2 &= 1 \quad (\text{čisto stanje}) \\ Tr\hat{\rho}^2 &< 1 \quad (\text{mešano stanje}) \end{aligned} \quad (\text{D.1.139})$$

Navodimo jedan *jednostavan primer*: razmotrimo superpoziciju, recimo, vakuumskog i jedno-fotonskog snopa stanja, kao *čisto stanje*

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\theta}|1\rangle),$$

gde je θ neki fazni faktor. Operator gustine ovog *čistog stanja* jednak je

$$\hat{\rho}_\Psi = |\psi\rangle\langle\psi| = \frac{1}{2} [|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1| + e^{i\theta}|1\rangle\langle 0| + e^{-i\theta}|0\rangle\langle 1|] \quad (\text{D.1.140})$$

dok je s druge strane operator gustine jednako zauzete *statističke mešavine* vakuumskog i jedno-fotonskog stanja

$$\hat{\rho}_M = \frac{1}{2} [|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|] \quad (\text{D.1.141})$$

Očito je da se dva operatora gustine, $\hat{\rho}_\Psi$ i $\hat{\rho}_M$, razlikuju po prisustvu “*nedijagonalnih*“/“*koherentnih*“ članova u $\hat{\rho}_\Psi$, dok ih nema u slučaju mešavine $\hat{\rho}_M$!

Za jedno od stanja ansambla $|\psi_i\rangle$, samog po sebi *čistog stanja*, **srednja vrednost operatora** \hat{O} data je sa $\langle\hat{O}\rangle_i = \langle\psi_i|\hat{O}|\psi_i\rangle$, pa je za *mešano stanje* srednja vrednost operatora \hat{O} po ansamblu jednaka

$$\langle\hat{O}\rangle = \sum_i p_i \langle\psi_i|\hat{O}|\psi_i\rangle = \text{Tr}(\hat{\rho}\hat{O}) \quad (\text{D.1.142})$$

pošto je

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\hat{\rho}\hat{O}) &= \sum_n \langle\varphi_n|\hat{\rho}\hat{O}|\varphi_n\rangle = \sum_n \sum_i p_i \langle\varphi_n|\Psi_i\rangle\langle\Psi_i|\hat{O}|\varphi_n\rangle \\ &= \sum_i \sum_{ni} p_i \langle\Psi_i|\hat{O}|\varphi_n\rangle\langle\varphi_n|\Psi_i\rangle = \sum_i p_i \langle\Psi_i|\hat{O}|\Psi_i\rangle \end{aligned} \quad (\text{D.1.143})$$

Prema *principu korespondencije*, fon Nojman je uveo **kvantnomehaničku entropiju** kao srednju vrednost operatara $-k\ln\hat{\rho}$, odnosno prema (D.1.142)

$$S = -k\text{Tr}(\hat{\rho}\ln\hat{\rho}) \quad (\text{D.1.144})$$

koja se posle proračuna traga svodi na Šenonovu *klasičnu entropiju*

$$S = -k \sum_i p_i \ln p_i \quad (\text{D.1.145})$$

Za čisto stanje $\hat{\rho} = |\psi_j\rangle\langle\psi_j|$ iz (D.1.145) se dobija (za $p_i = \delta_{ij}$)

$$S_{\psi_j} = 0, \quad (\text{D.1.146})$$

odnosno, **entropija čistog stanja iščezava** (što je razumljivo, pošto čisto stanje daje maksimalnu moguću informaciju o kvantnom sistemu!), tj. nema nikakvog nedostatka informacije o sistemu!

Na osnovu (D.1.145) **entropija mešanog stanja ne iščezava** (što je razumljivo, jer mešano stanje daje samo verovatnu informaciju o stanju kvantnog sistema!), a u tzv. Šmitovom bazisu u kome je operator gustine dijagonalan entropija se dobija iz dijagonalnih članova (D.1.144):

$$S_M = -k \sum_k \rho_{kk} \ln \rho_{kk} > 0 \quad (\text{D.1.147})$$

D.1.19 Kvantna spletenost. Fon Nojmanova kvantna teorija merenja

Kvantna spletenost (*entanglement; quantum nonseparability; quantum correlation*) je [uz kvantni princip superpozicije] jedan od najintrigantnijih pojmove kvantne mehanike, jer [uz kvantnu neodređenost] unosi dodatnu neodređenost – nepostojanje stanja podsistema!

Razmotrimo dvo-čestični (dvo-modni; bipolarni) sistem, i prepostavimo da obe čestice mogu biti u bilo kom od dva jednočestična stanja $|\psi_1\rangle$ ili $|\psi_2\rangle$. Korišćenjem notacije

$|\psi_1^{(1)}\rangle$, čestica 1 u stanju 1,

$|\psi_2^{(1)}\rangle$, čestica 1 u stanju 2,

$|\psi_1^{(2)}\rangle$, čestica 2 u stanju 1,

$|\psi_2^{(2)}\rangle$, čestica 2 u stanju 2,

razmotrimo čisto dvo-čestično stanje superpozicije (generalno **spleteno stanje**!)

$$|\psi\rangle_{12} = C_1 |\psi_1^{(1)}\rangle \otimes |\psi_2^{(2)}\rangle + C_2 |\psi_2^{(1)}\rangle \otimes |\psi_1^{(2)}\rangle \quad (\text{D.1.148})$$

(čiji je jedan primer singletno spinsko stanje). *Spletene stanja* tipa (D.1.148) ne mogu se faktorisati, u bilo kom bazisu, u proizvod stanja dva podsistema, tj.

$$|\psi\rangle_{12} \neq |\varphi^{(1)}\rangle|\chi^{(2)}\rangle \quad (\text{D.1.149})$$

[U izrazu (D.1.148) korišćen je tenzorski proizvod zbog isticanja da se radi o 2 jedno-čestična Hilbertova podprostora, ali će se to ubuduće podrazumevati. Ono se može generalizovati i na multi-partitne sisteme.]

Operator gustine čistog dvočestičnog stanja (D.1.148) jednak je

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{12} = & |\psi\rangle_{1212}\langle\psi| = \\ & |C_1|^2|\psi_1^{(1)}\rangle\langle\psi_1^{(1)}| \otimes |\psi_2^{(2)}\rangle\langle\psi_2^{(2)}| + C_1 C_2^* |\psi_1^{(1)}\rangle\langle\psi_2^{(1)}| \otimes |\psi_2^{(2)}\rangle\langle\psi_1^{(2)}| \quad (\text{D.1.150}) \\ & + C_2 C_1^* |\psi_2^{(1)}\rangle\langle\psi_1^{(1)}| \otimes |\psi_1^{(2)}\rangle\langle\psi_2^{(2)}| + |C_2|^2 |\psi_2^{(1)}\rangle\langle\psi_2^{(1)}| \otimes |\psi_1^{(2)}\rangle\langle\psi_1^{(2)}| \end{aligned}$$

dok je tzv. **redukovani operator gustine** za česticu 1 (dobijen uzimanjem traga $\hat{\rho}_{12}$ tj. integracije po stepenima slobode drugog sistema (čestice 2) koji nas ne zanima)

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{12}^{(1)} = Tr_2 \hat{\rho}_{12} &= \langle\psi_1^{(2)}|\hat{\rho}_{12}|\psi_1^{(2)}\rangle + \langle\psi_2^{(2)}|\hat{\rho}_{12}|\psi_2^{(2)}\rangle \\ &= |C_1|^2 |\psi_1^{(1)}\rangle\langle\psi_1^{(1)}| + |C_2|^2 |\psi_2^{(1)}\rangle\langle\psi_2^{(1)}| \quad (\text{D.1.151}') \end{aligned}$$

koji ima **formu operatora gustine mešanog stanja** za česticu 1 sve dok je $C_i \neq 0$, $i = 1, 2$, i slično za česticu 2:

$$\hat{\rho}_{12}^{(2)} = Tr_1 \hat{\rho}_{12} = |C_1|^2 |\psi_1^{(2)}\rangle\langle\psi_1^{(2)}| + |C_2|^2 |\psi_2^{(2)}\rangle\langle\psi_2^{(2)}| \quad (\text{D.1.151}'')$$

Dakle, kada se jedna čestica razmatra bez razmatranja druge, ona je generalno u *mešanom stanju*! Tako se **stepen spletjenosti** može razmotriti prema čistoći bilo kog podistema: ako je $Tr[\hat{\rho}_{12}^{(2)}]^2 = 1$ stanje $|\psi\rangle$ nije spleteno (već je faktorisano, tipa $\psi = |\psi^{(1)}\rangle|\psi^{(2)}\rangle$), ali ako je $Tr[\hat{\rho}_{12}^{(2)}]^2 < 1$, stanje $|\psi\rangle$ jeste spleteno (tipa (D.1.148))!

Štaviše, **podsistemske jednočestične operatori gustine** $\hat{\rho}_{12}^{(1)}$ i $\hat{\rho}_{12}^{(2)}$ (redukovani operatori gustine) *nisu stanja* podistema 1 i 2, već su tzv. "**mešavine 2. vrste**", jer za njih važe nejednakosti:

$$|\psi\rangle_{12} \neq \hat{\rho}^{(12)} \neq \hat{\rho}_{12}^{(1)} \otimes \hat{\rho}_{12}^{(2)} \quad (\text{D.1.152})$$

gde je $\hat{\rho}^{(12)}$ - **operator gustine mešanog dvočestičnog stanja**:

$$\begin{aligned}\hat{\rho}^{(12)} &= |C_1|^2 |\psi_1^{(1)}\rangle\langle\psi_1^{(1)}| \otimes |\psi_2^{(2)}\rangle\langle\psi_2^{(2)}| + |C_2|^2 |\psi_2^{(1)}\rangle\langle\psi_2^{(1)}| \otimes |\psi_1^{(2)}\rangle\langle\psi_1^{(2)}| \\ &\neq \hat{\rho}_{12} = |\psi\rangle_{1212}\langle\psi|\end{aligned}$$

Znači, **kvantna neseparabilnost** ne samo da poznaje “*kvantnu neodređenost*“ na nivou celine 1+2 (u smislu relacija neodređenosti), već unosi *dodatnu neodređenost – nepostojanje stanja podsistema* (iako je ukupni sistem 1+2 u čistom stanju, entropije $S_{\Psi_{12}} = 0$)!

U osnovi, za složene kvantne sisteme, kvantna spletenost (neseparabilnost) je pre pravilo nego izuzetak!!! Tako “*nepostojanje stanja podsistema*“ (a što je značenje izraza “*postojanje kvantnih korelacija*“) dovodi do **kvantne neseparabilnosti objekta i aparata(!) odnosno kvantne neseparabilnosti sistema i okruženja!** Primetimo da je *kvantna neseparabilnost* (neobjektivnost “nepravih mešavina“) tj. “mešavina 2. vrste“ kao (kvantnih) stanja – cena koja se mora platiti u okvirima **fon Nojmanove teorije merenja** (fNTM) – i posledica je pretpostavke **univerzalnog važenja Šredingerove jednačine** (samo za *objekat i aparat* ($O+A$) kao celinu(!), odnosno samo za *kvantni sistem i okruženje* ($S+E$) kao celinu(!) u **Zurekovoj teoriji dekoherenčije** (ZTD), v. Dod. D.1.20).

U tom kontekstu, pomenimo *sličnosti i razlike Fon Nojmanove teorije merenja i Zurekove teorije dekoherenčije*. Naime, iako su formalno-matematički iste, ipak je ova druga razrada prve:

- (1) U ZTD je *otvoreni* sistem S *makroskopski fizički sistem* (neizolovan od okruženja E , sa zahtevom postojanja “robustnih“ stanja), kao i u fNTM, ali se u ZTD zahtev (D.1.153) trajanja stabilnosti “robustnih“ stanja (tzv. “bazisa brojača“ u ZTD) tiče *neodređeno drugog vremenskog intervala*(!) dok se u fNTM smatra *proizvoljno kratkim*(!);
- (2) Ako uslov iz (1) nije ispunjen, u fNTM se smatra da ni *merenje nije izvršeno*(!) dok u ZTD ni sam *makroskopski kvantni sistem* S i njegove odgovarajuće opservable *nisu definisani*(!);
- (3) U fNTM *početno stanje aparata nije proizvoljno*(!), dok se u ZTD *početno stanje okruženja E ne može preparirati*(!):

$$\hat{U}(t)|\varphi_i\rangle_S \otimes |\chi\rangle_E = |\varphi_i\rangle_S \otimes |\chi_i(t)\rangle_E. \quad (\text{D.1.153})$$

Ipak, *neophodno je istaći* da **ni fon Nojmanova teorija merenja ni Zurekova teorija dekoherenčije ne pružaju rešenje za problem klasičnog limita** (odnosno *objektivne separabilnosti* objekta/sistema i aparata/okruženja, koja postoji u *klasičnoj fizici*!), jer “*podsistska matrica gustine*“ $\hat{\rho}_S = \text{tr}_E \hat{\rho}_{S+E}(t)$ jeste “*mešavina druge vrste*“(!), a morala bi se “*načiniti*“ *objektivnim stanjem* tj. “*mešavinom prve*

vrste“ (što je predmet teorija merenja tipa, na primer, **Penrouzove objektivne redukcije** (OR) talasnog paketa, v. Od. 5.4.1)!

Pomenimo da kao potpuno suprotni ekstremum u interpretaciji akta kvantnog merenja, Everetova "many-worlds" interpretacija kvantne mehanike prepostavlja da se nikakav kolaps početne talasne funkcije i ne događa u procesu merenja, već da postoji grananje kompozitnog početnog stanja, koje se sastoji od početnog kvantnomehaničkog stanja sistema i stanja merne aparature, u superpoziciju svih mogućih kompozitnih stanja.¹⁵

D.1.20 Kvantna teorija dekoherencije. Stacionarna i nestacionarna kvantna stanja

Pojednostavljeni rečeno, **dekoherencija** je fizički proces "indukovan" okruženjem E kvantnomehaničkog sistema S , koji kroz neizbežnu interakciju okruženja i kvantnog sistema vodi efektivnom, približno klasično-fizičkom ponašanju kvantnog sistema. Kompozitni sistem $S + E$, kao zatvoreni kvantni sistem, podvrgava se Šredingerovoj jednačini (ali to ne važi pojedinačno ni za S ni za E , koji se nazivaju otvoreni kvantni sistemi), sa Hamiltonijanom $\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_E + \hat{H}_{\text{int}}$ koji figuriše u unitarnom operatoru vremenske evolucije kompozitnog sistema: $\hat{U}(t) = \exp(-2\pi i \hat{H}t / \hbar) \cong \exp(-2\pi i \hat{H}_{\text{int}}t / \hbar)$ (pošto je obično interakcioni hamiltonijan (\hat{H}_{int}) mnogo veći od "samo-Hamiltonijana" međusobno neinteragujućih sistema (\hat{H}_S) i okruženja (\hat{H}_E)).

¹⁵ "Many-worlds" interpretacija kvantne mehanike (Everet, 1957) prepostavlja da se nikakav kolaps početne talasne funkcije i ne događa u procesu merenja, već da postoji grananje kompozitnog početnog stanja, koje se sastoji od početnog kvantnomehaničkog stanja sistema Ψ i stanja merne aparature Φ , u superpoziciju svih mogućih kompozitnih stanja, koja se sastoje od svojstvenih stanja Ψ_i i odgovarajućih stanja opservera Φ_i , $\Psi\Phi = \sum_i c_i \Psi_i \Phi_i$ – gde svaki element u rezultujućoj superpoziciji opisuje opservera koji je registrovao određeni i generalno različit rezultat, i kome se čini da je početno stanje Ψ transformisano u odgovarajuće svojstveno stanje (Ψ_j , ako je odgovarajuće stanje opservera Φ_j). U tom smislu "ortodoknska" kvantnomehanička interpretacija redukcije "talasnog paketa" ostaje da važi na subjektivnom nivou svakog opservera, opisanog jednim elementom u superpoziciji. Cena koja se plaća za fizičku konzistentnost – jeste bizarno grananje početnog stanja sistema u mnogo kopija sa različitim svojstvenim stanjima, koje nadalje nastavljaju da postoje samostalno! Ustvari, sve to se može konzistentno primeniti i na čitav Kosmos, koji bi se konstantno granao u ogroman broj grana, koje neprekidno nastaju u interakcijama svih mikročestica.

Potrebno je, najpre, izračunati stanje otvorenog sistema S , tzv. "redukovani operator gustine" $\hat{\rho}_S$:

$$\hat{\rho}_{S_k}(t) = \text{tr}_E (\hat{U}(t) \hat{\rho}_{S_k+E_k}(t=0) \hat{U}^*(t)) \quad (\text{D.1.154})$$

gde je $\hat{\rho}_{S+E}$ ($t=0$) je početno stanje kompozitnog sistema $S + E$, dok se " tr_E " odnosi na integraljenje po stepenima slobode okruženja E . Dalje, pod skupom specijalnih uslova, može se uočiti **efekat dekoherenčije** definisan uprošćeno na sledeći način:

- (1) u reprezentaciji specijalnog ortonormiranog bazisa $\{|\phi^{k_i}\rangle_S\}$ u Hilbertovom prostoru kvantnog sistema S – tzv. "bazisa brojača" – dobija se *iščezavanje vandijagonalnih elemenata* redukovanih statističkih operatora $\hat{\rho}_S$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho_{Smm'}(t) = 0, \quad m \neq m' \quad (\text{D.1.155})$$

- (2) uz ispunjeni zahtev *stabilnosti ("robustnosti")* elemenata bazisa brojača:

$$\hat{H}_{\text{int}} |\phi^{k_i}\rangle_S |\varphi\rangle_E = |\phi^{k_i}\rangle_S |\varphi_{k_i}\rangle_E \quad (\text{D.1.156})$$

ili ekvivalentno

$$\hat{U}(t) |\phi^{k_i}\rangle_S |\varphi\rangle_E = |\phi^{k_i}\rangle_S |\varphi_{k_i}(t)\rangle_E \quad (\text{D.1.157})$$

Tako se, efektivno, pojavljuju **superselekciona pravila indukovana okruženjem (dekoherenčija)**, koja zabranjuju koherentne superpozicije određenih stanja sistema S . Drugim rečima, *dekoherenčija uspostavlja egzistenciju i robustnost* preferentnog skupa stanja - "bazisa brojača" - otvorenog kvantnog sistema S . Ako je početno stanje S koherentna superpozicija, $|\phi\rangle_S = \sum_i c_{k_i} |\phi^{k_i}\rangle_S$, onda se **proces dekoherenčije može predstaviti** kao:

$$|\phi\rangle_S = \sum_i c_{k_i} |\phi^{k_i}\rangle_S \xrightarrow{\tau_D} \hat{\rho}_S = \sum_i |c_{k_i}|^2 |\phi^{(k_i)}\rangle_S \langle \phi^{(k_i)}| \quad (\text{D.1.158})$$

gde je τ_D , **vreme dekoherenčije**, reda veličine trajanja procesa dekoherenčije. Izraz (D.1.158) prikazuje gubitak početne koherencije – što opravdava naziv *dekoherenčija*.

Dalji zadatak je zadovoljavajuće *modelovanje interakcionog Hamiltonijana*, \hat{H}_{int} , kako bi se realizovalo (1) i (2), odnosno izraz (D.1.158) za kompozitni sistem $S + E$. Bez ulaženja u detalje, pokazuje se da skoro nezavisno od modela okruženja E_k , sledeći **interakcioni Hamiltonijan** ispunjava postavljene zahteve:

$$H_{\text{int}} = C \hat{S} \otimes \hat{D}_E \quad (\text{D.1.159})$$

gde je C konstanta interakcije, $S = \sum_i k_i |\phi^{(k_i)}\rangle_{SS} \langle \phi^{(k_i)}|$ odgovarajuća opservabla kvantnog sistema S , a \hat{D}_E je proizvoljna opservabla okruženja E .

Sve do sada rečeno odnosilo se na **stacionarna stanja uspostavljena dekoherencijom**, čiji prethodni uslov (2) teži da *zamrzne dinamiku otvorenog kvantnog sistema* kada se sistem jednom nađe u stacionarnom stanju.

Međutim, u slučaju **nestacionarnih stanja** proisteklih spoljašnjim delovanjem na kompozitni sistem $S + E$, može doći prvo do razrušenja prethodnog stacionarnog stanja uz potonje ponovno uspostavljanje efekta dekoherencije usled interakcije (D.1.159). U tom kontekstu, mogu se uvesti sledeće *fizički i fenomenološki plauzibilne pretpostavke*, generalno primenljive na svaki kvantni sistem: (i) spoljašnji uticaj je *mnogo jači nego interakcija* (D.1.159), i (ii) *posle* spoljašnjeg delovanja, kompozitni sistem relaksira u ravnotežu ("stacionarno stanje") usled interakcije (D.1.159).

Dakle, fizički imamo sledeću situaciju: *inicijalno*, kompozitni sistem $S + E$ je u "stacionarnom stanju":

$$\hat{\rho}_S = \sum_i |c_{k_i}|^2 |\phi^{(k_i)}\rangle_{SS} \langle \phi^{(k_i)}| \quad (\text{D.1.160})$$

Potom, *jako spoljašnje delovanje* nekomutirajuće sa \hat{H}_{int} (D.1.159), tokom vremena T_{ext} redefiniše sistemsko okruženje E' , uvodeći sledeću nestacionarnu transformaciju sistema S :

$$\hat{\rho}_S \rightarrow \hat{\rho}'_S \quad (\text{D.1.161})$$

tako da je *generalno*:

$$[\hat{\rho}_S, \hat{\rho}'_S] \neq 0 \quad (\text{D.1.162})$$

Zatim, *posle prestanka spoljašnjeg delovanja* kompozitni sistem $S + E'$ podvrgnut je nestacionarnom *relaksirajućem procesu* tokom vremena T_{rel} , koji generalno dovodi do naredne promene stanja sistema S :

$$\hat{\rho}'_S \rightarrow \hat{\rho}''_S \quad (\text{D.1.163})$$

Konačno, relaksacioni proces *ponovo uspostavlja* stacionarno stanje i interakciju (D.1.159), koja *garantuje egzistenciju i stabilnost stacionarnih stanja kvantnog sistema S*, dovodeći do njegovog konačnog stanja:

$$\hat{\rho}_S''' = \sum_i |c_{k_i}|^2 |\phi^{(k_i)}\rangle_{SS} \langle \phi^{(k_i)}| \quad (\text{D.1.164})$$

tokom vremena dekoherenčije τ_D , pri prelazu $\hat{\rho}_S'' \rightarrow \hat{\rho}_S'''$.

Treba uočiti razliku između inicijalnog $\hat{\rho}_S$ i finalnog $\hat{\rho}_S'''$. Oba stanja se odnose na stacionarna stanja $|\phi^{k_i}\rangle_{S_k}$, garantujući njihovu egzistenciju i stabilnost. Međutim, relativni ideo različitih stanja – tj. njihove "statističke težine" – jeste različit, $|c_{k_i}|^2 \neq |c_{k_i}|^2$. Kao efekat, odigrala se **promena stanja kvantnog sistema pod nestacionarnim uticajem okruženja**, odnosno promena oblika potencijalne hiperpovrši u prostoru energija-stanje sistema S (v. Sl. 5.22 u Od. 5.4.2).

Totalno **trajanje nestacionarnog efekta** promene stanja kvantnog sistema S je:

$$T = T_{ext} + T_{rel} + \tau_D. \quad (\text{D.1.165})$$

Pošto je *proces kvantne dekoherenčije enormno brz* (za višečestične sisteme je recimo $\tau_D \ll 10^{-23}$ s)

$$T_{ext} + T_{rel} \gg \tau_D \quad (\text{D.1.166})$$

trjanje promene stanja kvantnog sistema S_k prema navedenom modelu je reda $T_{ext} + T_{rel}$, odnosno određeno trajanjem klasičnih makroskopskih procesa spoljašnjeg delovanja i relaksacije sistema.

Treba istaći da pomenuti model kvantne dekoherenčije može biti **generalno primjenjen** na bilo koji kvantni sistem i njegova stacionarna stanja i eksitacije, od *makromolekula i njegovih konformacija* (v. Od. 1.7 i Zad. 1.11), preko *akupunktturnog sistema i njegovih psihosomatskih stanja* (v. Od. 6.3), do *dva modusa svesti* (v. Od. 5.4), i da bi mogao poslužiti kao bioinformaciona osnova **kvantne medicine** (v. Sl. 5.22 u Od. 5.4.2, kao i Dod. 1.22).

Tako, na primer, pri **primeni MRT terapije** za prevodenje obolelog akupunktturnog sistema S iz psihosomatski poremećenog stanja $|\phi^{k_2}\rangle_S$ u osnovno zdravo

stanje $|\phi^{k_0}\rangle_S$ (v. Sl. 5.22), potrebno je za vreme jakog spoljašnjeg delovanja (T_{ext}) dovesti spoljašnju mikrotalasnu energiju za savladivanje potencijalne barijere poremećenog stanja ($\Delta E_S^{k_{2,0}}$), što posle vremena relaksacionog procesa (T_{rel}) odvođenja viška energije ($\Delta E_S^{k_{0,2}}$), dovodi do uslova završetka kvantne promene stanja akupunktturnog sistema $\hat{\rho}_S \rightarrow \hat{\rho}_S''$, uz dodatno vreme dekoherencije (τ_D) i uz smanjenje jednog kvanta mikrotalasne energije u stanju $|\phi^{k_2}\rangle_S$ i povećanja jednog kvanta energije u stanju $|\phi^{k_0}\rangle_S$! Višestrukim ponavljanjem ovog procesa, sve više se smanjuje dubina memorijskog atraktora k_2 a povećava dubina memorijskog atraktora k_0 , što konačno dovodi do potpunog brisanja psihosomatskog poremećaja $|\phi^{k_2}\rangle_S$ uz produbljivanje zdravog stanja $|\phi^{k_0}\rangle_S$, odnosno do dinamičkog modifikovanja potencijalne hiperpovrši akupunktturnog sistema, analogno situaciji obučavanja klasičnih Hopfieldovih asocijativnih neuronskih mreža (v. Sl. 5.22).

Dodajmo, na kraju, i da je u kontekstu potrebnih uslova za ostvarenje dekoherencije definisanje otvorenog kvantnog sistema i njegovog okruženja – simultani proces – tako da je u kontekstu univerzalnog važenja kvantne mehanike *svest relativan koncept*, nelokalno određen i udaljenim delovima postojećeg opserviranog svemira (mada važi i obrnuto!), što je u skladu sa idejom o *kolektivnoj svesti* kao mogućem ontološkom svojstvu samog fizičkog polja, sa različitim mikro-kvantnim i makro-kvantnim (i nebiološkim i biološkim, i realnim i virtuelnim) eksitacijama.

D.1.21 Kvantna kubitna informatika. Kvantna teleportacija, kriptografija i računanje

Jedna značajna primena kvantne spletenosti (entanglement) jeste kvantna teleportacija (i ponekad sa njom povezana (Ekert-protokolom) kvantna kriptografija), a druga je kvantno računanje, o čemu će biti reči u ovom odeljku.

KVANTNA TELEPORTACIJA omogućava prenos (*nepoznatog*) kvantnog stanja iz jedne u drugu (*udaljenu*) tačku. U proceduri (protokolu) teleportacije učestvuju dve osobe: A (Alice) i B (Bob) i pretpostavimo da *A poseduje kvantno stanje*

$$|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle, \quad (\text{D.1.167})$$

koje želi da teleportuje osobi B, tako da B može da dođe u njegov posed u svom fotonskom modu! Pri tom, superpozicija (D.1.168) dva stanja $|0\rangle$ i $|1\rangle$ predstavlja tzv. *qubit* (kvantni bit informacije), a bazisna stanja $|0\rangle$ i $|1\rangle$ jesu stanja bilo kog 'dvo-nivoskog' sistema (dva spinska, ili stanja dvo-nivosačkih atoma, ili vertikalno i horizontalno polarisana fotonska stanja).

Stanje (D.1.167) je generalno nepoznato Alisi, tako da ona ne zna koeficijente c_0 i c_1 (da ga zna, mogla bi ga dojaviti Bobu i klasičnim kanalom (telefonom)). Dalje prepostavljamo da neki izvor svetlosti može proizvesti spleteno stanje u zajedničkom posedu A i B:

$$|\Psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B) \quad (\text{D.1.168})$$

Tako Alisa ima u svom posedu stanje $|\psi\rangle$ za teleportaciju i deo zajedničkog stanja $|\Psi_{AB}\rangle$, dok Bob ima samo svoj deo zajedničkog stanja, za sada.

A ukupno stanje za Alisu i Boba je

$$|\Phi_{AB}\rangle = |\psi\rangle|\Psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_0|0\rangle + c_1|1\rangle)(|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B), \quad (\text{D.1.169})$$

koje se može razviti i pregrupisati u obliku

$$\begin{aligned} |\Phi_{AB}\rangle &= |\Phi^+\rangle(c_0|0\rangle_B + c_1|1\rangle_B) + |\Phi^-\rangle(c_0|0\rangle_B - c_1|1\rangle_B) \\ &\quad + |\Psi^+\rangle(c_0|1\rangle_B + c_1|0\rangle_B) + |\Psi^-\rangle(c_0|1\rangle_B - c_1|0\rangle_B) \end{aligned} \quad (\text{D.1.170})$$

gde su uvedena tzv. **Belova stanja** (koja kao međusobno ortogonalna čine *bazis* u 4-D Hilbertovom prostoru)

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle_A + |1\rangle|1\rangle_A) \quad (\text{D.1.171})$$

$$|\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle_A - |1\rangle|1\rangle_A) \quad (\text{D.1.172})$$

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle_A + |1\rangle|0\rangle_A) \quad (\text{D.1.173})$$

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle_A - |1\rangle|0\rangle_A) \quad (\text{D.1.174})$$

Belova stanja (D.1.171–4) konstruisana su od bazisnih stanja nepoznatog stanja za teleportaciju i Alisinog dela spletenog sistema. Svako od Belovih stanja u (D.1.170) je korelisano sa različitom superpozicijom Bobovog dela spletenog stanja. Za sada verovatno *treba istaći* da se ništa fizički još uvek nije odigralo: samo je prepisano stanje (D.1.169) u obliku (D.1.170)!

Sledeći korak u protokolu je da *Alisa izvrši 'projektivna kvantna merenja na Belov bazis'*, pri čemu će svako od četiri Belova stanja da se odigra sa jednakom verovatnoćom 1/4:

- (1) Prepostavimo da je Alisa dobila stanje $|\Phi^+\rangle$ i da ona *zna* da je dobila to stanje; time je Bobov fotonski sistem projektovan na stanje $c_0|0\rangle_B + c_1|1\rangle_B$. Potom preko *klasičnog kanala* Alisa javlja Bobu da je detektovala stanje $|\Phi^+\rangle$ i tako *oboje znaju* da je Bob *već u posedu* teleportovanog stanja i tako on ništa ne mora da čini. Uočimo da ni Alisa ni Bob *ne znaju koje je to teleportovano stanje*!
- (2) Ako je, međutim, Alisa saopštila da je dobila stanje $|\Phi^-\rangle$, onda je Bobov fotonski sistem projektovan u stanje $c_0|0\rangle_B - c_1|1\rangle_B$, i on zna da se njegovo stanje razlikuje od originalnog (teleportovanog) stanja po predznaku drugog člana tako da on mora da izvrši transformaciju $|0\rangle_B \rightarrow |0\rangle_B, |1\rangle_B \rightarrow -|1\rangle_B$ da bi dobio originalno stanje.
- (3) Ako, pak, Alisa saopšti da je detektovala $|\Psi^+\rangle$, Bobov fotonski sistem je u stanju $c_0|1\rangle_B + c_1|0\rangle_B$ i on mora izvršiti operaciju $|1\rangle_B \rightarrow |0\rangle_B, |0\rangle_B \rightarrow -|1\rangle_B$ da dobije originalno stanje.
- (4) Konačno, ako je Alisa dobila $|\Psi^-\rangle$, Bob ima u svom posedu stanje $c_0|1\rangle_B - c_1|0\rangle_B$ i mora izvršiti transformaciju $|1\rangle_B \rightarrow |0\rangle_B, |0\rangle_B \rightarrow -|1\rangle_B$ da dobije originalno (teleportovano) stanje.

Ovo čini **opis protokola teleportacije!** Uočiti još jedanput da ni Alisa ni Bob *ne znaju* ni u jednom trenutku *originalno teleportovano stanje*, kao i da se u procesu projektivnih kvantnih merenja na Belov bazis *originalno stanje uništava*!

Kvantna teleportacija može uzličiti kao da ima elemente magije, a to je zbog *spleteneosti* Alisinog i Bobovog zajedničkog stanja $|\Phi_{AB}\rangle$, odnosno njihovih (*nelokalnih kvantnih korelacija*)! Ona nije samo teorijski kuriozitet već i *eksperimentalna činjenica*, i na njoj je danas bazirana *kvantna kriptografija* (u tzv. *Ekertovom protokolu*), a može postati

osnova i za buduće kvantne komunikacije (za prenos kvantnog stanja sistema od Alise do Boba, ako oni imaju spletenu zajedničku stanju!)

KVANTNA KRIPTOGRAFIJA omogućava da se šifrovana (kriptovana) informacija *kvantno prenese* od Alise do Boba sa **apsolutnom zaštitom!** Korišćenjem protokola **podeljenog kvantnog ključa** (*quantum key distribution (QKD)*), omogućen je mehanizam stvaranja zajedničkog ključa Alise i Boba u tzv. **javnim kanalima**. [Tzv. *javnih kripto-sistema*, u kojima Bob javno šalje ključ od dva jako velika prosta broja ($e, p \cdot q(N)$), gde se p i q biraju nasumično (random) iz kruga velikih prostih brojeva ($> 10^{1000}$), $N = p \cdot q > 10^{2000}$, $p \cdot q(N) \equiv (p - 1)(q - 1)$, a $e < N$ se bira tako da e i $p \cdot q(N)$ nemaju zajedničkih sadržilaca osim 1. Alisa potom kodira tekst poruku koristeći od Boba javni ključ i potom šalje kodiranu poruku Bobu, koju Bob potom dekodira. Šta čini ovaj kanal sigurnim: to je *veličina broja N kojeg treba faktorisati* ($N = p \cdot q$) a za to je potrebno *klasičnom* superkompijuteru mnogo godina – ali *nije zato kvantnom!* – kojeg bi mogla tako (u bliskoj budućnosti) da koristi ‘presretač’ Eva i da ugrozi sigurnost kriptovane poruke. Ali tu onda ulazi u trku *kvantna kriptografija!*].

QKD omogućava da Alisa i Bob razmene tajni ključ bez fizičkog susreta (direktnog ili posrednog (kurir)). *Sigurnost QKD* je omogućena *principima kvantne mehanike*. Centralna QKD-ideja je da je *nemoguće da ‘presretač’ dobije celu informaciju po prenetom kvantnom stanju iz jednog merenja!*: naime, kvantno stanje $|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$ koje se prenosi (i ‘presreće’) ima nepoznato c_0 i c_1 , koji se ne mogu odrediti jednim merenjem (oni su mogu odrediti tek nizom merenja izvršenim nad iznova prepariranim stanjem $|\psi\rangle$). Međutim, u *QKD-protokolima se nikad ponovo ne koristi isto* $|\psi\rangle$, niti se ono uzima u formi ortogonalnih stanja ($|0\rangle, |1\rangle$), već se uvek koriste neortogonalna stanja ($|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$).

Postoji više QKD protokola (BB84/Bennet & Brassard (1992); B92/Bennet (1992); Ekert (1991);..., od kojih Ekertov protokol koristi *kvantnu spletenu n parova kubita*, oblika $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle)$, uz korišćenje dva bazisa: $\{|0\rangle, |1\rangle\} i \{|+\rangle, |-\rangle\}$).

Sukcesivnim Alisinim i Bobovim merenjima u jednom ili drugom bazisu (prema vrednostima nasumično izvučenih brojeva $a, a' = 0$ ili 1), prema Ekertovom protokolu, uz javno saopštavanje rezultata merenja (b, b') uspostavlja se deo kriptografskog bitnog ključa (a, a') [samo za slučaj $b = b'$] – a kompletira ceo *bitni ključ* obavljanjem ovakve procedure nad svih n spletenih parova kubita! Sve ove šeme su *ekperimentalno* (a od nedavno i *komercijalno*) realizovane.

KVANTNO KUBITNO RAČUNANJE je *algoritamski postupak* koji se obavlja *po ugledu na klasično računanje*, tj. sva dobra iskustva i osnove klasičnog računanja usvajaju se i u kvantnom računanju – ali se koristi *kvantni paralelizam* za drastično ubrzano paralelno procesiranje i *kvantna dekoherencija* za očitavanje informacija!

Tako, na primer, klasični pojam *bita* se prenosi u kvantnu fiziku kroz pojam **kubita** (*qubit*, tj. kvantni bit), koji predstavlja bilo koji **2-D Hilbertov prostor stanja** (analogon spinskog prostora stanja spina $1/2$, ili bilo kog dvo-nivoskog kvantnog sistema), sa **bazisom izračunavanja** $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ (umesto klasičnog para stanja $\{0,1\}$ koje može uzimati klasični bit), koji u *kvantnoj mehanici* omogućava **koherentne superpozicije stanja** (koje *nemaju klasične analogone!*):

$$|\psi\rangle_n = c_0|0\rangle_n + c_1|1\rangle_n, \quad (\text{D.1.175})$$

gde n - prebrojava kubite (odnosno dvo-nivoske kvantne sisteme: fotone sa dvojakom polarizacijom $\{|V\rangle, |H\rangle\}$, jone sa dvojnim spinom $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ i sl.), $n = 1, 2, \dots, N$.

Treba istaći sledeće: sve dok se nalazimo u stanjima koja *nisu* koherentne superpozicije tipa (D.1.175), *nema razlike* između kvantnog i klasičnog računanja (tako, na primer, nizu (*stringu*) *bitova* iz klasičnog računara

$$0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1, \quad (\text{D.1.176})$$

odgovara niz stanja iz *bazisa izračunavanja*,

$$|\psi_i\rangle = |0\rangle_1 |0\rangle_2 |0\rangle_3 |1\rangle_4 |0\rangle_5 |1\rangle_6 |0\rangle_7 |0\rangle_8 |1\rangle_9 \equiv |000101001\rangle, \quad (\text{D.1.177})$$

gde se u (D.1.177) podrazumeva *tenzorski proizvod* stanja N čestica ($N = 9$), $|0\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 \otimes \dots \otimes |1\rangle_9$, i obično se izostavljaju indeksi (1,2,3,...,9) koji prebrojavaju čestice (kubite)). Međutim, kako *stanja kubita* predstavljaju u *opštem slučaju koherentne superpozicije* (D.1.175), to i **kvantni stringovi** predstavljaju tenzorski proizvod takvih kubita:

$$|\psi_i\rangle = |\psi\rangle_1 \otimes |\psi\rangle_2 \otimes \dots \otimes |\psi\rangle_N, \quad i = 1, 2, \dots, 2^N \quad (\text{D.1.178})$$

i takvih *linearno nezavisnih stringova* od **N-kubita** ima 2^N u 2^N -dimenzionom **Hilbertovom prostoru** kojeg obrazuju ovih N kubita (svaki od N kubita obrazuje svoj 2-D Hilbertov prostor)! U ovom **2^N-D Hilbertovom prostoru** normalizovano *N-kubitno stanje* ima oblik **superpozicije stanja** (D.1.178):

$$|\psi\rangle = \sum_{i=0}^{2^N} c_i |\psi_i\rangle, \quad \left(\sum_{i=1}^{2^N} |c_i|^2 \right) = 1 \quad (\text{D.1.179})$$

Ako je *kvantno računanje* neka (**reverzibilna unitarna**) **linearna operacija** \hat{U} , tada je računanje na stanju (D.1.179) dato izrazom

$$\hat{U}|\psi\rangle = \sum_{i=0}^{2^N} c_i \hat{U}|\psi_i\rangle \quad (\text{D.1.180})$$

Što je poenta *kvantnog računanja*, koje predstavlja *paralelno procesiranje na svim stringovima* $|\Psi_i\rangle$, $i = 1, 2, \dots, 2^N$ - koje **nema klasičnog analogona** (jer u *klasičnom računanju* imamo niz vremenski razdvojenih (nesimultanih) izračunavanja: $\{\hat{U}|\psi_i\rangle, i = 1, 2, \dots\}$)! Ova mogućnost paralelnog procesiranja u kvantnom računanju naziva se **kvantnim paralelizmom!**

Sada se, pak, ukazuje novi problem: kako iz koherentne superpozicije (D.1.180) *očitati* korisne informacije – jer su rezultati "pojedinačnih" (klasičnih) 'trajektorija' $\hat{U}|\Psi_i\rangle$ kvantno neodređeni (sa "probabilistikom" $\sim |c_i|^2$, $i = 0, 1, \dots, 2^N$). Naravno, jasno je da je neophodno *kvantno merenje*, ali ceo postupak zahteva *izvesnu kreativnost* – kako pripremiti (*preparirati*) stanje sistema, tako da se podesnim **kvantnim merenjem** mogu izvući korisne informacije (tj. **rezultat računanja**).

Dakle, *kvantno računanje je algoritamski postupak*, koji se uopšteno govoreći sastoji od *dva glavna tipa postupaka*:

- (1) *Primena unitarnih transformacija* na sistemu od N kubita;
- (2) *Obavljanje podesnih kvantnih merenja* na tom sistemu ili određenom podsistemu, što daje rezultat kvantnog računanja!

U kontekstu postupka (a) *postoji univerzalno kvantno računanje* (tj. može se izvršiti *proizvoljna unitarna transformacija* stanja N -kubitnog sistema sa *proizvoljno malom greškom*! Naime, pokazuje se da *postoji skup jedno- i dvo-kubitnih transformacija* koje čine **univerzalni skup kvantnih logičkih kapija** (gates) (tj. unitarnih transformacija na jednom kubitu ili paru kubita, kojima se može ostvariti proizvoljna unitarna transformacija na skupu od N kubita). Naravno, da bi se tako ostvarile transformacije na svih N kubita, neophodno je u algoritamski uređenom redosledu (pored jedno-kubitnih) primenjivati i dvo-kubitne transformacije – npr. na paru 1-2, zatim 2-3, potom 3-4 itd.

Jedan skup "univerzalnih logičkih kopija" čine dve 1-kubitne transformacije, Adamarova (Hadamard) transformacija

$$\hat{U}_H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad \hat{U}_H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \quad (\text{D.1.181})$$

(kojim se očigledno uvodi kvantna neodređenost vrednosti za observable u svojstvenom 'bazisu izračunavanja') i operacija $\pi/8$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\pi/4) \end{pmatrix} \quad (\text{D.1.182})$$

kao i jedna 2-kubitna transformacija, 'Isključivo ILI' (XOR, CNOT)

$$\hat{U}_{CNOT}|0\rangle_1|i\rangle_2 = |0\rangle_1|i\rangle_2, \quad \hat{U}_{CNOT}|1\rangle_1|i\rangle_2 = |1\rangle_1|\perp i\rangle_2 \quad (\text{D.1.183})$$

(gde simbol \perp_i znači 'negaciju': $\perp 0 = 1, \perp 1 = 0$; u opštem slučaju CNOT uvodi kvantnu spletenuost u stanja složenog sistema 1+2).

Posebna vrsta transformacija u kvantnom računanju su tzv. kvantne 'crne kutije' (tj. kvantni "orakli" (oracles)) definisani izrazom

$$\hat{U}_f \sum_{i=1}^{2^N} C_i |\psi_i\rangle_1 |0\rangle_2 = \sum_{i=1}^{2^N} C_i |\psi_i\rangle_1 |f(i)\rangle_2 \quad (\text{D.1.184})$$

gde je f željeno preslikavanje takvo da je rezultat preslikavanja uvek ili 0 ili 1 (indeksi 0 i 1 u (D.1.183) tiču se u opštem slučaju dva stringa od po N bita, tj. dva 'kubit registra' između kojih deluju kvantni orakli). Izraz (D.1.184) je tipičan za kvantnu teoriju merenja, što određuje i način funkcionisanja orakla.

Kvantni računari mogu rešavati izvesne zadatke praktično nerešive klasičnim računarima (ipak, ono što u principu ne mogu klasični, ne mogu ni kvantni). Trenutno su razvijeni kvantni algoritmi koji u odnosu na klasične daju **značajna ubrzanja**, koji se mogu podeliti u dve grupe:

- (a) Ne-eksponencijalna ubrzanja (Grover (1997): pretraživanje baze podataka);
- (b) Eksponencijalna ubrzanja (Šor (1994): faktorizacija velikih brojeva).

Eksponencijalna ubrzanja potiču od 2^N -puta bržeg kvantnog računara u odnosu na klasične računare, zbog kvantnog paralelizma (D.1.180) (pa se vreme potrebno za rešavanje teških zadataka klasičnog računara – koje raste eksponencijalno sa brojem inputa – redukuje na polinomijalni rast u kvantnom (Šorovom) računaru!).

Tipični **kvantni algoritmi** predstavljaju *kombinaciju* sledećih postupaka:

- (1) *Preparacija stanja oba registra* (obično u stanja iz „bazisa izračunavanja“);
- (2) *Adamarova transformacija* (obično na kubitima oba registra istovremeno);
- (3) *Kvantna Furijeova transformacija* (obično na prvom registru, kojom se prevođi koeficijent u razvoju c_i u novu konstantu $c_i e^{i\lambda_i}$, gde novi fazni faktori λ_i redefinišu interferenciju stanja);
- (4) *Primena kvantnog orakla* (postoje i kvantni orakli (Grover) koji ne zahtevaju spletena stanja);
- (5) *Pogodno kvantno merenje* (samo na jednom registru, ili njegovom podsistemu – ali se uvek radi o *kolektivnim merenjima* opservabli (pod) sistema kao celine, a ne o istovremenom merenju opservabli pojedinačnih kubita).

[*Prvi metodski kvantni algoritam* Dojča (1985) bio je 2 puta brži od klasičnog (1 umesto 2 korišćenja orakla) – kao principijalna demonstracija!]

U vezi sa kvantnim algoritmima, ostaju još mnoga **otvorena pitanja**:

- (a) Novi algoritmi za klasično teške (pre svih NP-kompletne) računske probleme;
- (b) Univerzalna vs. parcijalna prednost kvantnih računara (samo neki zadaci?);
- (c) Da li korišćenje ’spletenih’ stanja podrazumeva komunikaciju bržu od svetlosti?
- (d) Fizičko ostvarivanje ’spletenih’ sistema za više-komponentne sisteme (ne samo dvo-komponentne) kao što je sistem identičnih fermiona ili bozona;
- (e) Da li je ’spletost’ stanja neophodan činilac kvantnih algoritama (ili ona služi samo za pogodne destruktivne interferencije i pripremu stanja sistema za pogodno kvantno merenje).

Jedno od važnih praktičnih pitanja u kvantnom računanju je razvoj **metoda korekcije grešaka** (‘quantum error correction’): (a) usled *neidealnosti unitarnih transformacija* (logičkih kapija) i *kvantnih merenja* (mogu se praktično zanemariti(!)); i (b) usled *dekoherencije na kubitima* (registrima kubita) (što je *nezane-marlivo*!), jer dekoherencija dovodi do *uništenja kvantne koherencije*, a ona je *suštinska osnova kvantnog paralelizma*, koja svodi *kvantno računanje na klasično*:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^{2^N} C_i |\psi_i\rangle \rightarrow \hat{\rho} = \sum_{i=1}^{2^N} |C_i|^2 |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \quad (\text{D.1.185})$$

Otuda se *dekoherencija* ‘po svaku cenu’ mora izbeći(!), pre samog kvantnog merenja na kraju procesa izračunavanja. U ’borbi’ protiv dekoherencije postoji nekoliko pristupa: (a) ECC (Error Correcting Codes – za korekciju grešaka nastalih dekoherencijom); (b) EAC (Error Avoiding Codes – za definisanje potprostora stanja registra invarijantnih na interakciju registra i okruženja); (c) DISD (Decoherence-Induced Suppress of Decoherence – za potiskivanje dekoherencije na registrima, izazivanjem dekoherencije ’kupatila’ njegovim okruženjem).

Osnovni zadatok *praktične realizacije kvantnih računara* je *implementacija kubita i logičkih kapija* za univerzalno **kvantno računanje na velikom broju kubita**, što je tek deo *istraživačkih programa u začetku, na različitim hardverima*:

- (a) *Optički hardver* (Polarizacija fotona/kubit i optičke logičke kapije – većina istraživanja polaze nade u ovaj hardver!);
- (b) *Ridbergova stanja* (Atomi u kvantnoj elektromagnetskoj šupljini, sa osnovim i pobudenim stanjima/kubit);
- (c) *Kvantne tačke* (Elektroni u svakoj od niza kvantnih tačaka u kondenzovanom stanju osećaju dejstvo potencijalne jame sa dva lokalna minimuma iste dubine/kubit – veoma perspektivan pravac!);
- (d) *Spintronika* (Spinovi jona/kubit u kondenzovanom stanju, kontrolisani električnim i magnetnim poljem);
- (e) *Nuklearna magnetna rezonanca* (NMR sa nuklearnim spinom/kubit – mala perspektiva!).

Praktični zahtevi za kvantne kubitne računare su veliki, sa malo tolerancije ($\sim 0,1\%$), što će zahtevati **rad na niskim temperaturama** ($\sim \mu\text{K}$, da se eliminiše *termalni šum*), kao i **visok stepen izolovanosti od okruženja** (da se smanji *dekoherencija*).

S druge strane, **kvantno-holografske Hopfieldove neuronske mreže** u svom načinu rada **koriste kvantu dekoherenciju** ne samo za očitavanje već i za računanje, (v. Dod. D.1.22) pa su znatno *robustnije i otpornije* na gornje zahteve – uz mogući **rad na sobnim temperaturama** (kako verovatno funkcioniše *biološki sistem akupunktura/svest*)!

D.1.22 Kvantna neuralna informatika. Hopfieldove neuronske mreže i kvantna holografija

Hopfieldove (1982) klasične neuronske mreže interzivno su proučavane i modelirane i za potrebe kognitivnih neuronauka (Amit, 1989). Međutim, pokazuje se i da je Hopfieldov model klasične neuronske mreže analogan Fejnmmanovoj propagatorskoj verziji kvantne teorije, i da se može uspostaviti formalni informacioni paralelizam između klasičnih i kvantno-holografskih Hopfieldovih neuronskih mreža.

U modelu **Hopfieldove klasične neuronske mreže**, kolektivno izračunavanje je regulisano minimizacijom Hamiltonove energetske funkcije

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{l=1}^N \sum_{j=1}^N J_{lj} q_l q_j = -\frac{1}{2} \sum_{l=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^P q_l^{k_i} q_j^{k_i} q_l q_j \quad (\text{D.1.186})$$

gde je q_l trenutna aktivnost l -tog neurona (od postojećih N neurona u mreži K), dok je $q_l^{k_i}$ doprinos aktivnosti l -tog neurona u paralelno-distribuiranoj memoriji neuronske

mreže koja odgovara k_l -tom memorisanom vektoru stanja (od postojećih P memorisanih vektora stanja u mreži). Proces gradijentnog opadanja ove energetske funkcije rezultat je mrežne interakcije *sistema neurona* opisanih **vektorom stanja q** (sa elementima q_j) i sistema interneuronskih *sinaptičkih veza* opisanih **memorijskom matricom J** (sa elementima J_{lj}), što se u prostoru energija-stanje neuronske mreže manifestuje pojavom P minimuma (memorijskih atraktora neuronske mreže) na energetskoj hiperpovrši (v. Sl. 5.22 u Od. 5.4.2).

Tako, u modelu **Hopfieldove klasične neuronske mreže**, Hebova dinamička jednačina za **neuronske aktivnosti**

$$q_l(t_2 = t_1 + \delta t) = \sum_{j=1}^N J_{lj} q_j(t_1) \quad \text{ili} \quad \mathbf{q}_{out}(t_2) = \mathbf{J} \mathbf{q}_{in}(t_1) \quad (\text{D.1.187})$$

i dinamička jednačina za **sinaptičke veze** (težine)

$$J_{lj} = \sum_{i=1}^P q_l^{k_i} q_j^{k_i} \quad \text{ili} \quad \mathbf{J} = \sum_{i=1}^{P_k} q^{k_i} q^{k_i T} \quad (\text{D.1.188})$$

čine povezani **klasični paralelno-distribuirani informacioni procesirajući sistem**. Ovo je jedan od najnedostavnijih algoritama korišćenih za teorijsko modeliranje moždanih funkcija.

Jednačina (D.1.186) je *globalni* (varijacioni) opis, dok je sistem jednačina (D.1.187–8) *lokalni* (interakcioni) opis učenja ulaznih vektora stanja q^{k_i} , u Hopfieldovoj klasičnoj neuronskoj mreži K . Odgovarajuće neuronske aktivnosti mogu se uneti u sistem **neuronskih stanja q** iterativno, ili se mogu istovremeno uvesti od samog početka u **Hebovu memorijsku matricu J** koja sadrži sve sinaptičke težine J_{lj} .

Jednačine (D.1.187) i (D.1.188) mogu se prepisati **u kontinualnoj formi**, inkorporiranjem prostorno-vremenskog opisa neuronskih i sinaptičkih aktivnosti:

$$\mathbf{q}_{out}(\mathbf{r}_2, t_2) = \iint \mathbf{J}(\mathbf{r}_2, t_2, \mathbf{r}_I, t_I) \mathbf{q}_{in}(\mathbf{r}_I, t_I) d\mathbf{r}_I dt_I \quad (\text{D.1.189})$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}_2, t_2, \mathbf{r}_I, t_I) = \sum_{i=1}^P q^{k_i}(\mathbf{r}_2, t_2) q^{k_i T}(\mathbf{r}_I, t_I) \quad (\text{D.1.190})$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_I) = \sum_{i=1}^P q^{k_i}(\mathbf{r}_2) q^{k_i T}(\mathbf{r}_I)$$

Memorijsko asocijativno prepoznavanje u Hopfieldovoj klasičnoj neuronskoj mreži vrši se ulazno-izlaznom transformacijom $\mathbf{q}_{out} = \mathbf{J}\mathbf{q}_{in}$, ili u razvijenoj formi

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{out}(\mathbf{r}_2, t_2 = t_1 + \delta t) &= \int \mathbf{J}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \mathbf{q}_{in}(\mathbf{r}_1, t_1) d\mathbf{r}_1 = \\ &\int \left[\sum_{i=1}^P q^{k_i}(\mathbf{r}_2) q^{k_i T}(\mathbf{r}_1) \right] \mathbf{q}_{in}(\mathbf{r}_1, t_1) d\mathbf{r}_1 \end{aligned} \quad (\text{D.1.191})$$

Iz izraza (D.1.191) vidi se da ako je ulazni vektor \mathbf{q}_{in} najsličniji nekom prethodno memorisanom (naučenom) vektoru stanja, recimo q^{k_1} (i istovremeno skoro ortonormalan na ostale memorisane vektore stanja $q^{k_i}, i \neq 1$), tada izlazni vektor \mathbf{q}_{out} konvergira ka memorijskom atraktoru vektora stanja q^{k_1} , odnosno Hopfieldova klasična neuronska mreža K asocijativno prepoznaće vektor q^{k_1} .

Haken (1991) je pokazao da uvođenje biološki plauzibilnijih *neuronskih oscilatornih aktivnosti* daje bogatiju dinamiku neuronske mreže, pri čemu Hopfieldove klasične neuronske varijable umesto realnih postaju *kompleksne veličine* (slično kvantnim veličinama, mada je za razliku od klasičnih kompleksnost kvantnih veličina suštinska). Korak dalje učinjen je sa *kvantnom generalizacijom* Hopfieldove neuronske mreže, Saterlendovom (1990) *holografskom neuronskom mrežom* i njoj ekvivalentnim Perušovim modelom *Hopfieldove kvantne neuronske mreže*. U ovom dodatku razmotrićemo Perušov model, baziran na direktnoj **matematičkoj korespondenciji** između *klasičnih neuronskih* (levo) i *kvantnih varijabli* (desno) i odgovarajućih Hopfieldovih klasičnih i kvantnih jednačina, respektivno:

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &\Leftrightarrow \Psi, \quad q^{k_i} \Leftrightarrow \Psi^{k_i}, \quad \mathbf{J} \Leftrightarrow G \\ (\text{D.1.189}) &\Leftrightarrow (\text{D.1.192}), \quad (\text{D.1.190}) \Leftrightarrow (\text{D.1.193}), \quad (\text{D.1.191}) \Leftrightarrow (\text{D.1.194}) \end{aligned}$$

Navedeni parovi jednačina su *matematički ekvivalentni*, ukazujući da je *kolektivna dinamika neuronskih i kvantnih sistema slična*, uprkos različitoj prirodi skupa neurona (\mathbf{q}) i njihovih memorijskih sinaptičkih veza (\mathbf{J}) u neuronskoj mreži K , sa jedne strane, i talasnih funkcija (Ψ) i njihovih propagatorskih veza (G) u kvantnom sistemu S , sa druge strane.

Tako, u Perušovom modelu (1996) **Hopfieldove kvantne neuronske mreže**, dinamička jednačina za **talasnu funkciju stanja** k -tog kvantnog sistema S_k

$$\begin{aligned} \Psi_{out}(\mathbf{r}_2, t_2) &= \iint G(\mathbf{r}_2, t_2, \mathbf{r}_1, t_1) \Psi_{in}(\mathbf{r}_1, t_1) d\mathbf{r}_1 dt_1 \\ \text{ili} \end{aligned} \quad (\text{D.1.192})$$

$$\Psi_{out}(t_2) = G \Psi_{in}(t_1)$$

i dinamička jednačina za **propagator kvantnog sistema S**

$$G(\mathbf{r}_2, t_2, \mathbf{r}_I, t_I) = \sum_{i=1}^P \Psi^{k_i}(\mathbf{r}_2, t_2) \Psi^{k_i*}(\mathbf{r}_I, t_I)$$

ili

$$G(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_I) = \sum_{i=1}^P \Psi^{k_i}(\mathbf{r}_2) \Psi^{k_i*}(\mathbf{r}_I)$$
(D.1.193)

čine povezani **kvantni paralelno-distribuirani informacioni procesirajući sistem**, gde su Ψ^{k_i} svojstvene talasne funkcije stanja kvantnog sistema S. Tako Ψ^{k_i} čini **kvantno memorjsko stanje**, dok G čini **kvantnu memoriju** ovako informaciono interpretiranog *kvantnog sistema S!* [Ovako definisan propagator G povezan je sa kvantomehaničkom Grinovom propagatorskom funkcijom \bar{G} , izrazom $G = -i\bar{G}$]

Memorijsko asocijativno prepoznavanje u Hopfieldovoj kvantnoj neuronskoj mreži S vrši se ulazno-izlaznom transformacijom $\Psi_{out} = G\Psi_{in}$, ili u razvijenoj formi

$$\begin{aligned} \Psi_{out}(\mathbf{r}_2, t_2 = t_1 + \delta t) &= \int G(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_I) \Psi_{in}(\mathbf{r}_I, t_1) d\mathbf{r}_I \\ &= \int \left[\sum_{i=1}^P \Psi^{k_i}(\mathbf{r}_2) \Psi^{k_i*}(\mathbf{r}_I) \right] \Psi_{in}(\mathbf{r}_I, t_1) d\mathbf{r}_I \end{aligned} \quad (\text{D.1.194})$$

odnosno u drugom obliku (u kome se prepoznaje **kvantni princip superpozicije**, odnosno razvoj talasne funkcije Ψ_{out} po svojstvenim talasnim funkcijama Ψ^{k_i})

$$\Psi_{out}(\mathbf{r}, t) = \sum_{i=1}^P c_{k_i}(t) \Psi^{k_i}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^P \int [\Psi^{k_i}(\mathbf{r})^* \Psi_{in}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}] \Psi^{k_i}(\mathbf{r}) \quad (\text{D.1.194'})$$

Iz izraza (D.1.194) i (D.1.194') vidi se da ako je ulazna talasna funkcija Ψ_{in} najsličnija nekoj prethodno memorisanoj (naučenoj) svojstvenoj talasnoj funkciji, recimo Ψ^{k_1} (i istovremeno skoro ortonormalna na ostale memorisane svojstvene talasne funkcije Ψ^{k_i} , $i \neq 1$), tada izlazna talasna funkcija Ψ_{out} konvergira ka memorijском atraktoru svojstvene talasne funkcije Ψ^{k_1} , odnosno Hopfieldova kvantna

neuronska mreža S asocijativno prepoznaće svojstvenu talasnu funkciju Ψ^{k_1} .¹⁶

Ili prevedeno na ortodoksnji jezik kvantne fizike, u gornjem primeru propagator G predstavlja **projektor** na svojstveni potprostor/stanje Ψ^{k_1} , odnosno vrši *redukciju* (kolaps) talasne funkcije kvantnog sistema Ψ_{in} u svojstveno stanje Ψ^{k_1} . Naravno, **kolaps talasne funkcije** stanja *kvantnog procesora S* (ne samo ovde razmotrene asocijativne kvantne memorije) jeste konačna faza i u očitavanju rezultata kvantnih računara kao mreže kvantnih neurona (kubita) – kao i **kvantne dekoherencije u svesti**, verovatno kroz moždani frontolimbički proces *selekcije i pojačanja* jedne od mnoštva (paralelno obrađivanih subliminarnih UNF nižefrekventnih) nesvesnih informacija do (UNF višefrekventne) svesne misli u **normalnim stanjima svesti**.

Hopfieldove kvantne neuronske mreže imaju prednost u odnosu na klasične zbog kvantnih faznih razlika koje poboljšavaju klasično Hebovo amplitudno kodiranje. Naime, zamenom svojstvenih talasnih funkcija Ψ^{k_i} u formi modulisanih ravanskih talasa ili vevljata,

$$\Psi^{k_i}(\mathbf{r}, t) = A_{k_i}(\mathbf{r}, t) e^{\frac{i}{\hbar} \alpha_{k_i}(r, t)} \quad (\text{D.1.195})$$

propagator kvantnog sistema S (D.1.194) dobija oblik

$$G(\mathbf{r}_2, t_2, \mathbf{r}_1, t_1) = \sum_{i=1}^P A_{k_i}(\mathbf{r}_2, t_2) A_{k_i}(\mathbf{r}_1, t_1) e^{\frac{i}{\hbar} (\alpha_{k_i}(r_2, t_2) - \alpha_{k_i}(r_1, t_1))} \quad (\text{D.1.196})$$

koji opisuje *dvojako memorijsko kodiranje kvantnog sistema S*: kroz amplitudne korelacije, slično **Hebovom pravilu** kod klasičnih asocijativnih neuronskih mreža,

$$\sum_{i=1}^P A_{k_i}(\mathbf{r}_2, t_2) A_{k_i}(\mathbf{r}_1, t_1) \quad (\text{D.1.196'})$$

i kroz fazne razlike, slično **holografiji**,

¹⁶ Tako propagator (kvantno-holografska memorija kvantnog sistema) omogućava na izlazu Hopfieldove kvantno-holografske neuronske mreže sukcesivnu rekonstrukciju talasnih funkcija memorijskih stanja (kompletnih, odnosno i amplitude i faze!) pri prepoznavanju talasnih funkcija stanja pokazanih na njenom ulazu (što je u osnovi svake holografije!), pri čemu je sve pojednostavljenije u odnosu na standardnu lasersku holografiju (koja zahteva koherentni referentni i predmetni laserski snop)!

$$\delta\alpha_{k_i} = \alpha_{k_i}(r_2, t_2) - \alpha_{k_i}(r_1, t_1) \quad (\text{D.1.196''})$$

U ovom dodatku navedena **podudarnost informaciono-fizičkih zakona neuronske i kvantne fizike** je izgleda samo jedna od ilustracija *duboke međupovezanosti zakona prirode* na različitim nivoima. Nedavno je pokazano i da su fizički zakoni koji opisuju proste časovnike, proste kompjutere, crne rupe, prostorno-vremensku penu, i holografski princip – međupovezani (Ng, 2001)!

Treba istaći da bi model kvantne neuronske holografije u kombinaciji sa kvantnom dekoherencijom mogao biti **generalno primenjen** na bilo koji kvantni sistem i njegova stacionarna stanja i eksitacije, od *makromolekula i njegovih konformacija* (v. Od. 1.7 i Zad. 1.11), preko *akupunktturnog sistema i njegovih psihosomatskih stanja* (v. Od. 6.3), do *dva modusa svesti* (v. Od. 5.3), i da bi mogao poslužiti kao bioinformaciona osnova **kvantne medicine** (v. Sl. 5.22 u Od. 5.4.2, kao i Dod. D.1.20).

Naime, kako je opisano u Dodatku D.1.20, interakcija kvantnog sistema S sa okruženjem dovodi za vreme dekoherencije τ_D do prelaza iz kvantno-koherentne superpozicije stanja $|\phi(t)\rangle_S = \sum_i c_{k_i}(t) |\phi^{(k_i)}\rangle_S$ u klasično-redukovano stohastičko stanje opisano operatorom gustine $\hat{\rho}_S(t) = \sum_i |c_{k_i}(t)|^2 |\phi^{(k_i)}\rangle_{SS} \langle \phi^{(k_i)}|$ (sa verovatnoćama $|c_{k_i}(t)|^2$ realizacije jednog od klasično-redukovanih stanja $|\phi^{(k_i)}\rangle_S$ u procesu sličnom kvantnom merenju nad početnim kvantno-koherentnim stanjem $|\phi(t)\rangle_S$). Međutim, u slučaju *nestacionarnih kratkotrajnih spoljašnjih pobuđenja*, mogući su i obrnuti prelazi iz stohastičkog stanja $\hat{\rho}_S(t)$ u neku novu kvantno-koherentnu superpoziciju $|\phi'(t)\rangle_S = \sum_i c'_{k_i}(t) |\phi^{(k_i)}\rangle_S$ (pošto se sistem više kratkotrajno ne nalazi ni u jednom od klasično-redukovanih stanja $|\phi^{(k_i)}\rangle_S$, već u *nestacionarnom* stanju koje može biti opisano nekom novom njihovom superpozicijom) – koje potom u procesu dekoherencije indukovanim okruženjem može preći u novo klasično-redukovano stohastičko stanje $\hat{\rho}'_S(t) = \sum_i |c'_{k_i}(t)|^2 |\phi^{(k_i)}\rangle_{SS} \langle \phi^{(k_i)}|$.

Ovi procesi se pod *nestacionarnim* uticajem okruženja mogu dinamički neprekidno smenjivati dovodeći do intermedijarne adaptacije kvantno-koherentnih i klasično-redukovanih stanja *otvorenog* kvantnog sistema S . S jedne strane,

vremenska evolucija (tokom intervala neperturbovanog okruženjem) *kvantno-koherentnog stanja* $|\phi(t)\rangle_s$ može se u Fejnmanovoj reprezentaciji opisati kvantno-holografskom Hopfieldovom neuronskom mrežom, preko dinamičke jednačine (D.1.196) za *kvantno-holografsku memoriju/propagator kvantnog sistema* (koja opisuje dvojako prostorno-vremensko memorjsko kodiranje kvantnog sistema, kroz amplitudne korelacije slično Hebovom pravilu kod klasičnih asocijativnih neuronskih mreža i kroz fazne razlike slično holografiji). S druge strane, vremenska evolucija (perturbovanog okruženjem) *klasično-redukovanih stohastičkih stanja* $\hat{\rho}_s(t)$ (kao posledica *nestacionarne interakcije otvorenog kvantnog sistema S sa okruženjem E*, koje prevodi sistem S iz stacionarnog klasično-redukovanih stanja u nestacionarno kvantno-koherentno stanje i potom ponovo u stacionarno klasično-redukovano stanje) može se opisati klasičnom Hopfieldovom neuronskom mrežom, predstavljenim promenama oblika potencijalne hiperpovrši u prostoru energija-stanje $E_s(\phi)$ otvorenog kvantnog sistema S, šematski prikazanim na Sl. 5.22.

Iako sa stanovišta fon Nojmanove entropije, $S = -kTr(\hat{\rho}_s \ln \hat{\rho}_s)$, prelazi pod uticajem okruženja iz ‘mešanog stanja’ $\hat{\rho}_s(t)$ u ‘čisto stanje’ $|\phi'(t)\rangle_s$ izgledaju kao prelazi sa smanjenjem entropije (v. Dod. D.1.18), ipak treba istaći da su $\hat{\rho}_s(t)$ tzv. ‘redukovana mešana stanja’ otvorenog kvantnog (pod)sistema S po stepenima slobode njegovog kvantnog okruženja E , odnosno tzv. ‘mešavine druge vrste’, pa je u strogom smislu opis stanja (pod)sistema S ‘redukovanim statističkim operatorom’ $\hat{\rho}_s(t)$ više matematička pogodnost nego fizički opis (jer se u okviru kvantne teorije dekoherenčije strogo može definisati samo stanje ukupnog zatvorenog kvantnog sistema $S + E$, na koje se može egzaktно primeniti Šredingerova jednačina, v. Dod. D.1.19!). S druge strane, eksitiranje bioloških sistema daleko od ravnoteže čak može saglasno Prigožinovoj teoremi dovesti i do *smanjenja entropije* u otvorenim neravnotežnim sistemima (v. Od. 2.3)!

D.1.23 Dopunska literatura

1. C. W. Sherwin, *Introduction to Quantum Mechanics* (Holt, Rinehart & Winston, New York, 1959); D. Raković, *Osnovi biofizike* (Grosknjiga, Beograd, 1994; 1995), Dod. D.1; D. Raković, *Fizičke osnove i karakteristike elektrotehničkih materijala* (Elektrotehnički fakultet / Akademika misao, Beograd, 1995 / 1997; 2000), Dod. D.2; L. D. Landau, E. M. Lifshic, *Kvantovaya mehanika. Nerelyativistkaya teoriya* (Nauka, Moskva, 1974),

prevedeno i kod nas; V. B. Beresteckiy, E. M. Lifshic, L. P. Pitaevskiy, *Kvantovaya elektrodinamika* (Nauka, Moskva, 1980), prevedeno i kod nas; osnovna literatura iz Kvantne mehanike.

2. L. A. Gribov, S. P. Mushtakova, *Kvantovaya himiya* (Gardariki, Moskva, 1999); L. A. Gribov, *Ot teorii spektrov k teorii himicheskikh prevraschenii* (URSS, Moskva, 2001); L. A. Gribov, W. J. Orville-Thomas, *Theory and Method of Calculation of Molecular Spectra* (Wiley, New York, 1988); L. A. Gribov, *Teoriya infrakrasnih spektrov polimerov* (Nauka, Moskva, 1977); L. A. Gribov, *Vvedenie v molekulyarnuyu spektroskopiyu* (Nauka, Moskva, 1976); M. V. Vol'kenshtein, L. A. Gribov, M. A. El'yashevich, B. I. Stepanov, *Kolebaniya molekul* (Nauka, Moskva, 1972); osnovna literatura iz Kvantne hemije strukture i strukturnih rezonantnih prelaza (bio)molekula.
3. N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, *Solid State Physics* (Holt, Rinehart and Winston, New York, 1976); A. L. Fetter, J. D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems* (McGraw-Hill, New York, 1971); osnovna literatura iz Kvantne fizike čvrstog stanja i Kvantne teorije višečestičnih sistema.
4. M. Dugić, *Doprinos zasnivanju teorije dekoherencije u nerelativističkoj kvantnoj mehanici*, Doktorska disertacija (Prirodnomatematicki fakultet, Kragujevac, 1997); M. Dugić, *Dekoherencija u klasičnom limitu kvantne mehanike*, SFIN XVII(2) (Institut za fiziku, Beograd, 2004); M. Dugić, *Osnove kvantne informatike i kvantnog računanja*, E-udžbenik (Prirodnomatematicki fakultet, Kragujevac), preprint; J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton Univ. Press, Princeton, 1955); J. A. Wheeler, W. H. Zurek (eds.), *Quantum Theory and Measurement* (Princeton Univ. Press, Princeton, 1983); D. Giulini, E. Joos, C. Kiefer, J. Kupsch, I. -O. Stamatescu, H. D. Zeh, *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory* (Springer, Berlin, 1996); M. A. Nielsen, I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2002); osnovna literatura iz kvantne teorije merenja i kvantne kubitne informatike.
5. J. J. Hopfield, Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 79 (1982) 2254-2258; D. Amit, *Modeling Brain Functions: The World of Attractor Neural Nets* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, MA, 1989); H. Haken, *Synergetic Computers and Cognition, A top-Down Approach to Neural Nets* (Springer, Berlin, 1991); J. G. Sutherland, Holographic model of memory, learning and expression, *Int. J. Neural Sys.* 1 (1990) 256-267; M. Peruš, Neuro-quantum parallelism in mind-brain and computers, *Informatica* 20 (1996) 173-183; Y. J. Ng, From computation to black holes and space-time foam, *Phys. Rev. Lett.* 86 (2001)

2946-2949; osnovna literatura iz klasične i kvantno-holografske neuralne informatike.

6. D. Raković, D. Đorđević, M. Plavšić, I. Čosić, Kvantna medicina, u knjizi: D. Raković, D. Uskoković (eds.), *Biomaterijali* (Institut tehničkih nauka SANU & MRS Srbije, Beograd, 2008), Gl. 28; D. Raković, Scintific bases of quantum-holographic paradigm, in: I. Kononenko (ed.), *Proc. Int. Conf. Measuring Energy Fields*, Kamnik, Slovenia, 2007; D. Raković, M. Dugić, M. Plavšić, G. Keković, I. Čosić, D. Davidović, Quantum decoherence and quantum-holographic information processes: From biomolecules to biosystems, *Mater. Sci. Forum* 518 (2006) 485-490 i tamošnje reference; odabrani (ko)autorski radovi iz kvantno-holografskog procesiranja informacija na različitim nivoima.

Dodatak D.2 Repetitorijum iz statističke fizike

U ovom dodatku biće sažeto izloženi neki osnovni pojmovi i relacije iz *Statističke fizike*, *Teorije informacija* i *Termodinamike*, potrebni za razumevanje nekih biofizičkih fenomena izloženih u Gl. 1–4.

D.2.1 Statistička fizika, teorija informacija i termodinamika

Teorija informacija je nerazdvojno povezana sa Termodinamikom, jer se pokazuje da se informacija (I) i entropija (S) mere na istom nivou recepcije.

Razmotrimo tekst od n slova, smeštenih u n ‘ćelija’. U svakoj od n ćelija može se naći jedno od m slova (u našem jeziku $m = 30$). Neka u tekstu ima n_1 slova A , n_2 slova B itd: $n = \sum_{i=1}^m n_i$. Verovatnoća pojavljivanja datog slova je

$$p_i = \frac{n_i}{n} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (\text{D.2.1})$$

pri čemu je

$$\sum_{i=1}^m p_i = 1. \quad (\text{D.2.2})$$

Ukupan broj ovakvih nizova od n slova m -slovnog jezika, tj. broj različitih mogućih permutacija sa ponavljanjem od n_1 slova A , n_2 slova B , …, jednak je

$$P = \frac{n!}{\prod_{i=1}^m n_i!}. \quad (\text{D.2.3})$$

U slučaju 2-slovnog jezika izraz (D.2.3) predstavlja binomni koeficijent

$$C_n^{n_1} = \binom{n}{n_1} = \frac{n!}{n_1!(n-n_1)!} = \frac{n!}{n_1!n_2!}.$$

Informacija koja se sadrži u jednom tekstu definiše se kao¹

$$I = k \cdot \ln P, \quad (\text{D.2.4})$$

gde je k - neka konstanta. Kombinovanjem (D.2.3) i (D.2.4), uz korišćenje Stirlingove formule

$$\ln n! = \sum_{x=1}^n \ln x \Big|_{n \gg 1} \approx \int_1^n \ln x dx = n \ln n - n + 1 \approx n \ln n - n,$$

koja je dobra aproksimacija za $n > 100$ (što je granica važenja statističke matematike i fizike), kao i izraza (D.2.1) i (D.2.2), dobija se

$$\begin{aligned} I &= k \ln P \approx k \left(n \ln n - n - \sum_{i=1}^m n_i \ln n_i + \sum_{i=1}^m n_i \right) = \\ &= -kn \left[\sum_{i=1}^m p_i (\ln n_i - \ln n) \right] = -kn \sum_{i=1}^m p_i \ln p_i, \end{aligned} \quad (\text{D.2.5})$$

odnosno informacija po jednom slovu teksta

$$i = \frac{I}{n} = -k \sum_{i=1}^m p_i \ln p_i, \quad (\text{D.2.6})$$

što je poznata Šenonova (1951) formula - izraz za **informaciju** koja odgovara nizu od m događaja sa parcijalnim verovatnoćama p_i ($i = 1, 2, \dots, m$).

U termodinamici, izborom $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K (Bolcmanova konstanta), informacija i se izražava u J/K, tj. u jedinicama **entropije**,

$$S = -k \sum_i p_i \ln p_i. \quad (\text{D.2.7})$$

Veličina (D.2.7) predstavlja zaista fizičku entropiju. Naime, ako je p_i verovatnoća nalaženja sistema u stanjima sa energijom E_i , pri čemu je srednja energija sistema

$$E = \sum_i p_i E_i = \text{const}, \quad (\text{D.2.8})$$

¹ Da bi informacija bila aditivna za dva nezavisna niza događaja određena brojevima realizacija P_1 i P_2 , gde je ukupni niz od dva nezavisna niza događaja određen brojem realizacija $P = P_1 \cdot P_2$, mora biti $I(P_1 \cdot P_2) = I(P_1) + I(P_2)$, što ima jedinstveno rešenje u funkciji $I = k \cdot \ln P$, gde je k neka konstanta.

tražićemo vezani ekstremum funkcije S/k (v. izraz (D.2.7)), uz vezane uslove (D.2.2) i (D.2.8), metodom Lagranžovih koeficijenata:

$$\frac{1}{k} \frac{\partial S}{\partial p_j} - (\alpha - 1) \frac{\partial}{\partial p_j} \left(\sum_i p_i - 1 \right) - \beta \frac{\partial}{\partial p_j} \left(\sum_i p_i E_i - E \right) = 0, \quad (\text{D.2.9})$$

gde su $(\alpha - 1)$ i β koeficijenti koje treba odrediti. Posle diferenciranja, iz izraza (D.2.9) dobija se

$$-\ln p_j - 1 - (\alpha - 1) - \beta E_j = 0,$$

odakle je

$$p_j = e^{-\alpha - \beta E_j}. \quad (\text{D.2.10})$$

Zamenom (D.2.10) u (D.2.7) dobija se, korišćenjem (D.2.2) i (D.2.8), *maksimalna entropija* (kojoj, saglasno **Drugom zakonu termodinamike**, teži zatvoreni sistem)

$$\frac{1}{k} S = - \sum_i p_i (-\alpha - \beta E_i) = \alpha \sum_i p_i + \beta \sum_i p_i E_i = \alpha + \beta E. \quad (\text{D.2.11})$$

S druge strane, iz (D.2.2) i (D.2.10) sledi

$$1 = \sum_i p_i = e^{-\alpha} \sum_i e^{-\beta E_i} = e^{-\alpha} \cdot Z, \quad (\text{D.2.12})$$

tj.

$$\alpha = \ln Z. \quad (\text{D.2.13})$$

Zamenom (D.2.13) u (D.2.11) dobija se

$$E - \frac{1}{k\beta} S = -\frac{1}{\beta} \ln Z, \quad (\text{D.2.14})$$

što je poznata relacija iz termodinamike i statističke fizike. Naime, uzimajući (gde je T - **apsolutna temperatura** sistema)

$$\beta = \frac{1}{kT}, \quad (\text{D.2.15})$$

izraz (D.2.14) daje **Helmholcovu slobodnu energiju** sistema (F)

$$F = E - TS = -kT \ln Z, \quad (\text{D.2.16})$$

odakle je **Gibsova slobodna energija** sistema (G)

$$G = F + pV = E + pV - TS = H - TS, \quad (\text{D.2.17})$$

u kojoj je $H = E + pV$ - **entalpija** sistema, a p i V **pritisak i zapremina** sistema.

Dakle, *informaciona entropija* (D.2.6) zaista se poklapa sa *termodinamičkom entropijom* (D.2.7), pošto iz nje slede poznate *termodinamičke relacije* (D.2.16) i (D.2.17)!

Ako se *informacija* i *entropija* mere na istom nivou recepcije, to će važiti **Zakon održanja**

$$I + S = \text{const}, \quad (\text{D.2.18})$$

što znači da je *entropija mera nedostatka informacije* u sistemu! To je i logično, s obzirom da se sa povećanjem entropije povećava degradacija sistema, odnosno *smanjuje organizacija sistema i informacija* koju ta organizacija nosi.

U izrazu (D.2.12) uvedena je i **statistička suma** Z ,

$$Z = \sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}}, \quad (\text{D.2.19})$$

veoma značajna veličina u Statističkoj fizici. Takođe, izraz (D.2.10), uz korišćenje (D.2.13), (D.2.15) i (D.2.19), daje **Bolemanovu (1877) verovatnoću raspodele** čestica po energijama

$$p_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}}}. \quad (\text{D.2.20})$$

D.2.2 Fermi-Dirakova, Boze-Ajnštajnova i Maksvel-Bolcmanova raspodela

U kvantnoj statističkoj fizici za fermione (čestice sa polucelim spinom) važi Fermi-Dirakova a za bozone (čestice sa celim spinom) Boze-Ajnštajnova raspodela, koje u graničnom slučaju klasične statističke fizike prelaze u Maksvel-Bolcmanovu raspodelu.

Prelaskom na *Kvantnu statističku fiziku*, energiju i -tog stanja sistema (E_i) sa n_i čestica u tom stanju, predstavićemo preko jednočestičnih energija (ε_i):

$$E_i = n_i \varepsilon_i. \quad (\text{D.2.21})$$

Osim toga, za sistem sa promenljivim brojem čestica pri konstantnoj temperaturi i pritisku, kod koga je priraštaj **unutrašnje energije sistema** (dE) povezan sa uloženom **toplottom** ($dQ = TdS$), izvršenim **radom** ($dA = pdV$), promenom **broja čestica** (dn) i promenom **Gibsove slobodne energije** (dG) - termodinamičkim relacijama

$$dE + p \, dV - T \, dS - \mu \, dn = dG - \mu \, dn = 0 , \quad (\text{D.2.22})$$

gde je

$$\mu = \left(\frac{\partial G}{\partial n} \right)_{p,T} \quad (\text{D.2.23})$$

hemijski potencijal sistema, potrebno je umesto izraza (D.2.21) koristiti u (D.2.20) izraz

$$E_i = (\varepsilon_i - \mu)n_i. \quad (\text{D.2.24})$$

Tada se dobija **Gibsova (1901) verovatnoća raspodele** čestica po energijama, koja predstavlja generalizaciju Boltzmanove raspodele (D.2.20) za sistem sa *promenljivim brojem čestica*:

$$p_i(\varepsilon_i, n_i) = \frac{e^{-\frac{(\varepsilon_i - \mu)n_i}{kT}}}{\sum_{i,n_i} e^{-\frac{(\varepsilon_i - \mu)n_i}{kT}}} = \frac{e^{-\frac{(\varepsilon_i - \mu)n_i}{kT}}}{Z}, \quad (\text{D.2.25})$$

gde se *Gibsova statistička suma*,

$$Z = \sum_{i,n_i} e^{-\frac{(\varepsilon_i - \mu)n_i}{kT}}, \quad (\text{D.2.26})$$

naziva i **velikom statističkom sumom**.

Srednji broj čestica u i -tom stanju jednočestične energije ε_i (fiksirano i , odnosno ε_i , u sumi Z) jednak je

$$\bar{n}_i = \sum_{n_i} n_i p_i(n_i, \varepsilon_i) = \frac{\sum_{n_i} n_i e^{-\frac{(\varepsilon_i - \mu)n_i}{kT}}}{Z} = \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \mu} kT, \quad (\text{D.2.27})$$

odakle se vidi da se \bar{n}_i lako izračunava iz (velike) statističke sume Z , date izrazom (D.2.26).

U slučaju **fermiona**, odnosno čestica sa polucelim spinom, u i -tom kvantnom stanju može se naći najviše jedna čestica ($n_i = 0, 1$), zbog Paulijevog principa isključenja (v. Dod. D.1.15). Za fiksirano i (odnosno ε_i) iz (D.2.26) se tada dobija

$$Z_f = 1 + e^{-\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}},$$

pa je srednji broj fermiona (\bar{n}_i), u i -tom kvantnom jednočestičnom stanju energije ε_i , saglasno izrazu (D.2.27) jednak

$$\bar{n}_i = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}} + 1}, \quad (\text{D.2.28})$$

što predstavlja **Fermi-Dirakovu (1926) raspodelu**. Pošto \bar{n}_i u Fermi-Dirakovoj raspodeli (D.2.28) može ležati između 0 i 1, to izraz (D.2.28) istovremeno predstavlja i verovatnoću nalaženja fermiona u i -tom kvantnom stanju energije ε_i ,

$$f(\varepsilon_i) = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}} + 1}. \quad (\text{D.2.29})$$

Za $T = 0$ K je $\bar{n}_i = 1$ za $\varepsilon_i < \mu$, i $\bar{n}_i = 0$ za $\varepsilon_i > \mu$, pa $\mu \equiv \varepsilon_F$ određuje tzv. **Fermijev nivo** kvantnog sistema, kao poslednje popunjeno jednoelektronsko stanje provodnika na temperaturi apsolutne nule.

U slučaju **bozona**, odnosno čestica sa celim spinom, u i -tom kvantnom stanju može se naći proizvoljan (v. Dod. D.1.15) broj čestica ($n_i = 0, 1, 2, \dots$), pa se za fiksirano i (odnosno ε_i) iz (D.2.26) dobija

$$Z_b = 1 + e^{-\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}} + e^{-2\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}} + \dots = \frac{1}{1 - e^{-\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}}},$$

odakle je, saglasno (D.2.27), srednji broj bozona (\bar{n}_i), u i -tom kvantnom jednočestičnom stanju energije ε_i , jednak

$$\bar{n}_i = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}} - 1}, \quad (\text{D.2.30})$$

što predstavlja **Boze-Ajnštajnovu (1924) raspodelu**. Pošto \bar{n}_i u Boze-Ajnštajnovoj raspodeli (D.2.30) može ležati između nula i beskonačnosti, to izraz (D.2.30) ne predstavlja i verovatnoću nalaženja bozona u i -tom kvantnom stanju (za razliku od slučaja fermiona, v. izraz (D.2.29)). Osim toga, kod Boze-Ajnštajbove raspodele mora biti $\varepsilon_i - \mu \geq 0$ odnosno $\mu \leq 0$, jer bi se u suprotnom pri malim energijama ε_i dobilo negativno n_i , što nema fizičkog smisla.

Pogodnim izborom $\mu = \varepsilon_i$, $(\varepsilon_i - \mu)$ može postati nula za osnovno bozonsko stanje $\varepsilon_i \equiv \varepsilon_o$, kada $\bar{n}_o(\varepsilon_o) \rightarrow \infty$, što ukazuje da bozoni teže tzv. **Boze-kondenzaciji** na osnovnom stanju sistema.

Kod **fotona** (kvanata elektromagnetskog zračenja) i **fonona** (kvanata vibracija kristalne rešetke) je $\mu = 0$, što pri zameni $\varepsilon_i = \hbar\omega$ dovodi do poznatog **Plankovog (1900) zakona**

$$\bar{n}_\omega = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (\text{D.2.31})$$

I Fermi-Dirakova i Boze-Ajnštajnova raspodela prelaze u klasičnu **Maksvel-Bolcmanovu (1877) raspodelu**

$$\bar{n}_i = e^{-\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}}, \quad (\text{D.2.32})$$

kada je $\varepsilon_i - \mu \geq 2 \div 3 kT$ (tada je $\exp((\varepsilon_i - \mu)/kT) \gg 1$ u izrazima (D.2.28) i (D.2.30)).²

D.2.3 Dopunska literatura

1. C. Kittel, *Thermal Physics* (Willey, New York, 1970); L. D. Landau, E. M. Lifshic, *Statisticheskaya fizika*, Chast 1 (Nauka, Moskva, 1976); M. V. Vol'kenshtein, *Biofizika* (Nauka, Moskva, 1981), Gl. 9; D. Raković, *Osnovi biofizike* (Grosknjiga, Beograd, 1994; 1995), Dod. D.2; D. Raković, *Fizičke osnove i karakteristike elektrotehničkih materijala* (Elektrotehnički fakultet / Akadembska misao, Beograd, 1995 / 1997; 2000), Dod. D.3; osnovna literatura iz Statističke fizike i Termodinamike, i njihove veze sa Teorijom informacija.

² Ovo je ispunjeno za poluprovodnike i dielektrične, kod kojih se Fermijev nivo $\varepsilon_F = \mu$ nalazi unutar zabranjene zone, znatno ispod dozvoljenih elektronskih nivoa ε_i provodne zone. Analogno važi i za šupljinske nivoe valentne zone.

Dodatak D.3 Repetitorijum iz teorije relativnosti

U ovom dodatku biće sažeto izloženi važniji pojmovi i relacije iz *Teorije relativnosti*, potrebni za razumevanje nekih biofizičkih fenomena izloženih u Gl. 5 i 6.

D.3.1 Prostor, vreme i relativnost. Inercijalni referentni sistemi i Lorencove transformacije

Temeljni princip **Klasične mehanike** je da su *Njutnovi zakoni (1687) istog oblika u svim inercijalnim referentnim sistemima* (**Galilejev princip relativnosti**). Pri tome, **inercijalni referentni sistem** može se definisati kao onaj u kome se telo na koji ne deluje nikakva sila - kreće **bez ubrzanja!** Takođe, svi inercijalni referentni sistemi se kreću jedan u odnosu na drugi *konstantnom brzinom!*

Pojmovi sile i ubrzanja u Njutnovim zakonima definisani su, dakle, u odnosu na neki inercijalni referentni sistem, pri čemu ubrzanje, kao i sila, ima istu vrednost u dva inercijalna referentna sistema. To se može lako videti ako uočimo da su prostorne koordinate i vreme u takva dva sistema S i S' (koji se međusobno kreću duž x-ose konstantnom relativnom brzinom v) povezani **Galilejevim transformacijama**, koje predstavljaju matematičku realizaciju Galilejevog principa relativnosti:

$$t' = t, \quad x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z. \quad (\text{D.3.1})$$

Iz njih sledi da su brzina tela izmerena u S ($u_x = dx/dt, \dots$) i brzina istog tela izmerena u S' ($u' = dx'/dt', \dots$) vezane relacijom

$$u'_x = u_x - v, \quad u'_y = u_y, \quad u'_z = u_z, \quad (\text{D.3.2})$$

koja predstavlja poznati **klasični zakon sabiranja brzina**. Iz (D.3.2) se vidi da je u oba inercijalna referentna sistema ubrzanje čestice isto, $a' = a$, kao i, na primer, gravitaciona sila $\sim 1/r^2$ (pošto je $r = r'$).

Međutim, ako se posmatrač nalazi na rotirajućem disku, koji nije inercijalni referentni sistem, on će osetiti dopunsku "silu" koja ga gura prema periferiji diska, a koja nije uzrokovana interakcijom sa drugim telima. Ovakve dopunske sile se u mehanici nazivaju *inercijalnim silama*, i čine da se u neinercijalnim sistemima javlja odstupanje Njutnovih zakona od njihovog najprostijeg oblika.

Čime su inercijalni referentni sistemi zaslužili svoj privilegovan položaj pri formulaciji zakona klasične mehanike? Da bi odgovorio na ovo pitanje, Njutn je uveo pojam **apsolutnog prostora**, koji je zadat *a priori* i nezavisno od rasporeda i kretanja materije u njemu. Inercijalni referentni sistemi se kreću konstantnom brzinom u odnosu na apsolutni prostor, a inercijalne sile se javljaju kao posledica ubrzanja u odnosu na ovaj prostor. Međutim, uvođenje apsolutnog prostora nije u skladu sa logikom klasične mehanike, jer izdvaja jedan specijalni inercijalni referentni sistem, što protivureči Galilejevom principu relativnosti!

Osim toga, u prošlom veku je otkriće *Maksvelovih jednačina* (1864), koje na jedinstven način opisuju električne, magnetne i svetlosne pojave, bacilo novu svetlost na razumevanje principa relativnosti. Fizičari tog vremena su smatrali da se svetlost, slično zvuku, prostire kroz neku sredinu, koju su nazivali **etar**. Za posmatrača koji miruje u odnosu na etar brzina svetlosti u vakuumu iznosi $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s, dok je za posmatrača koji se kreće prema svetlosnom izvoru konstantnom brzinom v u odnosu na etar brzina svetlosti data relacijom

$$c' = c - v, \quad (\text{D.3.3})$$

na osnovu zakona sabiranja brzina (D.3.2). Etar je za svetlost bio na neki način realizacija Njutnovog apsolutnog prostora. Pošto je jedino u inercijalnom referentnom sistemu vezanom za etar brzina svetlosti (u vakuumu) jednaka $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s, to bi se merenjem brzine svetlosti u raznim inercijalnim referentnim sistemima (u vakuumu) moglo utvrditi koji od njih miruje u odnosu na etar, tj. u odnosu na apsolutni prostor. Mogućnost identifikacije jednog od svih mogućih inercijalnih referentnih sistema značila bi da princip relativnosti ne važi za svetlosne pojave. Tako je sudbina apsolutnog prostora postala vezana sa svojstvima elektromagnetnih pojava!

Treba istaći i da za Maksvelove jednačine *ne važi* Galilejev princip relativnosti, odnosno one menjaju svoj oblik pri prelasku na drugi inercijalni sistem po pravilu (D.3.1)! To znači da se elektromagnetne pojave razlikuju u dva inercijalna referentna sistema, pošto je brzina prostiranja elektromagnetnih talasa u njima različita, saglasno (D.3.3). Međutim, krajem prošlog veka (1887) Majkelson i Morli su pokazali (što je potom mnogokratno potvrđeno) da je

$$c' = c, \quad (\text{D.3.4})$$

odnosno brzina svetlosti (u nekoj sredini) je ista u svim inercijalnim referentnim sistemima i ne zavisi od kretanja izvora, niti od kretanja posmatrača. *Time je istovremeno eliminisana potreba za uvođenjem etra, odnosno apsolutnog prostora!*

Sva prethodna razmatranja se mogu sažeti u dva osnovna *postulata*, na kojima se zasniva Ajnštajnova (1905) **Specijalna teorija relativnosti**:

1. *Zakoni fizike su istog oblika u svim inercijalnim sistemima;*
2. *Brzina svetlosti je konačna i jednaka u svim inercijalnim sistemima.*

Prvi postulat generališe Galilejev princip relativnosti ne samo na svetlosne pojave (kako to sugeriše Majkelson-Morlijev eksperiment) već i na sve druge fizičke procese. Ovaj postulat se često naziva **Ajnštajnov princip relativnosti**, i matematički se realizuje preko **Lorencovih transformacija** koordinata između inercijalnih referentnih sistema:

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad (\text{D.3.5})$$

koje se u slučaju malih brzina ($v/c \rightarrow 0$) svode na Galilejeve transformacije (D.3.1).

Maksvelove jednačine elektromagnetnog polja su invarijantne u odnosu na Lorencove transformacije (D.3.5), što se može direktno proveriti posle nešto dužeg računa. Jednostavnija provera se postiže posmatranjem svetlosnog izvora koji se kreće konstantnom brzinom v u odnosu na inercijalni referentni sistem S , čije su koordinate (t, x, y, z) . Ako se u trenutku $t = 0$ izvor nalazi u koordinatnom početku sistema S , svetlost koja se u tom trenutku izrači kreće se radijalno brzinom c i gradi u trenutku $t > 0$ sferni talasni front poluprečnika ct , čija je jednačina

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2. \quad (\text{D.3.6})$$

Ako za izvor vežemo pokretni sistem $S'(t', x', y', z')$, pri čemu se početak računanja vremena t' poklapa sa onim za t , onda za posmatrača u S' jednačina talasnog fronta ima oblik

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2. \quad (\text{D.3.7})$$

(uočimo da je brzina svetlosti c ista u oba sistema, u skladu sa drugim postulatom). Konačno, neposrednom proverom se lako uveravamo da ako važe Lorencove transformacije (D.3.5), tada je istovremeno ispunjeno važenje izraza (D.3.6) i (D.3.7) (što, međutim, ne bi bio slučaj korišćenjem Galilejevih transformacija (D.3.1)).

Iz Lorencovih transformacija (D.3.5) lako se izvodi i **relativistički zakon sabiranja brzina**,

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}, \quad u'_y = \frac{u_y}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad u'_z = \frac{u_z}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (\text{D.3.8})$$

gde su $u_x = \frac{dx}{dt}$, $u'_x = \frac{dx'}{dt'}$, ... komponente brzine u S i S' , respektivno. Ako posmatramo foton koji se u sistemu S kreće brzinom $u_x = c$, onda je

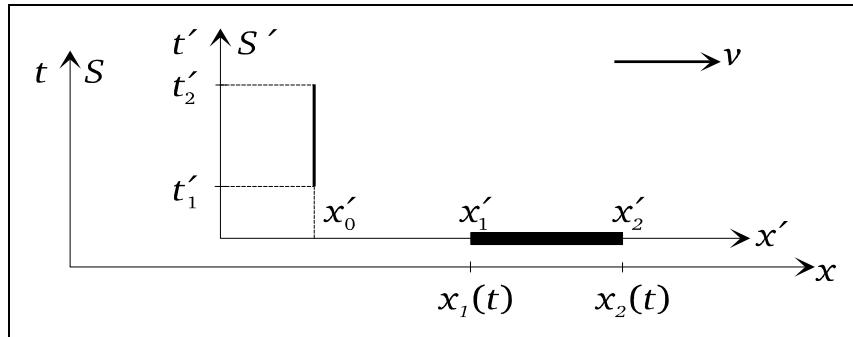
$$u'_x = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c}} = c,$$

tj. brzina fotona u S' iznosi takođe c , što nije čudno s obzirom da su Lorencove transformacije i konstruisane tako da brzina svetlosti bude uvek c .

Treba uočiti da se u izvedenim Lorencovim transformacijama brzina svetlosti c odnosi na brzinu kretanja u datoj materijalnoj homogenoj sredini ($c \approx c_0 / \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$, gde su ϵ_r i μ_r - relativna dielektrična i magnetna propustljivost sredine, respektivno, a $c_0 \approx 3 \cdot 10^8$ m/s - brzina svetlosti u vakuumu), što sledi kako iz izraza (D.3.6) i (D.3.7), tako i iz invarijantnosti Maksvelovih jednačina (za elektromagnetno polje u materijalnoj sredini) na Lorencove transformacije (D.3.5)!

D.3.2 Relativistička kontrakcija dužine, dilatacija vremena i Doplerov efekat

Iz Lorencovih transformacija (D.3.5) slede i **relativnosti prostornih i vremenskih relacija!**



SLIKA D.3.1 Skica uz izvođenje izraza za relativnost dužina i vremenskih intervala.

Razmotrimo najpre efekat relativnosti dužina. Ako je u sistemu S' , koji se kreće zajedno sa štapom, tzv. sopstvena dužina štapa $\Delta l_o \equiv x'_2 - x'_1$, tada je u nepokretnom sistemu S dužina štapa određena razlikom položaja njegovih krajeva u istom trenutku sistema S : $\Delta l \equiv x_2(t) - x_1(t)$, v. Sl. D.3.1. Iz izraza (D.3.5) lako se dobija

$$\Delta l = \Delta l_o \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (\text{D.3.9})$$

odakle se vidi da je dužina štapa koji se kreće, merena iz nepokretnog sistema S - manja nego njegova dužina u sistemu S' u kome štap miruje, $\Delta l < \Delta l_o$. Ovaj efekat se naziva **kontrakcija dužine**, i eksperimentalno je proveren!

Razmotrimo dalje efekat relativnosti vremenskih intervala, posmatrajući časovnik koji miruje u pokretnom sistemu S' . Njegovo otkucavanje proteklog vremena može se opisati kao sopstveno vreme $\Delta t' = t'_2 - t'_1 \equiv \Delta t_o$, određeno koor-dinatama (t'_1, x'_o) i (t'_2, x'_o) , v. Sl. D.3.1. Koristeći Lorencove transformacije (D.3.5) lako se izračunava

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 0,$$

odakle se korišćenjem drugog uslova (odnosno $\Delta x = v\Delta t$) iz prvog izraza dobija

$$\Delta t = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (\text{D.3.10})$$

Vidi se da kada iz nepokretnog sistema S posmatramo pokretni časovnik, interval između dva otkucaja se povećava u odnosu na sopstveni interval ($\Delta t > \Delta t_o$). Ovaj efekat se naziva **dilatacija vremena** i eksperimentalno je proveren!

S tim u vezi često se pominje i Ajnštajnov *paradoks blizanaca*, saglasno kome bi brat blizanac, koji bi se otisnuo u kosmos relativističkim brzinama, po povratku na Zemlju zatekao znatno starijeg brata blizanca koji nije napuštao planetu; obratiti pažnju da se ovde situacija ne može posmatrati simetrično sa tačke gledišta astronauta-blizanca, jer je njegov referentni sistem bio podvrgnut ubrzanjima i kao takav bio neinercijalan – u poređenju sa zemaljskim praktično inercijalnim referentnim sistemom! Međutim, kada su dva referentna sistema inercijalna, onda sa tačke gledišta bilo kog od njih (zbog relativnosti kretanja inercijalnih sistema) potpuno simetrično važi relacija (D.3.9), kao i relacije (D.3.10) i (D.3.11)!

Razmotrimo, konačno, relativistički Doplerov efekat. Ako je naš časovnik pokretni izvor svetlosti sopstvene frekvencije $f_o \equiv 1/\Delta T_o$, onda će vreme između emisije sukcesivnih talasnih frontova biti dato izrazom (D.3.10), kao $\Delta t = \Delta T_o / \sqrt{1 - v^2/c^2}$.

Međutim, za to vreme će se rastojanje od posmatrača do svetlosnog izvora smanjiti za $v \cos \alpha \cdot \Delta t$, gde je $v \cos \alpha$ komponenta brzine v u odnosu na pravac od posmatrača do svetlosnog izvora (za $\alpha = 0$ izvor se kreće direktno ka posmatraču, a za $\alpha = \pi$ suprotno od posmatrača). Otuda će period između *prijema* talasnih frontova biti

$$\Delta T = \Delta t - \frac{v \cos \alpha \cdot \Delta t}{c} = \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta T_o,$$

odnosno, relacija između frekvencije svetlosti merene u nepokretnom sistemu S ($f \equiv 1/\Delta T$) i sopstvene frekvencije svetlosnog izvora merene u pokretnom sistemu S' koji se kreće zajedno sa izvorom svetlosti ($f_o \equiv 1/\Delta T_o$) daje **relativistički Doplerov efekat**

$$f = f_o \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \cos \alpha}, \quad (\text{D.3.11})$$

koji je takođe eksperimentalno proveren!

U slučaju svetlosnog izvora koji se udaljava od posmatrača ($\alpha = \pi$) dobija se *crveni pomak* primljene frekvencije u odnosu na sopstvenu ($f < f_o$). Ako se svetlosni izvor kreće transverzalno ($\alpha = \pi/2$) dobija se *čist relativistički crveni pomak* na bazi *dilatacije vremena* ($f = f_o \sqrt{1 - v^2/c^2} < f_o$). Konačno, za slučaj svetlosnog izvora koji se direktno približava posmatraču ($\pi = 0$) dobija se *plavi pomak* ($f > f_o$). Ovaj efekat je eksperimentalno proveren i u astronomskim spektroskopskim merenjima pomaka karakterističnih emisionih atomskih linija u detektovanoj svetlosti zvezda (tako je na osnovu crvenog pomaka zvezda u odnosu na Zemlju otkriveno da se Kosmos nalazi u fazi širenja, sa brzinom udaljavanja zvezda utoliko većom ukoliko su one udaljenije od Zemlje (tzv. Hablov zakon (1929)).

D.3.3 4D-geometrija ravnog prostor-vremena Minkovskog. Interval

U Specijalnoj teoriji relativnosti veza između prostornih i vremenskih koordinata dva inercijalna sistema data je preko Lorencovih transformacija (D.3.5). Pošto ove transformacije "mešaju" prostorne i vremenske koordinate, govori se o **četvorodimenzionom (4D) prostor-vremenu**, a ne o prostoru i vremenu posebno!

Lorencove transformacije se izvode iz zahteva da jednačine koje opisuju kretanje talasnog fronta svetlosti budu istog oblika u dva inercijalna sistema, kao što se vidi iz (D.3.6) i (D.3.7). Invarijantnost izraza

$$s^2 = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \quad (\text{D.3.12})$$

u odnosu na Lorencove transformacije (D.3.5) predstavlja osnovnu karakteristiku *ravnog 4D prostor-vremena* (ili, kratko, prostora) *Minkovskog* (1908), koji se označava sa M_4 . Tačke ovog prostora imaju koordinate (ct, x, y, z) i nazivaju se, iz fizičkih razloga, **događaji**. Izraz (D.3.12) igra ulogu kvadrata "rastojanja" između događaja $(0, 0, 0, 0)$ i (ct, x, y, z) , dok se samo 'rastojanje' naziva **interval** između ta dva događaja. Kao što se uobičenom 3D prostoru kvadrat rastojanja tačke (x, y, z) od koordinatnog početka, $t^2 = x^2 + y^2 + z^2$, ne menja u odnosu na Galilejeve transformacije (i rotacije), tako je i izraz s^2 invarijantan u odnosu na Lorencove transformacije.

Za dalje razmatranje pogodno je uvesti kvadrat intervala bliskih događaja:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (\text{D.3.13})$$

Različita uloga vremena i prostora u M_4 ogleda se u različitim znakovima vremenskih i prostornih članova u (D.1.13). Uvođenjem veličine

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{cases} -1, & \mu = \nu = 0 \\ +1, & \mu = \nu = 1, 2, 3 \\ 0, & \mu \neq \nu \end{cases} \quad (\text{D.3.14})$$

relacija (D.3.13) može se prepisati u kompaktnijem obliku

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (\text{D.3.15})$$

gde je $dx^\mu = (cdt, dx, dy, dz)$ četvorodimenzionalni vektor, a po ponovljenim indeksima (μ, ν) podrazumeva se sumiranje, saglasno Ajnštajnovoj konvenciji. Veličina $g_{\mu\nu}$ naziva se **metrika** (metrički tenzor) prostora M_4 .

Lorencove transformacije koordinata mogu se zapisati i u obliku

$$x'^\mu = \Lambda_\nu^\mu x^\nu, \quad (\text{D.3.16})$$

gde su koeficijenti Λ_ν^μ određeni izrazima (D.3.5). Skup od četiri veličine koje se transformišu po ovom pravilu naziva se *vektor* prostora M_4 . Veličina s^2 igra ulogu kvadrata 'dužine' vektora i predstavlja *skalar* prostora M_4 , pošto je invarijantna u odnosu na Lorencove transformacije:

$$s'^2 = s^2. \quad (\text{D.3.17})$$

Poslednji uslov invarijantnosti intervala, uz korišćenje relacija (D.3.15) i (D.3.16), daje ograničenje na koeficijente Λ_v^μ u obliku

$$\eta_{\lambda\rho} = \Lambda_\lambda^\mu \Lambda_\rho^\nu \eta_{\mu\nu}, \quad (\text{D.3.18})$$

što se može direktno proveriti i korišćenjem izraza za koeficijente Λ_v^μ (odredene izrazima (D.3.5) i (D.3.16)), kao i relacija (D.3.14) i (D.3.18). U osnovi, metrika $g_{\mu\nu}$ se transformiše kao *tenzor* (s tim što je nepromenjena u svakom inercijalnom sistemu, $\eta'_{\lambda\rho} = \eta_{\lambda\rho}$), jer se tenzori sa dva donja indeksa u prostoru M_4 transformišu po pravilu

$$T'_{\lambda\rho} = \Lambda_\lambda^\mu \Lambda_\rho^\nu T_{\mu\nu}. \quad (\text{D.3.19})$$

Pored tenzora sa dva donja indeksa, kao u (D.3.19), postoje i komplikovaniiji tenzori sa više donjih i/ili gornjih indeksa, pri čemu postoje i proste algebarske operacije koje podižu ili spuštaju indekse tenzora ($T_{\alpha\gamma}^\delta \equiv \eta^{\delta\rho} T_{\alpha\beta\gamma}^\rho, \dots$), vrše kontrakciju indeksa ($T^{\alpha\gamma} \equiv T_\beta^{\alpha\beta}, \dots$), formiraju tenzore od drugih tenzora (direktnim proizvodom dva tenzora: $T_\beta^{\alpha\gamma} \equiv A_\beta^\alpha B^\gamma$; diferenciranjem tenzora: $T_\alpha^{\beta\gamma} \equiv \partial T^{\beta\gamma} / \partial x^\alpha$; linearom kombinacijom dva tenzora: $T_\beta^\alpha \equiv aR_\beta^\alpha + bS_\beta^\alpha$; Kronekerov simbol: $\delta_\beta^\alpha = \eta^{\alpha\gamma} \eta_{\gamma\beta}, \dots$) itd.

Poenta čitave te *tenzorske algebre* je da nam omogućava da na prvi pogled uočimo da je neka relativistička jednačina Lorenc-invarijantna. S tim u vezi važi fundamentalna teorema: *Ako su dva tenzora istih indeksa jednaka u jednom inercijalnom koordinatnom sistemu, onda su oni jednaki i u bilo kom drugom inercijalnom koordinatnom sistemu povezanom sa prvim Lorencovim transformacijama!* Na primer, ako je $T_v^\mu = S_v^\mu$, onda je

$$T'_v^\mu = \Lambda_\lambda^\mu \Lambda_\nu^\rho T_\rho^\lambda = \Lambda_\lambda^\mu \Lambda_\nu^\rho S_\rho^\lambda = S'_v^\mu.$$

Korišćenje ove teoreme olakšalo je formulisanje zakona mehanike i elektromagnetike u relativističkoj 4D Lorenc-invarijantnoj formi!

Osim *algebarskih* aspekata transformacija tenzora u prostoru M_4 , za teoriju relativnosti su bitni i *geometrijski* aspekti transformacija, jer se Lorencove transformacije mogu shvatiti kao ‘rotacije’ vektora u M_4 , pošto ne menjaju ‘dužinu’ vektora (v. izraze (D.3.16) i (D.3.17)). Međutim, dok je euklidska metrika pozitivno definitna (tj. sve komponente euklidske metrike ravnog prostora su pozitivne), dotle je metrika prostora

Minkovskog *indefinitna*, tj. ima i pozitivne i negativne komponente. Kao posledica toga, rastojanje dve tačke u M_4 može biti nula i kada se ove dve tačke ne poklapaju ($ds^2 = 0$, a $dt, dx, dy, dz \neq 0$). Indefinitnost metrike je matematički izraz razlike prostora i vremena u prostoru M_4 .

Geometrijska formulacija Specijalne teorije relativnosti posebno je korisna pri generalizaciji ove teorije na neinercijalne referentne sisteme i izgradnji Opšte teorije relativnosti (v. Od.D.3.4).

Na kraju ovog odeljka, razmotrimo još neke **karakteristike intervala** s_{12} , između dva događaja 1 i 2 u prostoru Minkovskog.

Vidi se da je kvadrat intervala *pozitivan*, odnosno interval s_{12} *realan*, ako postoji takav inercijalni referentni sistem S' u kome se ti događaji odigravaju u jednoj istoj tački prostora ($x'_1 = x'_2, y'_1 = y'_2, z'_1 = z'_2$):

$$s'_{12}^2 = c^2(t'_2 - t'_1)^2 > 0, \quad (\text{D.3.20})$$

Ovakvi realni intervali nazivaju se **vremenski-slični**.

S druge strane, kvadrat intervala je *negativan*, odnosno interval s_{12} *imaginaran*, ako postoji takav inercijalni referentni sistem S' u kome se ti događaji dešavaju istovremeno ($t'_1 = t'_2$):

$$s'_{12}^2 = -(x'_2 - x'_1)^2 - (y'_2 - y'_1)^2 - (z'_2 - z'_1)^2 < 0, \quad (\text{D.3.21})$$

Ovakvi imaginarni intervali nazivaju se **prostorno-slični**.

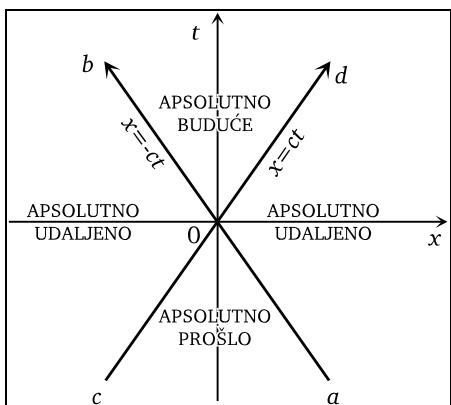
Konačno, kvadrat intervala je *nula*, kao i sam interval ($s_{12} = 0$), ako se dva događaja nalaze na *liniji prostiranja svetlosti* (v. izraze (D.3.6) i (D.3.12)):

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = c^2(t_2 - t_1)^2. \quad (\text{D.3.22})$$

U inercijalnom referentnom sistemu S' vezanom za kvant svetlosti, foton, očevidno je $x'_2 = x'_1, y'_2 = y'_1, z'_2 = z'_1$ pa je $s_{12} = c(t'_2 - t'_1) = 0$, odnosno $t'_2 = t'_1$ – što znači da sopstveno vreme fotona uopšte ne protiče¹ ($\Delta t_o \equiv t'_2 - t'_1 = 0$)!

¹ Ovaj iskaz strogo važi u homogenoj materijalnoj sredini kroz koju se prostire elektromagnetno polje. Međutim, u slučaju nehomogene strukturirane dielektrične sredine sa malim linearnim dimenzijama "lokalnih nehomogenosti" (pod tim uslovima bi približno važile Lorencove transformacije (D.3.5) izvedene iz zahteva (D.3.6-7)), u kojima se foton prostire sporije nego u okolnom prostoru, vremenski interval (Δt) koji bi izmerio inercijalni posmatrač vezan za foton u lokalnim nehomogenostima biće

Podela intervala na vremenski slične i prostorno slične je apsolutna, zbog invariantnosti intervala na Lorencove transformacije. Pogodan način za prikaz vremenski sličnih, odnosno prostorno sličnih događaja, u odnosu na izabrani događaj O, je konstrukcija tzv. **svetlosnog konusa**. Zbog lakšeg šematskog prikaza, razmotrićemo samo jednu prostornu koordinatu (x) i vreme (t), prikazane na dve ose (Sl. D.3.2).



SLIKA D.3.2 Prikaz 2D svetlosnog konusa

Pravolinijsko ravnomerno kretanje čestice koja prolazi kroz tačku $x = 0$ pri $t = 0$, u dijagramu sa Sl. D.3.2 prikazuje se pravom koja prolazi kroz koordinatni početak O, sa nagibom prema osi t pod ugлом čiji je tangens jednak brzini čestice. Pošto je najveća brzina jednaka c , to postoji najveći ugao koji može obrazovati ta prava sa osom t : na Sl. D.3.2 su prikazane dve takve prave za svetlosne signale koji se kreću u suprotnim smerovima ($x = \pm ct$). Otuda sve linije koje prikazuju kretanje čestica leže unutar oblasti aOc i bOd .

Razmotrimo najpre oblast bOd . U njoj je očevidno u svim tačkama $c^2 t^2 - x^2 > 0$, odnosno intervali među bilo kojim događajem te oblasti i događajem O jesu *vremenski-slični*. U toj oblasti je $t > 0$, tj. svi događaji te oblasti se odigravaju posle događaja O – i taj iskaz ne zavisi od izbora inercijalnog referentnog sistema. Tu oblast je moguće zato nazvati "**apsolutno budućom**" u odnosu na događaj O!

Analogno tome, svi događaji oblasti aOc su "**apsolutno prošli**" u odnosu na O, tj. događaji te oblasti u svim referentnim sistemima su prethodili događaju O!

povezan sa sopstvenim vremenskim intervalom (Δt_0) izmerenim u inercijalnom laboratorijskom sistemu – relacijom (D.3.10), u kojoj je $v = c_o / \sqrt{\epsilon_r}$ - relativna brzina laboratorije u odnosu na foton u lokalnim nehomogenostima (karakterisanim sa ϵ_r), a $c = c_o / \sqrt{\epsilon'_r}$ - brzina svetlosti u homogenim delovima dielektrične sredine (karakterisanim sa ϵ'_r , gde je $\epsilon'_r < \epsilon_r$).

Na kraju razmotrimo još oblasti *aOd* i *cOb*. Interval između bilo kojeg događaja te oblasti i događaja O je *prostorno-sličan*. U svakom referentnom sistemu ti događaji se odigravaju u različitim tačkama prostora. Prema tome, te oblasti se mogu nazvati "**apsolutno udaljenim**" u odnosu na O! Međutim, pojmovi "*istovremeno*", "*pre*" i "*posle*" su za te događaje *relativni*!

U slučaju razmatranja sve tri prostorne koordinate umesto jedne, umesto 2D konusa sa Sl. D.3.2 dobili bi tzv. *svetlosni konus* $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0$ u 4D sistemu koordinata (t, x, y, z) .

Dva događaja mogu biti međusobno uzročno povezana samo u tom slučaju ako je interval između njih vremenski-sličan, što neposredno sledi iz činjenice da se nikakva interakcija u prostorno-vremenskom 4D kontinuumu Minkovskog ne može prostirati brzinom većom od svetlosne.² Za takve događaje imaju apsolutno značenje pojmovi "*pre*" i "*posle*", što je neophodan uslov za konzistentnost pojmoveva uzroka i posledice.

D.3.4 Neinercijalni referentni sistemi i Ajnštajnov princip ekvivalencije. Teorija gravitacije i 4D-geometrija zakriviljenog prostor-vremena

Još je Galilej na prelazu XVI i XVII veka utvrdio da u vakuumu sva tela (uz iste početne uslove) "padaju istom brzinom". Iz drugog Njutnovog zakona, primjenjenog na telo u homogenom gravitacionom polju, sledi $m_i\mathbf{a} = m_g\mathbf{g}$, gde su m_i i m_g inercijalna, odnosno gravitaciona masa tela, a \mathbf{a} i \mathbf{g} ubrzanje tela, odnosno zemljine teže. Pošto eksperiment pokazuje da sva tela, nezavisno od njihove mase, padaju u gravitacionom polju Zemlje jednakoubrzano na isti način, sa ubrzanjem $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ – to sledi da su *inercijalna i gravitaciona masa tela jednake*, $m_i = m_g$! I u nehomogenom gravitacionom polju ovaj iskaz ostaje tačan, s tim što ubrzanje tela tada nije isto u svakoj tački prostora.

S druge strane, u **neinercijalnim referentnim sistemima** sva slobodna tela imaju *isto ubrzanje*, nezavisno od svojih masa, koje je jednako ubrzajujuće neinercijalni referentni sistem ima u odnosu na inercijalni. Ako, na primer, voz ubrza kretanje u odnosu na Zemlju, onda će svi predmeti u vozu da dobiju isto ubrzanje unazad, u odnosu na voz, bez obzira na svoju (inercijalnu) masu. Kako je Ajnštajn primetio, po ovoj osobini *gravitacione i inercijalne sile su jednake!* Da bi ovo ilustrovao, Ajnštajn je često navodio primer posmatrača u liftu bez prozora: ako ovaj posmatrač utvrdi da sva tela u liftu imaju isto ubrzanje prema dnu lifta, on ne može reći da li je to zato što se lift ubrzava nagore, ili što sa donje strane lifta postoji neka masa koja gravitaciono deluje na sva tela u liftu koji se kreće neubrzano! I u jednom i u drugom slučaju sva tela dobijaju isto ubrzanje.

² *Ipak, za slučaj singulariteta tipa Ajnštajnovih prostorno-vremenskih tunela, ovaj uslov može biti narušen (v. Od. D.3.5).*

Realna gravitaciona polja (koja nisu homogena) ipak se mogu razlikovati od inercijalnih sila u neinercijalnom referentnom sistemu – po ponašanju na beskonačnosti: realna gravitaciona polja tamo iščezavaju ($\mathbf{g} \sim 1/r^2$), a inercijalne sile ne iščezavaju. Ekvivalentnost važi samo *lokalno*, u manjim delovima prostora, gde se realno gravitaciono polje može smatrati homogenim. *Lokalna ekvivalentnost* neinercijalnog referentnog sistema i gravitacionog polja predstavlja suštinu **Ajnštajnovog principa ekvivalencije**, koji je do sada mnogostruko eksperimentalno potvrđen (sa relativnom greškom manjom i od 10^{-12})!

Na drugi način iskazan, princip ekvivalencije tvrdi da se pogodnim izborom referentnog sistema može *lokalno kompenzirati* dato gravitaciono polje! Ovo se događa ako, na primer, lift sa posmatračem pada slobodno u datom gravitacionom polju, tj. ako ima ubrzanje jednako ubrzanju gravitacionog polja. U takvom sistemu se inercijalno ubrzanje posmatrača i ostalih tela u liftu poništava (u odnosu na referentni sistem lifta) sa gravitacionim, i fizički zakoni koje bi registrovao eksperimentator u liftu (bez prozora) bili bi isti kao i u inercijalnom referentnom sistemu. Izabrani slobodno padajući referentni sistem zbog toga se naziva *lokalno inercijalni* referentni sistem. U tom kontekstu princip ekvivalencije se formuliše i u drugom obliku: *u slobodno padajućem referentnom sistemu svi zakoni fizike su isti kao u Specijalnoj teoriji relativnosti* (koja važi u inercijalnim referentnim sistemima)! Ovo je važna formulacija principa ekvivalencije, jer je Ajnštajn (1915) polazeći od zakona fizike formulisanih u Lorenc-invarijantnoj formi Specijalne teorije relativnosti (koji imaju isti oblik u lokalno inercijalnim sistemima u gravitacionom polju), nalazeći zakon transformacije između lokalno inercijalnih sistemima u različitim tačkama prostor-vremena, formulisao **Opštu teoriju relativnosti**, sa uključenim efektima gravitacije.

Procedura deljenja prostor-vremena na lokalno inercijalne delice iz kojih treba rekonstruisati sliku prostor-vremena u kome postoji gravitaciono polje, geometrijski se može uporediti sa pokušajem da se kriva površ predstavi koristeći male ravne pločice, prilepljene jedna uz drugu. Osnovna ideja Opšte teorije relativnosti je da je umesto toga bolje direktno razmatrati krivu 4D prostorno-vremensku površ. Tako je geometrija **zakrivljenog četvorodimenzionog (4D) prostor-vremena** ušla u fiziku!

U slučaju *zakrivljenog prostor-vremena Rimana* (ili, kratko, Rimanovog prostora, zasnovanog u drugoj polovini XIX veka), koji se označava sa V_4 , kvadrat intervala bliskih događaja dobija formu:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (\text{D.3.22})$$

koja predstavlja generalizaciju izraza (D.3.15) za ravno prostor-vreme Minkovskog. U gornjem izrazu $g_{\mu\nu}$ je *metrika* (metrički tenzor) zakrivljenog prostora V_4 , koja

zavisi od lokalnih koordinata (za razliku od metričkog tenzora $g_{\mu\nu}$ iz prostora Minkovskog, koji je koordinatno nezavisan, v. izraz (D.3.18)), i transformiše se kao tenzor pri transformaciji koordinata $x \rightarrow x'$ u prostoru V_4 :

$$g'_{\lambda\rho} = \frac{\partial x^\mu}{\partial x'^\lambda} \frac{\partial x^\nu}{\partial x'^\rho} g_{\mu\nu}. \quad (\text{D.3.23})$$

Analogno se može konstruisati čitava *tenzorska algebra* u zakriviljenom prostoru V_4 , u kome posebnu ulogu igraju *tenzor afine koneksije* $\Gamma_{\lambda\rho}^\sigma$, povezan sa *metričkim tenzorom* $g^{\mu\nu}$ i njegovim *parcijalnim izvodima* $g_{\mu\nu,\sigma} \equiv \partial g_{\mu\nu}/\partial x^\sigma$ relacijom

$$\Gamma_{\lambda\rho}^\sigma = \frac{1}{2} g^{\nu\sigma} (g_{\rho\nu,\lambda} + g_{\lambda\nu,\rho} + g_{\rho\lambda,\nu}), \quad (\text{D.3.24})$$

Riman-Kristofelov tenzor krivine

$$R_{\mu\sigma\nu}^\lambda = \Gamma_{\mu\sigma,\nu}^\lambda - \Gamma_{\mu\nu,\sigma}^\lambda + \Gamma_{\mu\sigma}^\eta \Gamma_{\nu\eta}^\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\eta \Gamma_{\sigma\eta}^\lambda, \quad (\text{D.3.25})$$

i njegove kontrahovane forme, *Ričijev tenzor*,

$$R_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\lambda\nu}^\lambda, \quad (\text{D.3.26})$$

i *skalar krivine*,

$$R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, \quad (\text{D.3.27})$$

gde je svuda u izrazima (D.3.22-27) ponovo korišćena Ajnštajnova konvencija da se po indeksima ponovljenim u svakom članu vrši sabiranje (od 0 do 3)!

Osim toga, za razliku od parcijalnog izvoda nekog vektora ($J_{,\rho}^\mu$) koji u prostoru Minkovskog predstavlja tenzor, u prostoru Rimana tenzor je tek *kovarijantni izvod*

$$J_{;\rho}^\mu \equiv J_{,\rho}^\mu + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu J^\sigma. \quad (\text{D.3.28})$$

Tako je *generalna receptura* za prelazak sa Lorenc-invarijantnih zakona fizike u Specijalnoj teoriji relativnosti na opšte-kovarijantne zakone fizike u Opštoj teoriji relativnosti – prelazak sa fizičkih zakona zapisanih u formi tenzorskih jednačina u prostoru Minkovskog M_4 na tenzorske jednačine u prostoru Rimana V_4 , gde se svi parcijalni izvodi zamenuju kovarijantnim izvodima! Za izvođenje svoje jednačine gravitacionog polja, Ajnštajn je postavio *dodatne uslove*: (a) da zakriviljenost

prostora V_4 bude zavisna od gustine materije u njemu, (b) da budu zadovoljeni svi zakoni održanja, i (c) da u limitu slabog gravitacionog polja mora da se redukuje na klasičnu Poasonovu jednačinu za gravitacioni potencijal. Ajnštajn je našao tenzor

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \quad (\text{konstruisan od Ricijevog tenzora } R_{\mu\nu}, \text{ metričkog tenzora } g_{\mu\nu}$$

i skalara krivine R), koji zadovoljava te uslove u Ajnštajnovoj (1915) **jednačini gravitacionog polja**

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -\frac{8\pi\gamma}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (\text{D.3.29})$$

gde je γ - Njutnova gravitaciona konstanta, c - brzina svetlosti, a $T_{\mu\nu}$ - tenzor energije-impulsa koji opisuje materijalni sadržaj prostora, tj. gustinu mase i energije, gustinu impulsa, ugaonog momenta ili drugih fizičkih veličina (polja i dr.).

Leva strana Ajnštajnove jednačine gravitacije (D.3.29) sadrži članove koji karakterišu zakrivljenost 4D prostor-vremena V_4 . Tako se kretanje čestice u gravitacionom polju, korišćenjem (D.3.29), opisuje kao kretanje po najkraćoj putanji zakrivljenog prostora V_4 , koja se naziva *geodezijska linija* ili *geodezik*. Pošto je jednačina ove najkraće (ali ipak krivolinijske) putanje određena metrikom Rimanovog prostora V_4 , jasno je da metrika $g_{\mu\nu}$ preuzima ulogu gravitacionog potencijala. Dakle, u Ajnštajnovoj teoriji gravitacije *metrika prostor-vremena određuje gravitaciono kretanje probnog tela* preko geodezijske jednačine zakrivljenog prostor-vremena, dok *raspored materije* (tenzor energije-impulsa) *određuje metriku prostor-vremena!*

Treba istaći da je Ajnštajnova jednačina polja (D.3.29) invarijantna u odnosu na proizvoljne koordinatne transformacije u Rimanovom zakrivljenom 4D prostor-vremenu V_4 , odnosno važi u svim referentnim sistemima (neinercijalnim i inercijalnim) – što je odraz **Ajnštajnovog opšteg principa kovarijantnosti**, po kome *oblik fizičkih zakona ne zavisi od izbora sistema koordinata!*

Pošto su tenzori $T_{\mu\nu}$, $R_{\mu\nu}$ i $g_{\mu\nu}$ (dimenzija 4×4) simetrični, to Ajnštajnovih jednačina (D.3.29) ima 10. Međutim, nezavisnih je samo 6, jer 10 jednačina zadovoljava i 4 identiteta. S druge strane, i simetrični metrički tenzor $g_{\mu\nu}$ od 10 komponenata ima samo 6 nezavisnih, pošto je izbor 4 koordinate x^μ proizvoljan. Tako, zadavanjem tenzora energije-impulsa materije $T_{\mu\nu}$, moguće je odrediti svih 6 nezavisnih komponenti metrike $g_{\mu\nu}$, jer je broj jednačina i broj nepoznatih veličina usklađen. Međutim, nalaženje tačnih rešenja Ajnštajnovih jednačina je

težak zadatak, jer su one nelinearne (gustina materije generiše zakriviljenost prostor-vremena, čime se povećava gravitaciono polje – koje time dodatno povećava gustinu materije, koja povećava zakriviljenost prostor-vremena itd.) i za njih ne važi princip superpozicije, kao što je slučaj u elektromagnetici. Ipak, za mnoge interesantne fizičke situacije ovaj zadatak je uspešno rešen, od *razvoja svemira, evolucije zvezda i galaksija, gravitacionih talasa*, pa do predviđanja *gravitacionih singulariteta u prostor-vremenu!*

D.3.5 Gravitacioni prostorno-vremenski singulariteti. Crne rupe i Ajnštajn-Rozenovi prostorno-vremenski tuneli

Jedno od neobičnih predviđanja Ajnštajnovih jednačina gravitacionog polja (D.3.29) bila je pojava **singulariteta** u prostor-vremenu! Kao posledica jačine gravitacione interakcije, na nekim mestima prostor-vreme se tako zakrivi da se *svetske linije*, koje opisuju prostorno-vremensku istoriju nekog tela, prekidaju na tim mestima – pa se ne mogu nastaviti u budućnosti (u slučaju *crnih rupa*), ili ne postoji način da se jedinstveno predviđi njihova budućnost (u slučaju *Ajnštajn-Rozenovih tunela*)³ ili prošlost (u slučaju ekspanzije svemira u *kosmološkom velikom prasku*).

Pojavu singulariteta u Ajnštajnovim jednačinama (D.3.29) nagovestio je Švarcšild (1916), samo godinu dana posle otkrića Opšte teorije relativnosti. Polazeći od Lorencove metrike praznog (i ravnog) svemira Minkovskog $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$, napisane u sferno simetričnim koordinatama,

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (\text{D.3.30})$$

i dozvolivši njenu modifikaciju oblika

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_s}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (\text{D.3.31})$$

u kojoj je zadržana centralna simetrija (po θ i φ), a uvedena vremenska i radikalna zavisnost metrike od funkcije radikalne koordinate (r), gde je

³ U modernoj relativističkoj literaturi oni se nazivaju "wormholes", što bi značilo "crvotočine" (prečica kroz ravni višedimenzionalni (minimalno 7D) hiperprostor u kojem je utkano naše zakriviljeno 4D prostor-vreme), koji potencijalno mogu povezivati i veoma udaljene događaje u prostor-vremenu, mada ćemo ovde koristiti termin Ajnštajn-Rozenovi tuneli (mada je originalan naziv *Ajnštajn-Rozenovi mostovi*).

$$r_s = \frac{2\gamma M}{c^2} \quad (\text{D.3.32})$$

tzv. *Švarcšildov radius* – dolazi se do rešenja Ajnštajnovih jednačina u kojima komponente Ričijevog tenzora i skalar krivine iščežavaju (korišćenjem (D.3.24-27) i metrike (D.3.31) dobija se $R_{00} = R_{11} = R_{22} = R_{33} = R = 0$), tj. dobija se da modifikovana **Švarcšildova metrika** (D.3.31) predstavlja geometriju *praznog prostora* ($T_{\mu\nu} = 0$) odnosno rešenje

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 0, \quad (\text{D.3.33})$$

ali *izvan* nekog objekta mase M , smeštenog unutar sfere radijusa r_s ! Pri tome do izraza (D.3.32) za Švarcšildov radius dolazi se tako što se za $r \gg r_s$ rekonstruiše slučaj Njutnovog gravitacionog polja oko mase M , kada je prostor-vreme sigurno ravno.

Odmah se uočava iz izraza (D.3.31) za Švarcšildovu metriku da ona postaje singularna za $r = r_s$, pošto pri tome radijalni član u matrici divergira. Međutim, *Švarcšildov singularitet* se pojavljuje u rešenju Ajnštajnovih vakuumskih jednačina (D.3.33), i relevantan je samo ako Švarcšildov radius (D.3.32) leži izvan tela mase M . S druge strane, za Sunce je $r_s = 2,95$ km, duboko u njegovojoj unutrašnjosti, i Švarcšildov singularitet je irelevantan, što se pokazuje i u rešenju kompletne Ajnštajnove jednačine (D.3.29) unutar Sunca i bilo koje druge stabilne zvezde.

Ipak, kod dovoljno masivnih tela (masa većih od 2 sunčeve), kod kojih gravitaciona interakcija nadvladava suprotstavljeni pritisak radijacije (koji privremeno stabilizuje termonuklearno aktivne zvezde slične Suncu), potom degeneracioni pritisak elektrona u sabijenim atomskim ljuskama (koji privremeno stabilizuje tzv. bele patuljke, nastale posle termonuklearnog gašenja zvezda), i konačno degeneracioni pritisak neutrona⁴ u drastično sabijenim atomima sa stopljenim elektronskim omotačima i jezgrima (koji privremeno stabilizuje tzv. neutronske zvezde, nastale posle prolaska zvezde kroz metastabilno stanje belog patuljka) – evolucija zvezda se završava **gravitacionim kolapsom**, kada zvezda mase M kolapsira ispod radijalnih dimenzija njenog Švarcšildovog radijusa $r_s = 2\gamma M/c^2$. Šta tada znači Švarcšildov singularitet pri $r = r_s$ najlakše se vidi ako posmatramo foton koji se prostire po svetskoj liniji ($ds^2 = 0$) sa $\theta = 0$, uz proizvoljni azimutni ugao φ . Za foton je tada

⁴ *Degeneracioni pritisici i elektrona i neutrona nastaju usled Paulijevog principa isključenja, po kome se dve ili više fermionskih identičnih čestica ne mogu naći u istom kvantnom stanju (v. Od. D.1.15).*

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_s}{r}} = 0,$$

odakle je radijalna brzina fotona

$$v_r = \frac{dr}{dt} = c \left(1 - \frac{r_s}{r}\right). \quad (\text{D.3.34})$$

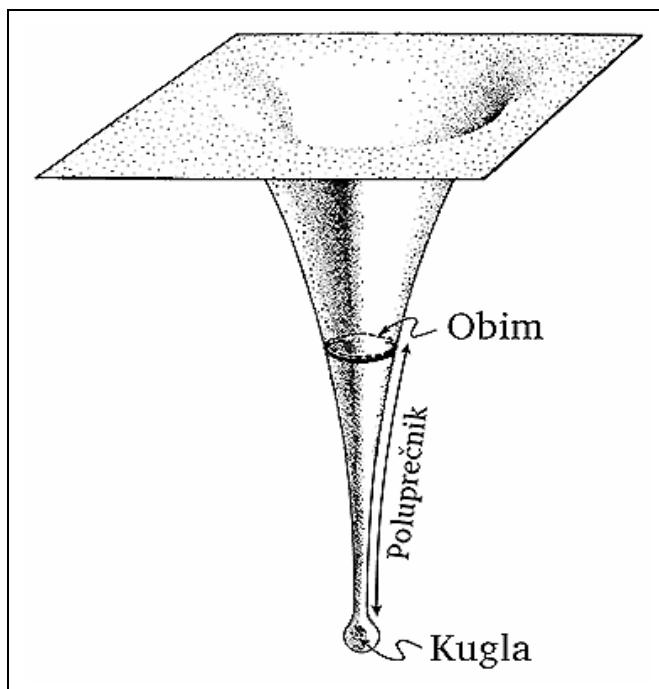
Iz (D.3.34) vidi se da je $v_r \leq 0$ za $r \leq r_s$, odnosno svetlosni zrak emitovan sa površine kolapsirajuće zvezde ne može napustiti kolapsirajuću zvezdu, koja ostaje odsečena od pogleda spoljašnjeg posmatrača koji se nalazi izvan sfere Švarcšildovog radijusa r_s . Zato se Švarcšilda sfera naziva i *horizont događaja*, jer spoljašnji posmatrač ne može nikakvom signalizacijom dokučiti šta se zbiva iza ovakvog horizonta (odnosno za $r \leq r_s$), a ovakve kolapsirajuće zvezde su dobro naziv **crne rupe**!

Interesantno je da i Njutnova mehanika predviđa postojanje takvih objekata, jer je još Laplas (1795) pokazao da svetlosni zrak dovoljno masivne zvezde ne bi mogao da savlada njeno gravitaciono polje. Relativističko predviđanje gravitacionog kolapsa otkrili su Openhajmer i Snajder (1939) za idealizovani slučaj implodirajuće sferične, nerotirajuće zvezde, uniformne gustine i bez ikakvog unutrašnjeg kontrapritiska. U međuvremenu su teorijska istraživanja jakih gravitacionih polja potisnuta u drugi plan zbog Drugog svetskog rata i forsiranog istraživanja nuklearnog oružja, na čemu je radila većina eminentnih svetskih fizičara sve do kasnih 1950-tih godina. Tek tada su sprovedeni detaljniji računi evolucije masivnih zvezda i utvrđeno da Ajnštajnove jednačine predviđaju gravitacioni kolaps i za realističan slučaj masivnih zvezda koje završavaju evoluciju sa masom većom od 2 mase Sunca.⁵

Dekada između 1965. i 1975. bila je zlatni period u istraživanju crnih rupa. Na početku tog perioda je Penrouz, uvodeći matematičke *topološke globalne metode* u istraživanje crnih rupa, pokazao da zvezda koja kolapsirajući prođe kroz svoj horizont događaja, neizbežno sadrži u sebi gravitacioni singularitet, sa *beskonačno zakrivljenim prostor-vremenom* u tački $r = 0$! Dakle, pravi singularitet nije za $r = r_s$, u slučaju sferno simetrične kolapsirajuće zvezde, gde zvezda ima konačnu zakrivljenost prostor-vremena (ali dovoljnu da spreči svetlost iz unutrašnjosti da napusti horizont događaja) – već za $r = 0$. Geometrija prostor-vremena u blizini singulariteta može se ilustrovati

⁵ Ustvari, detaljni računi pokazuju da masivne zvezde izbacuju ogromne količine mase kada stare i umiru: tako zvezde mase veće od 8 sunčevih gube dovoljno mase da se konačno stabilizuju kao beli patuljci, dok zvezde rođene sa 8-20 sunčevih masa gube dovoljno mase da se konačno stabilizuju kao neutronске zvezde. Ipak, zvezde rođene sa više od 20 sunčevih masa završavaju svoju evoluciju sa više od 2 sunčeve mase, u neizbežnom gravitacionom kolapsu!

analogijom sa deformacijom zategnute gumene opne pod dejstvom težine velike kugle, prikazanom na Sl. D.3.3. Kao rezultat velike zakrivljenosti prostor-vremena i u okolini crne rupe ($r > r_s$), fotoni svetlosti emitovani u Kosmos neposredno iznad Švarcšildove sfere imajuće skoro beskonačni gravitacioni Doplerov pomak ka dalekom crvenom kraju spektra, odnosno i vreme na slobodno padajućem časovniku se beskonačno usporava na horizontu događaja – posmatrano iz referentnog sistema udaljenog nepokretnog posmatrača! Naravno, sam slobodno padajući posmatrač ne bi uočio ove relativističke efekte (osim jakih gravitacionih plimskih sila koje bi ga ubrzo rastrgle), već bi za konačno kratko sopstveno vreme stigao i do samog singulariteta $r = 0!$ ⁶



SLIKA D.3.3. Deformacija zategnute gumene opne pod dejstvom težine velike kugle: distorzija ravanske geometrije opne je veoma slična distorziji geometrije prostor-vremena oko i unutar crne rupe. Na primer, obim debelog crnog kruga je mnogo manji od proizvoda 2π sa njegovim poluprečnikom, baš kao što je obim horizonta događaja (odnosno, preseka Švarcšildove sfere i njene ekvatorijalne ravni) mnogo manji od proizvoda 2π sa njegovim poluprečnikom.

⁶ Ali bi zato po spolja pristajućoj optičkoj informaciji video drastično ubrzano evoluciju spoljašnjeg svemira, zbog izrazite relativističke gravitacione dilatacije "spoljašnjeg vremena" u odnosu na sopstveno, pri čemu bi primljena optička informacija bila gravitaciono Doplerovski skoro beskonačno pomerena ka plavom kraju spektra!

Da singulariteta zaista nema u tački $r = r_s$ Švarcšildove metrike, može se videti transformacijom sa Švarcšildovih koordinata (t, r, θ, φ) na Kruskalove (1960) bez-dimenzione koordinate (v, u, θ, φ) :

$$\left. \begin{array}{l} v = \sqrt{\frac{r}{r_s} - 1} e^{\frac{r}{2r_s}} \operatorname{sh}\left(\frac{ct}{2r_s}\right), \\ u = \sqrt{\frac{r}{r_s} - 1} e^{\frac{r}{2r_s}} \operatorname{ch}\left(\frac{ct}{2r_s}\right), \end{array} \right\} \text{za } r > r_s;$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \sqrt{1 - \frac{r}{r_s}} e^{\frac{r}{2r_s}} \operatorname{ch}\left(\frac{ct}{2r_s}\right), \\ u = \sqrt{1 - \frac{r}{r_s}} e^{\frac{r}{2r_s}} \operatorname{sh}\left(\frac{ct}{2r_s}\right), \end{array} \right\} \text{za } r < r_s.$$

Zamenom starih koordinata novim, u Švarcšildovoj metrići kvadrat intervala ds^2 dobija oblik

$$ds^2 = \frac{4r_s^3}{r} e^{\frac{r}{r_s}} (dv^2 - du^2) - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (\text{D.3.35})$$

gde r treba shvatiti kao funkciju od u i v , oblika

$$\left(\frac{r}{r_s} - 1 \right) e^{\frac{r}{r_s}} = u^2 - v^2. \quad (\text{D.3.36})$$

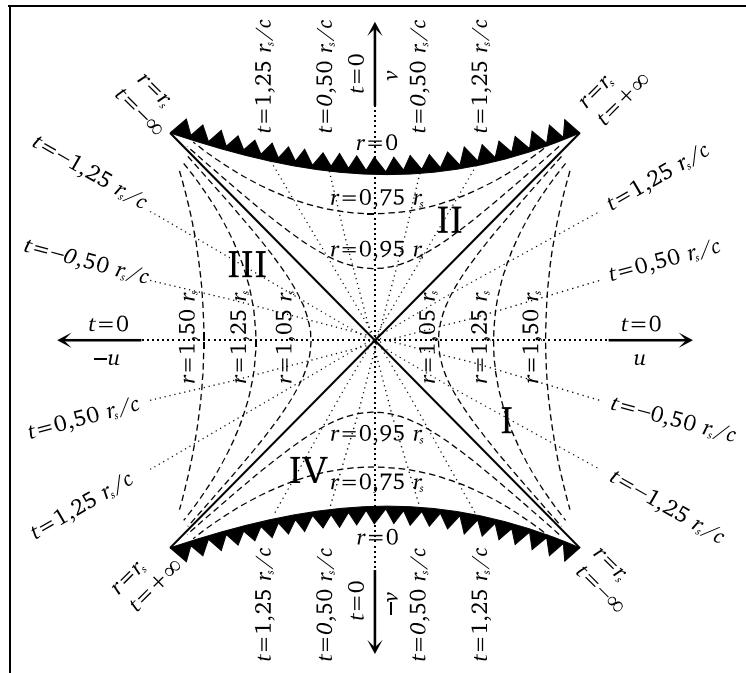
Rezultat ove transformacije je krajnje egzotičan! Relacija (D.3.35) nam otkriva da Kruskalova transformacija Lorencove metrike nema singularitet u $r = r_s$, odnosno da je u Švarcšildovoj metrići (D.3.31) on samo prividan. Međutim, u pravom Švarcšildovom singularitetu $r = 0$ iz (D.3.36) sledi $v^2 - u^2 = 1$, pa odатle i *dva singulariteta* nove metrike:

$$v = +\sqrt{1+u^2}, \quad v = -\sqrt{1+u^2}. \quad (\text{D.3.37})$$

Šta više, postoje i *dve vase*, izvan i daleko od crne rupe! Ovo se lepo vidi ako uzmemos $r \gg r_s$ (oblast prostora daleko od Švarcšildove sfere), pri čemu iz (D.3.36) sledi $u^2 \gg v^2$. Odатle se dobijaju dve spoljašnje oblasti:

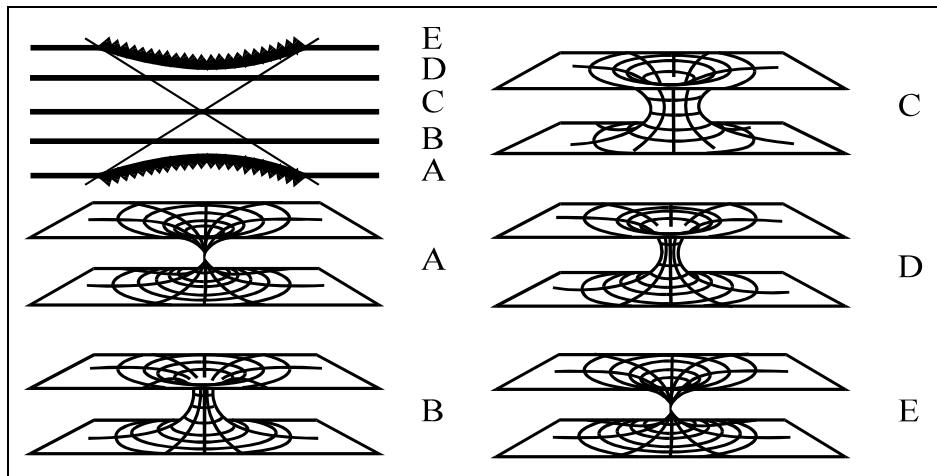
$$u \gg +|v|, \quad u \ll -|v|. \quad (\text{D.3.38})$$

Za bolje shvatanje globalne strukture prostor-vremena opisane Kruskalovom transformacijom Švarcšildove metrike, prikazaćemo linije $t = \text{const}$ i $r = \text{const}$ u (v, u) koordinatnom sistemu. Kako se vidi sa Sl. D.3.4, oblasti I i III opisuju dva svemira, pošto su na njima hiperbole $r = \text{const}$ vremenski-sličnog tipa, pa je po njima kretanje od $t = -\infty$ do $t = \infty$ moguće; s druge strane, oblasti II i IV sadrže hiperbole $r = \text{const}$ prostorno-sličnog tipa (uključujući singularitete (D.3.37) za $r = 0$), pa po njima kretanje od $t = -\infty$ do $t = \infty$ nije moguće!



SLIKA D.3.4 Kruskalov prikaz linija konstantnog rastojanja ($r = \text{const}$) i konstantnog vremena ($t = \text{const}$) za modifikovanu Švarcšildovu metriku (v. tekst za objašnjenje)

Obično se za ilustraciju Kruskalove geometrije koristi tehniku isecanja dijagrama duž hiperpovrši prostorno-sličnog tipa (v. Sl. D.3.5). Sl. D.3.5A) pokazuje da su početna dva svemira nepovezana, od kojih svaki ima singularitet. Kasnije (Sl. D.3.5B) ovi svemiri se razvijaju, njihovi singulariteti se spajaju (i *anihiliraju*), praveći neku vrstu *prostorno-vremenskog mosta bez singulariteta*, tzv. **Ajnštajn-Rozenov tunel** (ili "wormhole")! S vremenom se ovaj tunel proširuje (Sl. D.3.5C), a potom opet sužava (Sl. D.3.5D) i na kraju prekida (Sl. D.3.5E), ostavljajući opet dva svemira nepovezana, sa odvojenim singularitetima. Ceo razvoj Ajnštajn-Rozenovog tunela odvija se vrlo brzo: za singularitet mase reda sunčeve potrebno je manje od 10^{-4} s, što ne dozvoljava ni svetlosti da prođe s jedne na drugu stranu tunela.



SLIKA D.3.5 Ilustracija dinamike Kruskalove geometrije, za slučaj prikaza pet tipičnih presečnih hiperpovrši prostorno-sličnog tipa (A - E), sa ilustracijom međupovezanosti dva svemira I i III sa Sl. D.3.4, u tim slučajevima. Prostorno-vremenski tunel koji spaja dva svemira u slučajevima B – D je Ajnštajn-Rozenov tunel (ili "wormhole").

Ipak, nedavno je Torn sa saradnicima (1988-93) pokazao da je moguće stabilizovati Ajnštajn-Rozenov tunel, ispunjavajući ga tzv. *egzotičnom materijom*, koja gravitaciono odbija zidove tunela! Ova egzotična materija mora imati *negativnu srednju gustinu energije*, mereno u referentnom sistemu posmatrača koji putuje kroz tunel (skoro) brzinom svetlosti. Skoro sve vrste materije imaju pozitivnu srednju gustinu energije, mereno u bilo kom referentnom sistemu, ali je još Houking (1974) otkrio da su vakuumskе fluktuacije u blizini horizonta događaju egzotične.⁷ Znači da i veoma zakrivljeno prostor-vreme Ajnštajn-Rozenovog tunela čini vakuumskе fluktuacije egzotičnim, stabilizujući tunel!

Ono što je neobično kod Ajnštajn-Rozenovih tunela je da predstavljaju i *vremenske mašine*! Gerok (1966) je pokazao, korišćenjem relativističkih globalnih topoloških metoda, da ovi tuneli mogu nastati jakim glatkim uvijanjem prostor-vremena samo ako je pri tome i vreme jako uvijeno u svim referentnim sistemima (tzv. zatvorene vremensko-slične trajektorije), odnosno mora biti moguće, bar na kratko, putovanje unapred i

⁷ Ovo otkriće je bilo nusprodot tokom Houkingovog zasnivanja zakona kvantnih polja u zakrivljenom prostor-vremenu, kada je neočekivano otkriveno da crne rupe isparavaju (emituju čestice) kao da se nalaze na temperaturi proporcionalnoj njihovoj površinskoj gravitacionoj energiji na horizontu događaja, pri čemu im se smanjuje entropija, srazmerna površini horizonta događaja; ti efekti su ipak veoma mali za masivne kosmičke crne rupe jer je, na primer, temperatura crne rupe sa masom od 2 sunčeve svega $0,03 \cdot 10^6$ K, pri čemu i inverzno opada sa povećanjem mase crne rupe, dok entropija raste sa kvadratom mase.

unazad u vremenu (ali ne dublje u prošlost od trenutka nastanka tunela). Treba istaći da su Ajnštajn-Rozenovi tuneli, iako sastavljeni od dva ulaza koji podsećaju na crne rupe, ustvari *bez horizonta događaja*⁸ (jer se u trenutku spajanja odvojeni singulariteti anihiliraju, formirajući *nesingularni* prostorno-vremenski tunel) tako da je moguć ulazak u tunel s jedne strane i izlazak sa druge, na primer u prošlost, a potom povratak u suprotnom smeru u budućnost! Takođe, moguće je da tuneli povezuju *prečicom* i veoma udaljene prostorne regije, do kojih bi svetlosti bilo potrebno i mnogo godina putovanja našim svemirom!

Još jedna neobičnost ovakvih prostorno-vremenskih tunela je da je, za iste početne uslove, *trajektorija klasičnog mehaničkog tela nejednoznačno definisana* (zbog mogućih povratnih uticaja tela na samog sebe posle izlaska kroz prostorno bliski izlaz tunela smešten pogodno u prošlost u odnosu na ulaz), odnosno pojavljuju se određene *verovatnoće* za svaku od mogućih trajektorija, slično onima koje važe za mikroskopske *kvantnomehaničke* čestice!

To pokazuje da je na nivou Ajnštajn-Rozenovih tunela neophodno uključenje u *kvantnomehaničkih zakonitosti*, za očuvanje konzistentne fizičke slike stvarnosti. Houkingovi zakoni kvantnih polja u zakrivljenom prostor-vremenu, sa demonstriranjem isparavanja crnih rupa i postojanja egzotične materije, dodatni su argument u prilog neophodnosti povezivanja kvantnih i relativističkih zakona u jakim gravitacionim poljima. Tek na nivou **Kvantne gravitacije** biće u potpunosti osvetljena priroda crnih rupa, prostorno-vremenskih tunela i kosmoloskog singulariteta iz koga je u prošlosti nastao naš svemir. Na skalama *Plank-Vilerove dužine* $\sqrt{\gamma\hbar/c^3} \approx 1,62 \cdot 10^{-35}$ m i *Plank-Vilerovog vremena* $\sqrt{\gamma\hbar/c^5} \approx 0,54 \cdot 10^{-43}$ s prestaju da važe klasični zakoni Opšte teorije relativnosti, pa i sam koncept prostor-vremena. Posle razdvajanja prostora i vremena, kvantna gravitacija uništava vreme kao koncept, a i definisanost prostora. Od onog što je nekada bilo prostor-vreme ostaje samo Vilerova (1955) probabilistička *kvantna pena*, od koje su i načinjeni prostorno-vremenski singulariteti, ali i svaki dovoljno sićušni delić prostor-vremena svuda oko nas!

Jedan zadatak Kvantne gravitacije biće da predviđa verovatnoće za različite krivine i topologije unutar singulariteta. Drugi će, verovatno, biti određivanje verovatnoća da

⁸ Za razliku od njih, crne rupe imaju horizont događaja, koji je u slučaju nerotirajućih sferno simetričnih rupa sfera Švarcildovog radijusa; u slučaju rotirajućih crnih rupa dobija se Kerova (1963) metrika sa rotirajućim horizontom događaja, a u slučaju nanelektrisanih crnih rupa Rejzner-Nordstromova (1916-18) metrika sa sferno nanelektrisanim horizontom događaja. Doskora se mislilo da implozija dovoljno masivnih zvezda proizvoljnog oblika, rotacije i nanelektrisanja dovodi obavezno do crnih rupa sa horizontom događaja; međutim, Šapiro i Teukolski (1991) su u numeričkim simulacijama pokazali da bi implozija veoma nesferičnih zvezda mogla stvoriti gole singularitete, bez horizonta događaja.

singulariteti dovedu do rađanja "novih svemira", tj. klasičnih (nekvantnih) oblasti prostora-vremena, u istom smislu kao što je iz kosmološkog singulariteta velikog praska stvoren naš Svemir pre nekih 15 milijardi godina. Na tom putu će se sigurno plodonosnim pokazati *ujedinjenje gravitacije sa kvantnom fizikom ostalih fundamentalnih interakcija* (elektromagnetne, slabe i jake) u tzv. "teoriju svega", i prvi značajni uspesi već su postignuti u Gutovoj (1981) i Lindeovoj (1984) *kvantnoj i inflacionoj kosmologiji*, koja konstruktivno rešava problem kosmoloških singulariteta. Drugi pristupi tretiraju gravitaciju kao *teoriju sa lokalnom simetrijom* (po metodologiji tzv. *spontanog narušenja* lokalne simetrije, koja se pokazala uspešnom u objedinjavanju elektromagnetne i slabe interakcije u elektroslabu interakciju, sa odličnom perspektivom i grandunifikacije elektroslabe i jake interakcije), ili uspostavljaju *supersimetriju* između bozona i fermiona i uopštavaju gravitacionu teoriju u *supergravitaciju i teoriju superstruna* – sve sa ciljem konačnog ujedinjenja gravitacione interakcije sa preostale tri. Glavni problemi ovih teorija leže u uklanjanju tzv. ultravioletnih beskonačnosti (na visokim energijama, odnosno malim rastojanjima), ali početni uspesi deluju ohrabrujuće.

D.3.6 Dopunska literatura

1. S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity* (Wiley, New York, 1972); L. D. Landau, E. M. Lifshic, *Teoriya polja* (Nauka, Moskva, 1973), prevedeno i kod nas; osnovna literatura iz Teorije gravitacije.
2. D. Popović (ed.) *Gravitacija i kosmologija*, SFIN II(2) (Institut za fiziku, Beograd, 1989); odličan popularni prikaz teorije gravitacije, uključujući pokušaje tretiranja gravitacije kao lokalno simetrične teorije.
3. K. S. Thorne, *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous Legacy* (Picador, London, 1994); uzbudljiv istorijski prikaz razvoja teorije gravitacije i njenih singulariteta, iz pera jednog od najznačajnijih istraživača u toj oblasti, sa širokim spiskom izvornih referenci.

OSNOVNE FIZIČKE KONSTANTE

Konstanta	Oznaka	Vrednost
Dielektrična propustljivost vakuuma	ϵ_0	$8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
Magnetna propustljivost vakuuma	μ_0	$12,566 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$
Brzina svetlosti u vakuumu	$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$	$2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Gravitaciona konstanta	γ	$6,670 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
Avogadrov broj	N_a	$6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Gasna konstanta	R	$8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$
Bolcmanova konstanta	$k = R/N_a$	$8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$
Plankova konstanta	h	$6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Masa mirovanja elektrona	m_e	$9,1095 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Masa mirovanja neutrona	m_n	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Naelektrisanje elektrona	e	$1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Energija eV (elektronvolt)	eV	$1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Borov magneton	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	$5,7884 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T}$
Nuklearni magneton	$\mu_n = e\hbar/2m_n$	$3,1525 \cdot 10^{-8} \text{ eV/T}$

